

BAB 1

Indeks



Apakah yang akan anda pelajari?

1.1

Tatatanda Indeks

1.2

Hukum Indeks

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Penulisan suatu nombor dalam bentuk indeks membolehkan nombor tersebut dinyatakan dalam bentuk yang ringkas dan mudah difahami. Pelbagai operasi matematik yang melibatkan nombor dalam bentuk indeks dapat dijalankan dengan menggunakan hukum-hukum indeks.
- Konsep indeks digunakan dalam bidang sains, kejuruteraan, perakaunan, kewangan, astronomi, perkomputeraan dan sebagainya.

Tasik Kenyir yang terletak di daerah Hulu Terengganu, Terengganu, merupakan tasik buatan manusia yang terbesar di Asia Tenggara. Tasik Kenyir terkenal sebagai satu destinasi pelancongan dunia kerana keindahan alam semula jadi yang unik. Tasik Kenyir juga merupakan kawasan tadahan air yang penting. Empangan Kenyir yang dibina pada tahun 1985, membekalkan air kepada Stesen Jana Kuasa Sultan Mahmud. Anggaran keluasan kawasan tadahan air di empangan utama ialah 2 600 km² dengan isi padu takungan sebanyak 13 600 juta meter padu. Pada musim tengkujuh, isi padu tadahan air akan meningkat secara mendadak. Apakah tindakan yang harus diambil dalam situasi sebegini?





Eksplorasi Zaman

Tatatanda indeks merupakan elemen penting dalam perkembangan dunia matematik dan pengaturcaraan komputer. Penggunaan tatatanda bagi indeks integer positif telah diperkenalkan oleh Rene Descartes, seorang tokoh matematik berbangsa Perancis (1637). Sir Issac Newton, seorang lagi tokoh matematik berbangsa Inggeris telah memperkembangkan lagi bidang penggunaan tatatanda indeks serta memperkenalkan indeks negatif dan indeks pecahan.



<http://yakini-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%201/>

GERBANG KATA

- | | |
|--------------------|---------------------------|
| • asas | • <i>base</i> |
| • faktor | • <i>factor</i> |
| • indeks | • <i>index</i> |
| • indeks pecahan | • <i>fractional index</i> |
| • kuasa | • <i>power</i> |
| • punca kuasa | • <i>root</i> |
| • tatatanda indeks | • <i>index notation</i> |

1.1 Tatatanda Indeks

Apakah itu pendaraban berulang dalam bentuk indeks?

Perkembangan bidang teknologi bukan sahaja memudahkan kebanyakan tugas harian kita, malah turut menjimatkan kos perbelanjaan dalam pelbagai bidang. Misalnya, penggunaan kad memori di dalam kamera digital membolehkan pengguna menyimpan gambar dalam bilangan yang banyak serta memadam atau mengubah suai gambar yang kurang sesuai sebelum dicetak.



STANDARD PEMBELAJARAN

Mewakili pendaraban berulang dalam bentuk indeks dan menghuraikan maksudnya.

SUDUT DISKUSI

Bincang nilai kapasiti pemacu pena yang anda tahu.

BULETIN

Penguraian nuklear bagi uranium U-320 adalah mengikut pola $3^0, 3^1, 3^2, \dots$

Pada peringkat awal, kad memori dikeluarkan dengan kapasiti 4MB. Nilai kapasiti ini ditambah mengikut peredaran zaman dan kehendak pengguna. Tahukah anda, nilai kapasiti kad memori dihitung dalam satu bentuk khas iaitu 2^n ?

Di Tingkatan 1, anda telah mempelajari bahawa $4^3 = 4 \times 4 \times 4$. Nombor 4^3 ditulis dalam **tatatanda indeks** iaitu 4 ialah **asas** dan 3 ialah **indeks** atau **eksponen**. Nombor ini dibaca sebagai '4 kuasa 3'.

Maka, nombor dalam tatatanda indeks atau bentuk indeks boleh ditulis sebagai;

$$a^n \leftarrow \begin{array}{l} \text{Indeks} \\ \text{Asas} \end{array}$$

Anda sedia tahu bahawa $4^2 = 4 \times 4$ dan $4^3 = 4 \times 4 \times 4$. Misalnya;

$$4 \times 4 = 4^{\textcircled{2}} \rightarrow \text{Nilai indeks ialah 2}$$

Berulang dua kali

Nilai indeks sama dengan bilangan kali 4 didarab secara berulang.

$$4 \times 4 \times 4 = 4^{\textcircled{3}} \rightarrow \text{Nilai indeks ialah 3}$$

Berulang tiga kali

Nilai indeks sama dengan bilangan kali 4 didarab secara berulang.

Contoh 1

Tulis pendaraban berulang berikut dalam bentuk indeks a^n .

(a) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(b) $0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.3$

(c) $(-2) \times (-2) \times (-2)$

(d) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

(e) $m \times m \times m \times m \times m \times m \times m$

(f) $n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n$

PERINGATAN

$$2^5 \neq 2 \times 5 \quad 4^3 \neq 4 \times 3$$

$$a^n \neq a \times n$$

Penyelesaian:

$$(a) \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{berulang enam kali}} = 5^6$$

$$(c) \underbrace{(-2) \times (-2) \times (-2)}_{\text{berulang tiga kali}} = (-2)^3$$

$$(e) \underbrace{m \times m \times m \times m \times m \times m \times m}_{\text{berulang tujuh kali}} = m^7$$

$$(b) \underbrace{0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.3}_{\text{berulang empat kali}} = (0.3)^4$$

$$(d) \underbrace{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}}_{\text{berulang lima kali}} = \left(\frac{1}{4}\right)^5$$

$$(f) \underbrace{n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n}_{\text{berulang lapan kali}} = n^8$$

Daripada penyelesaian Contoh 1, didapati bahawa nilai indeks dalam suatu bentuk indeks adalah sama dengan bilangan kali asas didarab secara berulang. Secara generalisasi,

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}; a \neq 0$$

UJI MINDA 1.1a

1. Lengkapkan jadual di bawah dengan asas atau indeks bagi nombor atau sebutan algebra yang diberi.

Asas	Indeks
5 ³	
(-4) ⁷	
$\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$	
m ⁶	
$\left(-\frac{3}{7}\right)^4$	
n ⁰	
(0.2) ⁹	
x ⁻²⁰	
$\left(2\frac{1}{3}\right)^2$	
8	

2. Nyatakan pendaraban berulang berikut dalam bentuk indeks a^n .

$$(a) 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$$

$$(b) 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5$$

$$(c) \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$(d) (-m) \times (-m) \times (-m) \times (-m) \times (-m)$$

$$(e) 1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{3}$$

$$(f) \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right)$$

3. Tukarkan nombor atau sebutan algebra dalam bentuk indeks kepada pendaraban berulang.

$$(a) (-3)^3$$

$$(b) (2.5)^4$$

$$(c) \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$(d) \left(-2\frac{1}{4}\right)^3$$

$$(e) k^6$$

$$(f) (-p)^7$$

$$(g) \left(\frac{1}{m}\right)^8$$

$$(h) (3n)^5$$

Bagaimanakah anda boleh menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks?

Suatu nombor boleh ditulis dalam bentuk indeks jika suatu asas yang sesuai dipilih. Anda boleh menggunakan kaedah pembahagian berulang atau kaedah pendaraban berulang untuk menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks.

Contoh 2

Tuliskan 64 dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas 2, asas 4 dan asas 8.

Penyelesaian:

Kaedah Pembahagian Berulang

(a) Asas 2

- 64 dibahagi secara berulang dengan 2.

$$n = 6 \left\{ \begin{array}{l} 2 \overline{) 64} \\ 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \overline{) 2} \end{array} \right.$$

1

Maka, $64 = 2^6$

Pembahagian diteruskan sehingga mendapat nilai 1.

(b) Asas 4

- 64 dibahagi secara berulang dengan 4.

$$n = 3 \left\{ \begin{array}{l} 4 \overline{) 64} \\ 4 \overline{) 16} \\ 4 \overline{) 4} \end{array} \right.$$

1

Maka, $64 = 4^3$

(c) Asas 8

- 64 dibahagi secara berulang dengan 8.

$$n = 2 \left\{ \begin{array}{l} 8 \overline{) 64} \\ 8 \overline{) 8} \end{array} \right.$$

1

Maka, $64 = 8^2$

Kaedah Pendaraban Berulang

(a) Asas 2

$$\begin{array}{c} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 4 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 8 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 16 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 32 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 64 \end{array}$$

Maka, $64 = 2^6$

(b) Asas 4

$$\begin{array}{c} 4 \times 4 \times 4 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 16 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 64 \end{array}$$

Maka, $64 = 4^3$

(c) Asas 8

$$8 \times 8 = 64$$

Maka, $64 = 8^2$

SUDUT DISKUSI

Antara kaedah pembahagian berulang dengan kaedah pendaraban berulang, kaedah manakah yang lebih mudah untuk menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks? Bincangkan.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks dan sebaliknya.

IMBAS KEMBALI

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

Contoh 3

Tuliskan $\frac{32}{3\,125}$ dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas $\frac{2}{5}$.

Penyelesaian:

Kaedah Pembahagian Berulang

$$n = 5 \left\{ \begin{array}{l} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array} \right. \quad n = 5 \left\{ \begin{array}{l} 5 \overline{) 3\,125} \\ 5 \overline{) 625} \\ 5 \overline{) 125} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \right.$$

Maka, $\frac{32}{3\,125} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$

Kaedah Pendaraban Berulang

$$\begin{array}{c} \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \\ \hline \frac{4}{25} \\ \hline \frac{8}{125} \\ \hline \frac{16}{625} \\ \hline \frac{32}{3\,125} \end{array}$$

Maka, $\frac{32}{3\,125} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$

UJI MINDA 1.1b

1. Tuliskan setiap nombor berikut dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas yang dinyatakan dalam kurungan.

(a) 81 [asas 3]

(b) 15 625 [asas 5]

(c) $\frac{64}{125}$ [asas $\frac{4}{5}$]

(d) 0.00032 [asas 0.2]

(e) -16 384 [asas (-4)]

(f) $\frac{1}{16}$ [asas $\left(-\frac{1}{4}\right)$]

Bagaimanakah anda boleh menentukan nilai bagi nombor dalam bentuk indeks, a^n ?

Nilai a^n boleh ditentukan dengan kaedah pendaraban berulang atau dengan menggunakan kalkulator saintifik.

Contoh 4

Hitung nilai bagi nombor dalam bentuk indeks yang diberi.

(a) 2^5

$$\begin{array}{c} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ \hline 4 \times 2 \\ \hline 8 \times 2 \\ \hline 16 \times 2 \\ \hline 32 \end{array}$$

Maka, $2^5 = 32$

(b) $(0.6)^3$

$$\begin{array}{c} 0.6 \times 0.6 \times 0.6 \\ \hline 0.36 \times 0.6 \\ \hline 0.216 \\ \hline 0.6^3 = 0.216 \end{array}$$

Maka, $0.6^3 = 0.216$

KUIZ

$(m)^4 = 16$

Apakah nilai-nilai yang mungkin bagi m ?

Contoh 5

PINTAR JARI

- (a) $5^4 = 625$ → 5 ^ 4 =
- (b) $(-7)^3 = -343$ → ((-) 7) ^ 3 =
- (c) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$ → (2 ab/c 3) ^ 4 =
- (d) $\left(1\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{64}{25}$ → (1 ab/c 3 ab/c 5) ^ 2 =
- (e) $(-0.5)^6 = 0.015625$ → ((-) 0 . 5) ^ 6 =

PERINGATAN

Asas bernilai negatif dan pecahan mesti ditekan bersama tanda kurung semasa menggunakan kalkulator untuk menentukan nilai nombor tersebut.

SUDUT DISKUSI

Hitung soalan (c), (d) dan (e) contoh 5 tanpa menggunakan tanda kurung. Adakah jawapan sama? Bincangkan.

UJI MINDA 1.1c

1. Hitung nilai bagi setiap nombor dalam bentuk indeks di bawah.

- (a) 9^4 (b) $(-4)^5$ (c) $(2.5)^3$ (d) $(-3.2)^3$
 (e) $\left(\frac{3}{8}\right)^5$ (f) $\left(-\frac{1}{6}\right)^4$ (g) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2$ (h) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^3$

1.2 Hukum Indeks

- Apakah kaitan antara pendaraban nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menghubung kait pendaraban nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.

Cetusan Minda 1



Berpasangan

Tujuan: Mengenal pasti hubungan antara pendaraban nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang.

Langkah:

1. Teliti contoh (a) dan lengkapkan contoh (b) dan (c).
2. Bincang bersama rakan anda dan nyatakan tiga contoh lain.
3. Tampil tiga contoh tersebut di sudut matematik supaya kumpulan lain dapat memberi ulasan.

Pendaraban nombor dalam bentuk indeks

Pendaraban berulang

(a) $2^3 \times 2^4$

3 faktor 4 faktor 7 faktor (keseluruhan)
 $(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$
 $2^3 \times 2^4 = 2^{\boxed{7}}$
 $2^3 \times 2^4 = 2^{\boxed{3+4}}$ $\boxed{7 = 3 + 4}$

(b) $3^2 \times 3^3$

2 faktor 3 faktor 5 faktor (keseluruhan)
 $(3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$
 $3^2 \times 3^3 = 3^{\boxed{}}$
 $3^2 \times 3^3 = 3^{\boxed{}}$

Pendaraban nombor dalam bentuk indeks

(c) $5^4 \times 5^2$

Pendaraban berulang

$$\begin{array}{l} \text{4 faktor} \qquad \qquad \text{2 faktor} \qquad \qquad \text{6 faktor (keseluruhan)} \\ (5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5) = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6 \\ 5^4 \times 5^2 = 5^{\boxed{}} \\ 5^4 \times 5^2 = 5^{\boxed{}} \end{array}$$

Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda berkaitan hubungan antara pendaraban nombor dalam bentuk indeks dengan pendaraban berulang?

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

$$\begin{array}{l} 2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} \\ 3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} \\ 5^4 \times 5^2 = 5^{4+2} \end{array}$$

Secara generalisasi,

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

SUDUT DISKUSI

Diberi,

$$a^m \times a^n = b^m \times b^n.$$

Adakah $a = b$? Bincangkan.

Contoh 6

Ringkaskan setiap yang berikut.

(a) $7^2 \times 7^3$

(b) $(0.2)^2 \times (0.2)^4 \times (0.2)^5$

(c) $2k^2 \times 4k^3$

(d) $3m^4 \times \frac{1}{6}m^5 \times 12m$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 7^2 \times 7^3 \\ = 7^{2+3} \\ = 7^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad (0.2)^2 \times (0.2)^4 \times (0.2)^5 \\ = (0.2)^{2+4+5} \\ = (0.2)^{11} \end{aligned}$$

PERINGATAN

$$a = a^1$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad 2k^2 \times 4k^3 \\ = (2 \times 4)(k^2 \times k^3) \\ = 8k^{2+3} \\ = 8k^5 \end{aligned}$$

Operasi untuk pekali.

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad 3m^4 \times \frac{1}{6}m^5 \times 12m \\ = (3 \times \frac{1}{6} \times 12)(m^4 \times m^5 \times m^1) \\ = 6m^{4+5+1} \\ = 6m^{10} \end{aligned}$$

BIJAK MINDA

Jika $m^a \times m^b = m^8$, dengan keadaan $a > 0$ dan $b > 0$, apakah nilai-nilai yang mungkin bagi a dan b ?

UJI MINDA 1.2a

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $3^2 \times 3 \times 3^4$

(b) $(-0.4)^4 \times (-0.4)^3 \times (-0.4)$

(c) $\left(\frac{4}{7}\right) \times \left(\frac{4}{7}\right)^3 \times \left(\frac{4}{7}\right)^5$

(d) $\left(-1\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(-1\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(-1\frac{2}{5}\right)^5$

(e) $4m^2 \times \frac{1}{2}m^3 \times (-3)m^4$

(f) $n^6 \times \frac{4}{25}n^2 \times \frac{5}{4}n^3 \times n$

(g) $-x^4 \times \frac{25}{4}x \times \frac{12}{5}x^2$

(h) $-\frac{1}{2}y^5 \times (-6)y^3 \times \frac{1}{3}y^4$

 Bagaimanakah anda boleh permudahkan nombor atau sebutan algebra dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang berlainan?

Contoh 7

Ringkaskan setiap yang berikut.

(a) $m^3 \times n^2 \times m^4 \times n^5$

(c) $p^2 \times m^3 \times p^4 \times n^3 \times m^4 \times n^2$

(b) $(0.3)^2 \times (0.2)^2 \times 0.3 \times (0.2)^5 \times (0.3)^3$

(d) $-m^4 \times 2n^5 \times 3m \times \frac{1}{4}n^2$

Penyelesaian:

(a) $m^3 \times n^2 \times m^4 \times n^5$

$= m^3 \times m^4 \times n^2 \times n^5$ Kumpulkan asas yang sama.

$= m^{3+4} \times n^{2+5}$

$= m^7 \times n^7$ Tambahkan indeks bagi asas yang sama.

$= m^7 n^7$

(c) $p^2 \times m^3 \times p^4 \times n^3 \times m^4 \times n^2$

$= m^3 \times m^4 \times n^3 \times n^2 \times p^2 \times p^4$

$= m^{3+4} \times n^{3+2} \times p^{2+4}$

$= m^7 n^5 p^6$

(b) $(0.3)^2 \times (0.2)^2 \times 0.3 \times (0.2)^5 \times (0.3)^3$

$= (0.3)^2 \times (0.3)^1 \times (0.3)^3 \times (0.2)^2 \times (0.2)^5$

$= (0.3)^{(2+1+3)} \times (0.2)^{(2+5)}$

$= (0.3)^6 \times (0.2)^7$

(d) $-m^4 \times 2n^5 \times 3m \times \frac{1}{4}n^2$

$= (-1 \times 2 \times 3 \times \frac{1}{4}) m^4 \times m^1 \times n^5 \times n^2$

$= -\frac{3}{2} m^{4+1} n^{5+2}$

$= -\frac{3}{2} m^5 n^7$

PERINGATAN

$-a^n \neq (-a)^n$

Contoh:

$-3^2 \neq (-3)^2$

$-9 \neq 9$

UJI MINDA 1.2b

1. Nyatakan dalam bentuk indeks paling ringkas.

(a) $5^4 \times 9^3 \times 5 \times 9^2$

(b) $(0.4)^2 \times (1.2)^3 \times (0.4) \times (1.2)^5 \times (1.2)$

(c) $12x^5 \times y^3 \times \frac{1}{2}x \times \frac{2}{3}y^4$

(d) $-2k^5 \times p^6 \times \frac{1}{4}p^5 \times 3k$

 Apakah kaitan antara pembahagian nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang?

Cetusan Minda 2



Berpasangan

Tujuan: Mengetahui hubungan antara pembahagian nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang.

Langkah:

1. Teliti contoh (a) dan lengkapkan contoh (b) dan (c).
2. Beri tiga contoh lain dan bentangkan hasil dapatan anda.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menghubungkan kait pembahagian nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.

Pembagian nombor dalam bentuk indeks

Pendaraban berulang

(a) $4^5 \div 4^2$

$$\frac{4^5}{4^2} = \frac{\overbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{4 \times 4}_{2 \text{ faktor}}} = \frac{4 \times 4 \times 4}{1} = 4^3$$

$$4^5 \div 4^2 = 4^{\boxed{3}} \quad \boxed{3 = 5 - 2}$$

$$4^5 \div 4^2 = 4^{\boxed{5-2}}$$

(b) $2^6 \div 2^2$

$$\frac{2^6}{2^2} = \frac{\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{6 \text{ faktor}}}{\underbrace{2 \times 2}_{2 \text{ faktor}}} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{1} = 2^4$$

$$2^6 \div 2^2 = 2^{\boxed{4}}$$

$$2^6 \div 2^2 = 2^{\boxed{6-2}}$$

(c) $(-3)^5 \div (-3)^3$

$$\frac{(-3)^5}{(-3)^3} = \frac{\overbrace{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{(-3) \times (-3) \times (-3)}_{3 \text{ faktor}}} = \frac{(-3) \times (-3)}{1} = (-3)^2$$

$$(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{\boxed{2}}$$

$$(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{\boxed{5-3}}$$

Perbincangan:

Apakah perkaitan antara pembagian nombor dalam bentuk indeks dengan pendaraban berulang?

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

$$4^5 \div 4^2 = 4^{5-2}$$

$$2^6 \div 2^2 = 2^{6-2}$$

$$(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{5-3}$$

Secara generalisasi, $a^m \div a^n = a^{m-n}$

BIJAK MINDA

Diberi $m^a \cdot m^b = m^7$ dan $0 < a < 10$. Jika $a > b$, nyatakan nilai-nilai yang mungkin bagi a dan b .

Contoh 8

Ringkaskan setiap yang berikut.

(a) $5^4 \div 5^2$

(b) $(-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3)$

(c) $m^4 n^3 \div m^2 n$

(d) $25x^2 y^3 \div 5xy$

(e) $12m^{10} \div 4m^5 \div m^2$

(f) $-16p^8 \div 2p^5 \div 4p^2$

Penyelesaian:

$$(a) \quad 5^4 \div 5^2$$

$$= 5^{4-2}$$

$$= 5^2$$

$$(b) \quad (-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3)$$

$$= (-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3)^1$$

$$= (-3)^{4-2-1}$$

$$= (-3)^1$$

$$= -3$$

$$(c) \quad m^4 n^3 \div m^2 n$$

$$= m^4 n^3 \div m^2 n^1$$

$$= m^{4-2} n^{3-1}$$

$$= m^2 n^2$$

Penyelesaian:

1. (a) $(3^4)^2$

$= 3^{4(2)}$

$= 3^8$

(b) $(h^3)^{10}$

$= h^{3(10)}$

$= h^{30}$

(c) $((-y)^6)^3$

$= (-y)^{6(3)}$

$= (-y)^{18}$

2. (a) $(4^2)^3 = (4^3)^2$

kiri kanan

Kiri:

$(4^2)^3 = 4^{2(3)} = 4^6$

Kanan:

$(4^3)^2 = 4^{3(2)} = 4^6$

Sama

Maka, $(4^2)^3 = (4^3)^2$
adalah benar.

(b) $(2^3)^4 = (2^2)^6$

kiri kanan

Kiri:

$(2^3)^4 = 2^{3(4)} = 2^{12}$

Kanan:

$(2^2)^6 = 2^{2(6)} = 2^{12}$

Sama

Maka, $(2^3)^4 = (2^2)^6$
adalah benar.

(c) $(3^2)^6 = (27^2)^4$

kiri kanan

Kiri:

$(3^2)^6 = 3^{2(6)} = 3^{12}$

Kanan:

$(27^2)^4 = (3^{3(2)})^4$

$= 3^{6(4)}$

$= 3^{24}$

Tidak sama

Maka, $(3^2)^6 = (27^2)^4$
adalah palsu.**UJI MINDA 1.2d**

1. Gunakan hukum indeks untuk meringkaskan setiap pernyataan berikut.

(a) $(12^5)^2$

(b) $(3^{10})^2$

(c) $(7^2)^3$

(d) $((-4)^3)^7$

(e) $(k^8)^3$

(f) $(g^2)^{13}$

(g) $((-m)^4)^3$

(h) $((-c)^7)^3$

2. Tentukan sama ada persamaan berikut benar atau palsu.

(a) $(2^4)^5 = (2^2)^{10}$

(b) $(3^3)^7 = (27^2)^4$

(c) $(5^2)^5 = (125^2)^3$

(d) $-(7^2)^4 = (-49^2)^3$

 Bagaimanakah anda menggunakan hukum indeks untuk operasi pendaraban dan pembahagian?

$\begin{aligned} (a^m \times b^n)^q &= (a^m)^q \times (b^n)^q \\ &= a^{mq} \times b^{nq} \end{aligned}$	→	$(a^m b^n)^q = a^{mq} b^{nq}$
$\begin{aligned} (a^m \div b^n)^q &= (a^m)^q \div (b^n)^q \\ &= a^{mq} \div b^{nq} \end{aligned}$	→	$\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^q = \frac{a^{mq}}{b^{nq}}$

Contoh 10

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $(7^3 \times 5^4)^3$

(b) $(2^4 \times 5^3 \times 11^2)^5$

(c) $(p^2 q^3 r)^4$

(d) $(5m^4 n^3)^2$

(e) $\left(\frac{2^5}{3^2}\right)^4$

(f) $\left(\frac{2x^3}{3y^7}\right)^4$

(g) $\frac{(3m^2 n^3)^3}{6m^3 n}$

(h) $\frac{(2x^3 y^4)^4 \times (3xy^2)^3}{36x^{10} y^{12}}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad (7^3 \times 5^4)^3 &= 7^{3(3)} \times 5^{4(3)} \\ &= 7^9 \times 5^{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad (p^2 q^3 r)^4 &= p^{2(4)} q^{3(4)} r^{1(4)} \\ &= p^8 q^{12} r^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(e)} \quad \left(\frac{2^5}{3^2}\right)^4 &= \frac{2^{5(4)}}{3^{2(4)}} \\ &= \frac{2^{20}}{3^8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(g)} \quad \frac{(3m^2 n^3)^3}{6m^3 n} &= \frac{3^3 m^{2(3)} n^{3(3)}}{6m^3 n^1} \\ &= \frac{27m^6 n^9}{6m^3 n^1} \\ &= \frac{9}{2} m^{6-3} n^{9-1} \\ &= \frac{9}{2} m^3 n^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad (2^4 \times 5^3 \times 11^2)^5 &= 2^{4(5)} \times 5^{3(5)} \times 11^{2(5)} \\ &= 2^{20} \times 5^{15} \times 11^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad (5m^4 n^3)^2 &= 5^2 m^{4(2)} n^{3(2)} \\ &= 25m^8 n^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(f)} \quad \left(\frac{2x^3}{3y^7}\right)^4 &= \frac{2^4 x^{3(4)}}{3^4 y^{7(4)}} \\ &= \frac{16x^{12}}{81y^{28}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(h)} \quad \frac{(2x^3 y^4)^4 \times (3xy^2)^3}{36x^{10} y^{12}} &= \frac{2^4 x^{3(4)} y^{4(4)} \times 3^3 x^{1(3)} y^{2(3)}}{36x^{10} y^{12}} \\ &= \frac{16x^{12} y^{16} \times 27x^3 y^6}{36x^{10} y^{12}} \\ &= \left(\frac{16 \times 27}{36}\right) x^{12+3-10} y^{16+6-12} \\ &= 12x^5 y^{10} \end{aligned}$$



IMBAS KEMBALI

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= a^{m+n} \\ a^m \div a^n &= a^{m-n} \\ (a^m)^n &= a^{mn} \end{aligned}$$

KUIZ

$m^m = 256$.
Berapakah nilai m ?

SUDUT DISKUSI

Mengapakah $1^n = 1$
bagi semua nilai n ?
Bincangkan.

UJI MINDA 1.2e

1. Ringkaskan setiap yang berikut.

$$\text{(a)} \quad (2 \times 3^4)^2 \quad \text{(b)} \quad (11^3 \times 9^5)^3$$

$$\text{(e)} \quad (m^3 n^4 p^2)^5 \quad \text{(f)} \quad (2w^2 x^3)^4$$

$$\text{(c)} \quad (13^3 \div 7^6)^2$$

$$\text{(g)} \quad \left(\frac{-3a^5}{b^4}\right)^6$$

$$\text{(d)} \quad (5^3 \times 3^4)^5$$

$$\text{(h)} \quad \left(\frac{2a^5}{3b^4}\right)^3$$

2. Permudahkan setiap yang berikut.

$$\text{(a)} \quad \left(\frac{11^3 \times 4^2}{11^2}\right)^2 \quad \text{(b)} \quad \frac{3^3 \times (6^2)^3}{6^4}$$

$$\text{(e)} \quad \frac{x^2 y^6 \times x^3}{xy^2} \quad \text{(f)} \quad \frac{(h^3 k^2)^4}{(hk)^2}$$

$$\text{(c)} \quad \left(\frac{4^2}{6^3}\right)^3 \div \frac{4^2}{6^3}$$

$$\text{(g)} \quad \frac{(m^5 n^7)^3}{(m^2 n^3)^2}$$

$$\text{(d)} \quad \frac{((-4)^6)^2 \times (-5^2)^3}{(-4)^6 \times (-5)^2}$$

$$\text{(h)} \quad \frac{(b^2 d^4)^3}{(b^2 d^3)^2}$$

3. Permudahkan setiap yang berikut.

$$\text{(a)} \quad \frac{(2m^2 n^4)^3 \times (3mn^4)^2}{12m^7 n^{12}}$$

$$\text{(b)} \quad \frac{(5xy^4)^2 \times 6x^{10} y}{15x^4 y^6}$$

$$\text{(c)} \quad \frac{24d^3 e^5 \times (3d^3 e^4)^2}{(d^5 e^6) \times (6de^2)^3}$$

Bagaimanakah anda menentusahkan $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a \neq 0$?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentusahkan $a^0 = 1$
dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a \neq 0$.

Cetusan Minda 4



Berkumpulan

Tujuan: Menentukan nilai bagi nombor atau sebutan algebra yang mempunyai indeks sifar.

Langkah:

1. Teliti dan lengkapkan jadual di bawah.
2. Bincang dalam kumpulan berkaitan hasil dapatan anda.

Pembahagian dalam bentuk indeks	Penyelesaian		Kesimpulan daripada penyelesaian
	Hukum indeks	Pendaraban berulang	
(a) $2^3 \div 2^3$	$2^{3-3} = 2^0$	$\frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 1$	$2^0 = 1$
(d) $m^5 \div m^5$	$m^{5-5} = m^0$	$\frac{m \times m \times m \times m \times m}{m \times m \times m \times m \times m} = 1$	$m^0 = 1$
(c) $5^4 \div 5^4$			
(d) $(-7)^2 \div (-7)^2$			
(e) $n^6 \div n^6$			

Perbincangan:

1. Adakah dapatan kumpulan anda sama dengan kumpulan lain?
2. Apakah kesimpulan anda berkaitan indeks sifar?

Hasil daripada Cetusan Minda 4, didapati bahawa;

$$\begin{aligned} 2^0 &= 1 \\ m^0 &= 1 \end{aligned}$$

Iaitu suatu nombor atau sebutan algebra yang mempunyai indeks sifar akan memberi nilai 1.

Secara generalisasi, $a^0 = 1$; $a \neq 0$

Bagaimanakah anda menentusahkan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$?

Cetusan Minda 5



Berkumpulan

Tujuan: Menentusahkan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Langkah:

1. Teliti dan lengkapkan jadual di sebelah.

Pembahagian dalam bentuk indeks	Penyelesaian		Kesimpulan daripada penyelesaian
	Hukum indeks	Pendaraban berulang	
(a) $2^3 \div 2^5$	$2^{3-5} = 2^{-2}$	$\frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{2 \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$	$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$
(b) $m^2 \div m^5$	$m^{2-5} = m^{-3}$	$\frac{\cancel{m} \times \cancel{m}}{m \times m \times m \times \cancel{m} \times \cancel{m}} = \frac{1}{m \times m \times m} = \frac{1}{m^3}$	$m^{-3} = \frac{1}{m^3}$
(c) $3^2 \div 3^6$			
(d) $(-4)^3 \div (-4)^7$			
(e) $p^4 \div p^8$			

Perbincangan:

- Adakah dapatan anda sama dengan kumpulan lain?
- Apakah kesimpulan anda?

Hasil daripada Cetusan Minda 5, didapati bahawa;

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

$$m^{-3} = \frac{1}{m^3}$$

Secara generalisasi,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; a \neq 0$$

Contoh 11

1. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks positif.

(a) a^{-2}

(b) x^{-4}

(c) $\frac{1}{8^{-5}}$

(d) $\frac{1}{y^{-9}}$

(e) $2m^{-3}$

(f) $\frac{3}{5}n^{-8}$

(g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-10}$

(h) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-7}$

2. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks negatif.

(a) $\frac{1}{3^4}$

(b) $\frac{1}{m^5}$

(c) 7^5

(d) n^{20}

(e) $\left(\frac{4}{5}\right)^8$

(f) $\left(\frac{m}{n}\right)^{15}$

3. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $3^2 \times 3^4 \div 3^8$

(b) $\frac{(2^4)^2 \times (3^5)^3}{(2^8 \times 3^6)^2}$

(c) $\frac{(4xy^2)^2 \times x^5y}{(2x^3y)^5}$



Imbas QR Code atau layari <http://youtu.be/or-mJ85J2i8> untuk menonton video yang memerihai kaedah alternatif untuk menentukan $a^{-1} = \frac{1}{a^1}$.

BULETIN

Indeks negatif ialah suatu nombor atau sebutan algebra yang mempunyai indeks bernilai negatif.

TIP

$$\begin{aligned} \star a^{-n} &= \frac{1}{a^n} \\ \star a^n &= \frac{1}{a^{-n}} \\ \star \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} &= \left(\frac{b}{a}\right)^n \end{aligned}$$

PERINGATAN

$$2a^{-n} \neq \frac{1}{2a^n}$$

BIJAK MINDA

$$\left(-\frac{4}{9}\right)^{-6} = x^y$$

Berapakah nilai x dan nilai y ?

Penyelesaian:

1. (a) $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ (b) $x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ (c) $\frac{1}{8^{-5}} = 8^5$ (d) $\frac{1}{y^{-9}} = y^9$
 (e) $2m^{-3} = \frac{2}{m^3}$ (f) $\frac{3}{5} n^{-8} = \frac{3}{5n^8}$ (g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-10} = \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ (h) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-7} = \left(\frac{y}{x}\right)^7$
2. (a) $\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$ (b) $\frac{1}{m^5} = m^{-5}$ (c) $7^5 = \frac{1}{7^{-5}}$ (d) $n^{20} = \frac{1}{n^{-20}}$
 (e) $\left(\frac{4}{5}\right)^8 = \left(\frac{5}{4}\right)^{-8}$ (f) $\left(\frac{m}{n}\right)^{15} = \left(\frac{n}{m}\right)^{-15}$
3. (a) $3^2 \times 3^4 \div 3^8$
 $= 3^{2+4-8}$
 $= 3^{-2}$
 $= \frac{1}{3^2}$
- (b) $\frac{(2^4)^2 \times (3^5)^3}{(2^8 \times 3^6)^2}$
 $= \frac{2^8 \times 3^{15}}{2^{16} \times 3^{12}}$
 $= 2^{8-16} \times 3^{15-12}$
 $= 2^{-8} \times 3^3$
 $= \frac{3^3}{2^8}$
- (c) $\frac{(4xy^2)^2 \times x^5y}{(2x^3y)^5}$
 $= \frac{4^2x^2y^4 \times x^5y^1}{2^5x^{15}y^5}$
 $= \frac{16}{32} x^{2+5-15} y^{4+1-5}$
 $= \frac{1}{2} x^{-8} y^0$
 $= \frac{1}{2x^8}$

TIP

$y^0 = 1$

$y^1 = y$

UJI MINDA 1.2f

1. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks positif.

- (a) 5^{-3} (b) 8^{-4} (c) x^{-8} (d) y^{-16} (e) $\frac{1}{a^{-4}}$
 (f) $\frac{1}{20^{-2}}$ (g) $3n^{-4}$ (h) $-5n^{-6}$ (i) $\frac{2}{7} m^{-5}$ (j) $\left(-\frac{3}{8}\right) m^{-4}$
 (k) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-12}$ (l) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-14}$ (m) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-10}$ (n) $\left(\frac{2x}{3y}\right)^{-4}$ (o) $\left(\frac{1}{2x}\right)^{-5}$

2. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks negatif.

- (a) $\frac{1}{5^4}$ (b) $\frac{1}{8^3}$ (c) $\frac{1}{m^7}$ (d) $\frac{1}{n^9}$ (e) 10^2
 (f) $(-4)^3$ (g) m^{12} (h) n^{16} (i) $\left(\frac{4}{7}\right)^9$ (j) $\left(\frac{x}{y}\right)^{10}$

3. Permudahkan setiap yang berikut.

- (a) $\frac{(4^2)^3 \times 4^5}{(4^6)^2}$ (b) $\frac{(2^3 \times 3^2)^3}{(2 \times 3^4)^5}$ (c) $\frac{(5^2)^5}{(2^3)^{-2} \times (5^4)^2}$
 (d) $\frac{3m^2n^4 \times (mn^3)^{-2}}{9m^3n^5}$ (e) $\frac{(2m^2n^2)^{-3} \times (3mn^2)^4}{(9m^3n)^2}$ (f) $\frac{(4m^2n^4)^2}{(2m^{-2}n)^5 \times (3m^4n)^2}$

Bagaimanakah anda menentu dan menyatakan hubungan antara indeks pecahan dengan punca kuasa dan kuasa?

Hubungan antara $n\sqrt[n]{a}$ dengan $a^{\frac{1}{n}}$

Di Tingkatan 1, anda telah belajar tentang kuasa dua dan punca kuasa dua serta kuasa tiga dan punca kuasa tiga. Tentukan nilai x bagi

(a) $x^2 = 9$

(b) $x^3 = 64$

Penyelesaian:

(a) $x^2 = 9$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{3^2}$$

$$x = 3$$

Punca kuasa dua digunakan untuk penghapusan kuasa dua.

(b) $x^3 = 64$

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{4^3}$$

$$x = 4$$

Punca kuasa tiga digunakan untuk penghapusan kuasa tiga.

TIP

$$\blacklozenge 9 = 3^2 \quad \blacklozenge 64 = 4^3$$

Tahukah anda, nilai bagi x dalam contoh (a) dan (b) di atas boleh ditentukan dengan indeks yang dikuasakan dengan nilai salingannya?

(a) $x^2 = 9$

$$x^{2(\frac{1}{2})} = 9^{\frac{1}{2}}$$

$$x^1 = 3^{2(\frac{1}{2})}$$

$$x = 3$$

Salingan bagi 2 ialah $\frac{1}{2}$.

(b) $x^3 = 64$

$$x^{3(\frac{1}{3})} = 64^{\frac{1}{3}}$$

$$x^1 = 4^{3(\frac{1}{3})}$$

$$x = 4$$

Salingan bagi 3 ialah $\frac{1}{3}$.

BULETIN

$\frac{1}{a}$ merupakan salingan untuk a .

Daripada dua kaedah penyelesaian bagi menentukan nilai x pada contoh di atas didapati bahawa;

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x} &= x^{\frac{1}{2}} \\ 3\sqrt{x} &= x^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Secara generalisasi, $n\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}; a \neq 0$

BIJAK MINDA

Apakah penyelesaian untuk $\sqrt{-4}$? Bincangkan.

Contoh 12

1. Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $a^{\frac{1}{n}}$.

(a) $2\sqrt{36}$

(b) $3\sqrt{-27}$

(c) $5\sqrt{m}$

(d) $7\sqrt{n}$

2. Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $n\sqrt[n]{a}$.

(a) $125^{\frac{1}{3}}$

(b) $256^{\frac{1}{8}}$

(c) $(-1\ 000)^{\frac{1}{3}}$

(d) $n^{\frac{1}{12}}$

3. Hitung nilai setiap sebutan berikut.

(a) $5\sqrt{-32}$

(b) $6\sqrt[4]{729}$

(c) $512^{\frac{1}{3}}$

(d) $(-243)^{\frac{1}{5}}$

Penyelesaian:

1. (a) $2\sqrt{36} = 36^{\frac{1}{2}}$ (b) $3\sqrt{-27} = (-27)^{\frac{1}{3}}$ (c) $5\sqrt{m} = m^{\frac{1}{5}}$ (d) $7\sqrt{n} = n^{\frac{1}{7}}$

2. (a) $125^{\frac{1}{3}} = 5\sqrt[5]{125}$ (b) $256^{\frac{1}{8}} = 8\sqrt[8]{256}$ (c) $(-1\ 000)^{\frac{1}{3}} = 3\sqrt[3]{(-1\ 000)}$ (d) $n^{\frac{1}{12}} = 12\sqrt[12]{n}$

$$\begin{array}{llll}
 3. \text{ (a) } \sqrt[5]{-32} = (-32)^{\frac{1}{5}} & \text{(b) } \sqrt[6]{729} = 729^{\frac{1}{6}} & \text{(c) } 512^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{3}{3}} & \text{(d) } (-243)^{\frac{1}{5}} = (-3)^{\frac{5}{5}} \\
 = (-2)^{5(\frac{1}{5})} & = 3^{6(\frac{1}{6})} & = 8^1 & = (-3)^1 \\
 = (-2)^1 & = 3^1 & = 8 & = -3 \\
 = -2 & = 3 & &
 \end{array}$$

UJI MINDA 1.2g
TIP

Anda boleh menggunakan kalkulator saintifik untuk menyemak jawapan.

- Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $a^{\frac{1}{n}}$.
 (a) $\sqrt[3]{125}$ (b) $\sqrt[7]{2187}$ (c) $\sqrt[5]{-1024}$ (d) $10\sqrt{n}$
- Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $\sqrt[n]{a}$.
 (a) $4^{\frac{1}{2}}$ (b) $32^{\frac{1}{5}}$ (c) $(-729)^{\frac{1}{3}}$ (d) $n^{\frac{1}{15}}$
- Hitung nilai setiap sebutan berikut.
 (a) $\sqrt[3]{343}$ (b) $\sqrt[5]{-7776}$ (c) $262144^{\frac{1}{6}}$ (d) $(-32768)^{\frac{1}{5}}$

 Apakah hubungan antara $a^{\frac{m}{n}}$ dengan $(a^m)^{\frac{1}{n}}$, $(a^{\frac{1}{n}})^m$, $\sqrt[n]{a^m}$ dan $(\sqrt[n]{a})^m$?

Anda telah pelajari bahawa;

$$a^{mn} = (a^m)^n \text{ dan } \sqrt[n]{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{n}}$$

Daripada dua hukum di atas, kita boleh menukarkan $a^{\frac{m}{n}}$ kepada $(a^m)^{\frac{1}{n}}$, $(a^{\frac{1}{n}})^m$, $\sqrt[n]{a^m}$ dan $(\sqrt[n]{a})^m$. Hitung nilai setiap yang berikut. Lengkapkan jadual seperti contoh (a).

	$a^{\frac{m}{n}}$	$(a^m)^{\frac{1}{n}}$	$(a^{\frac{1}{n}})^m$	$\sqrt[n]{a^m}$	$(\sqrt[n]{a})^m$
(a)	$64^{\frac{2}{3}}$	$(64^2)^{\frac{1}{3}}$ $= 4096^{\frac{1}{3}}$ $= 16^{3(\frac{1}{3})}$ $= 16$	$(64^{\frac{1}{3}})^2$ $= 4^{\frac{2}{3}(\frac{1}{3})(2)}$ $= 4^2$ $= 16$	$\sqrt[3]{64^2}$ $= \sqrt[3]{4096}$ $= 16$	$(\sqrt[3]{64})^2$ $= 4^2$ $= 16$
(b)	$16^{\frac{3}{4}}$				
(c)	$243^{\frac{2}{5}}$				

Adakah jawapan anda untuk contoh (b) dan (c) sama dengan menggunakan kaedah yang berlainan? Bincangkan.

Daripada aktiviti di atas, didapati bahawa;

$$\begin{aligned}
 a^{\frac{m}{n}} &= (a^m)^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m \\
 a^{\frac{m}{n}} &= \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m
 \end{aligned}$$

Contoh 13

- Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $(a^m)^{\frac{1}{n}}$ dan $(a^{\frac{1}{n}})^m$.
 (a) $81^{\frac{3}{2}}$ (b) $27^{\frac{2}{3}}$ (c) $h^{\frac{3}{5}}$
- Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $\sqrt[n]{a^m}$ dan $(\sqrt[n]{a})^m$.
 (a) $343^{\frac{2}{3}}$ (b) $4\,096^{\frac{5}{6}}$ (c) $m^{\frac{2}{3}}$

Penyelesaian:

- (a) $81^{\frac{3}{2}} = (81^3)^{\frac{1}{2}}$ (b) $27^{\frac{2}{3}} = (27^2)^{\frac{1}{3}}$ (c) $h^{\frac{3}{5}} = (h^3)^{\frac{1}{5}}$
 $81^{\frac{3}{2}} = (81^{\frac{1}{2}})^3$ $27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2$ $h^{\frac{3}{5}} = (h^{\frac{1}{5}})^3$
- (a) $343^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{343^2}$ (b) $4\,096^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{4\,096^5}$ (c) $m^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{m^2}$
 $343^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{343})^2$ $4\,096^{\frac{5}{6}} = (\sqrt[6]{4\,096})^5$ $m^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{m})^2$

UJI MINDA 1.2h

- Lengkapkan jadual di bawah.

$a^{\frac{m}{n}}$	$729^{\frac{5}{6}}$	$121^{\frac{3}{2}}$	$11^{\frac{3}{7}}$	$x^{\frac{2}{5}}$	$\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}}$	$\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{2}{3}}$
$(a^m)^{\frac{1}{n}}$						
$(a^{\frac{1}{n}})^m$						
$\sqrt[n]{a^m}$						
$(\sqrt[n]{a})^m$						

Contoh 14

- Hitung nilai setiap sebutan berikut.

(a) $9^{\frac{5}{2}}$ (b) $16^{\frac{5}{4}}$

Penyelesaian:

1. (a) $9^{\frac{5}{2}}$ (b) $16^{\frac{5}{4}}$

Kaedah 1 $9^{\frac{5}{2}} = (\sqrt{9})^5 = (3)^5 = 243$

Kaedah 1 $16^{\frac{5}{4}} = (\sqrt[4]{16})^5 = 2^5 = 32$

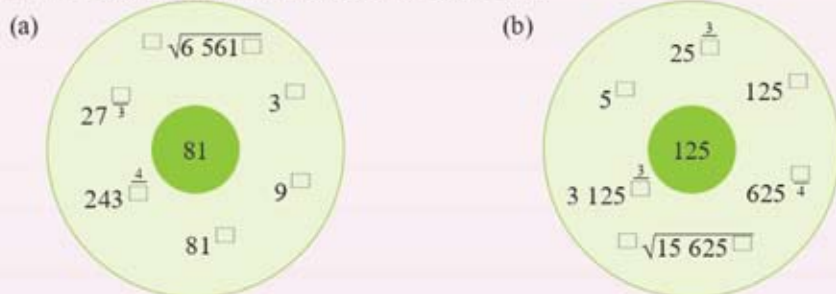
Kaedah 2 $9^{\frac{5}{2}} = \sqrt{9^5} = \sqrt{59\,049} = 243$

Kaedah 2 $16^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{16^5} = \sqrt[4]{1\,048\,576} = 32$

1. Hitung nilai setiap yang berikut.

- (a) $27^{\frac{2}{3}}$ (b) $32^{\frac{3}{5}}$ (c) $128^{\frac{2}{7}}$ (d) $256^{\frac{3}{8}}$
 (e) $64^{\frac{4}{3}}$ (f) $1\,024^{\frac{3}{5}}$ (g) $1\,296^{\frac{2}{3}}$ (h) $49^{\frac{3}{2}}$
 (i) $2\,401^{\frac{1}{4}}$ (j) $121^{\frac{3}{2}}$ (k) $2\,197^{\frac{2}{3}}$ (l) $10\,000^{\frac{3}{4}}$

2. Lengkapkan rajah berikut dengan nilai yang betul.



Bagaimana anda melaksanakan operasi yang melibatkan hukum indeks?

STANDARD PEMBELAJARAN

Melaksanakan operasi yang melibatkan hukum indeks.

Hukum Indeks

$$\begin{aligned}
 a^m \times a^n &= a^{m+n} \\
 a^m \div a^n &= a^{m-n} \\
 (a^m)^n &= a^{mn}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a^0 &= 1 \\
 a^{-n} &= \frac{1}{a^n}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a^{\frac{1}{n}} &= \sqrt[n]{a} \\
 a^{\frac{m}{n}} &= a^{m(\frac{1}{n})} = (a^{\frac{1}{n}})^m \\
 a^{\frac{m}{n}} &= \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m
 \end{aligned}$$

Contoh 15

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $\frac{(-3x)^3 \times (2x^3y^{-4})^2}{108x^4y^3}$ (b) $\frac{\sqrt{m}n^{\frac{3}{4}} \times (mn^3)^{\frac{1}{5}}}{(m^{-1}\sqrt{n^3})^{\frac{1}{6}}}$ (c) $\frac{(2h)^2 \times (16h^8)^{\frac{1}{4}}}{(8^{\frac{1}{3}}h)^{-2}}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & \frac{(-3x)^3 \times (2x^3y^{-4})^2}{108x^4y^3} \\
 &= \frac{(-3)^3x^3 \times 2^2x^{3(2)}y^{-4(2)}}{108x^4y^3} \\
 &= \frac{-27x^3 \times 4x^6y^{-8}}{108x^4y^3} \\
 &= \left(\frac{-27 \times 4}{108}\right)x^{3+6-4}y^{-8-3} \\
 &= -1x^5y^{-11} \\
 &= -\frac{x^5}{y^{11}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad & \frac{\sqrt{m}n^{\frac{3}{4}} \times (mn^3)^{\frac{1}{5}}}{(m^{-1}\sqrt{n^3})^{\frac{1}{6}}} \\
 &= \frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{3}{4}} \times m^{\frac{1}{5}}n^{3(\frac{1}{5})}}{m^{-1(\frac{1}{6})}n^{\frac{1}{6}(\frac{3}{2})}} \\
 &= \frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{3}{4}} \times m^{\frac{1}{5}}n^{\frac{3}{5}}}{m^{-\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{4}}} \\
 &= m^{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} - (-\frac{1}{6})}n^{\frac{3}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{4}} \\
 &= m^1n^{\frac{3}{5}} \\
 &= mn^{\frac{3}{5}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad & \frac{(2h)^2 \times (16h^8)^{\frac{1}{4}}}{(8^{\frac{1}{3}}h)^{-2}} \\
 &= \frac{2^2h^2 \times 16^{\frac{1}{4}}h^{8(\frac{1}{4})}}{8^{\frac{1}{3}(-2)}h^{(-2)}} \\
 &= \frac{2^2h^2 \times 2^4(\frac{1}{4})h^{2(\frac{1}{4})}}{2^{\frac{2}{3}(-2)}h^{(-2)}} \\
 &= \frac{2^2h^2 \times 2^1h^2}{2^{-2}h^{-2}} \\
 &= 2^{2+1-(-2)}h^{2+2-(-2)} \\
 &= 2^5h^6 \\
 &= 32h^6
 \end{aligned}$$

Contoh 16

1. Hitung nilai setiap yang berikut.

$$(a) \frac{49^{\frac{1}{2}} \times 125^{-\frac{1}{3}}}{4\sqrt{2} 401 \times 5\sqrt{3} 125}$$

$$(b) \frac{16^{\frac{1}{4}} \times 81^{-\frac{1}{4}}}{(2^6 \times 3^4)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(c) \frac{(243^{\frac{4}{5}} \times 5^{\frac{1}{2}})^2}{4\sqrt{81} \times \sqrt{25^4}}$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} (a) & \frac{49^{\frac{1}{2}} \times 125^{-\frac{1}{3}}}{4\sqrt{2} 401 \times 5\sqrt{3} 125} \\ &= \frac{7^{2(\frac{1}{2})} \times 5^{3(-\frac{1}{3})}}{(7^4)^{\frac{1}{2}} \times (5^5)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{7^1 \times 5^{-1}}{7^1 \times 5^1} \\ &= 7^{1-1} \times 5^{-1-1} \\ &= 7^0 \times 5^{-2} \\ &= 1 \times \frac{1}{5^2} \\ &= \frac{1}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) & \frac{16^{\frac{1}{4}} \times 81^{-\frac{1}{4}}}{(2^6 \times 3^4)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2^{4(\frac{1}{4})} \times 3^{4(-\frac{1}{4})}}{2^{6(\frac{1}{2})} \times 3^{4(\frac{1}{2})}} \\ &= \frac{2^3 \times 3^{-1}}{2^3 \times 3^2} \\ &= 2^{3-3} \times 3^{-1-2} \\ &= 2^0 \times 3^{-3} \\ &= 1 \times \frac{1}{3^3} \\ &= \frac{1}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c) & \frac{(243^{\frac{4}{5}} \times 5^{\frac{1}{2}})^2}{4\sqrt{81} \times \sqrt{25^4}} \\ &= \frac{243^{\frac{4}{5}(2)} \times 5^{\frac{1}{2}(2)}}{81^{\frac{1}{2}} \times 25^{\frac{4}{2}}} \\ &= \frac{3^{8(\frac{4}{5})} \times 5^3}{3^{4(\frac{1}{2})} \times 5^{2(\frac{4}{2})}} \\ &= \frac{3^8 \times 5^3}{3^1 \times 5^4} \\ &= 3^{8-1} \times 5^{3-4} \\ &= 3^7 \times 5^{-1} \\ &= \frac{3^7}{5} \\ &= \frac{2187}{5} \\ &= 437 \frac{2}{5} \end{aligned}$$

UJI MINDA 1.2j

1. Permudahkan setiap yang berikut.

$$(a) \frac{3\sqrt{c^3d^3e} \times c^{\frac{1}{3}}d^2e^{\frac{2}{3}}}{(c^{-3}d^2e)^2}$$

$$(b) \frac{(mn^2)^3 \times (\sqrt{mn})^4}{(m^6n^3)^{\frac{2}{3}}}$$

$$(c) \frac{\sqrt{25x^3yz^2} \times 4x^2z}{\sqrt{36x^5yz^8}}$$

2. Hitung nilai setiap yang berikut.

$$(a) \frac{\sqrt{7^{-4}} \times 11^4}{49 \times 121}$$

$$(b) \frac{(5^{-3} \times 3^6)^{\frac{1}{3}} \times 4\sqrt{16}}{(125 \times 729 \times 64)^{-\frac{1}{3}}}$$

$$(c) \frac{(2^6 \times 3^4 \times 5^2)^{\frac{1}{2}}}{4\sqrt{256} \times \sqrt{729} \times 3\sqrt{125}}$$

$$(d) \frac{9\sqrt{512} \times 3\sqrt{343} \times \sqrt{121}}{(64)^{\frac{1}{3}} \times (81)^{\frac{1}{4}} \times (14\ 641)^{\frac{1}{4}}}$$

$$(e) \frac{(2^4 \times 3^6)^{\frac{1}{2}} \times 3\sqrt{8} \times \sqrt{81}}{16^{\frac{1}{4}} \times 27^{\frac{1}{3}}}$$

$$(f) \frac{64^{\frac{2}{3}} \times 3\sqrt{125} \times (2 \times \frac{1}{3})^{-3}}{4^2 \times 4\sqrt{625}}$$

3. Diberi bahawa $m = 2$ dan $n = -3$. Hitung nilai bagi $64^{\frac{m}{3}} \times 512^{(-\frac{1}{n})} \div 81^{\frac{n}{3m}}$.

4. Diberi bahawa $a = \frac{1}{2}$ dan $b = \frac{2}{3}$. Hitung nilai bagi $144^a \div 64^b \times 256^{\frac{a}{b}}$.

Bagaimanakah anda boleh menyelesaikan masalah yang melibatkan hukum indeks?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan hukum indeks.

IMBAS KEMBALI

Faktor perdana sepunya 6 dan 12 ialah 2 dan 3.

Contoh 17

Hitung nilai bagi $\sqrt{3} \times 12^{\frac{1}{2}} \div 6$ tanpa menggunakan kalkulator.

Memahami masalah

Menghitung nilai bagi nombor dalam bentuk indeks yang diberi dalam asas yang berlainan.

Merancang strategi

Tukar setiap asas kepada faktor perdana dan hitung nilai dengan mengaplikasi hukum indeks.

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \times 12^{\frac{1}{2}} \div 6 &= 3^{\frac{1}{2}} \times (2 \times 2 \times 3)^{\frac{1}{2}} \div (2 \times 3) \\ &= 3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} \div (2^1 \times 3^1) \\ &= 3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1} \times 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1} \\ &= 3^1 \times 2^0 \\ &= 12 \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

$$\sqrt{3} \times 12^{\frac{1}{2}} \div 6 = 12$$

Contoh 18

Hitung nilai x bagi persamaan $3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 = 1$.

Memahami masalah

Menghitung nilai bagi pemboleh ubah x yang merupakan sebahagian daripada indeks.

Merancang strategi

Soalan ini merupakan satu persamaan. Maka, nilai di kiri persamaan akan sama dengan nilai di kanan persamaan. Tukarkan semua sebutan kepada bentuk indeks dengan asas 3.

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} 3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 &= 1 & 3x + 6 &= 0 \\ 3^x \times 3^{2(x+5)} \div 3^4 &= 3^0 & 3x &= -6 \\ 3^{x+2(x+5)-4} &= 3^0 & x &= \frac{-6}{3} \\ 3^{x+2x+10-4} &= 3^0 & x &= -2 \\ 3^{3x+6} &= 3^0 & & \\ \xrightarrow{\text{Hukum Indeks}} & a^m = a^n & & \\ & m = n & & \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

Jika $3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 = 1$, maka, $x = -2$

PERINGATAN

- ♦ Jika $a^m = a^n$ maka, $m = n$
- ♦ Jika $a^m = b^m$ maka, $a = b$

Semak Jawapan

Anda boleh semak jawapan dengan menggantikan nilai x ke dalam persamaan asal.

$$3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 = 1$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{Kiri}} \qquad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{Kanan}}$

Gantikan $x = -2$ pada bahagian kiri persamaan

$$\begin{aligned} 3^{-2} \times 9^{-2+5} \div 3^4 &= 3^{-2} \times 9^3 \div 3^4 \\ &= 3^{-2} \times 3^{2(3)} \div 3^4 \\ &= 3^{-2+6-4} \\ &= 3^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Nilai yang sama dengan bahagian kanan persamaan.

Contoh 19

Hitung nilai-nilai x yang mungkin bagi persamaan $3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$.

Memahami masalah

Menghitung nilai x yang merupakan sebahagian daripada indeks.

Merancang strategi

Semua asas yang terlibat dalam persamaan adalah sama.

Melaksanakan strategi

$$3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$$

$$3^{x^2+2x} = 3^{15}$$

$$x^2 + 2x = 15$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x-3)(x+5) = 0$$

$$x-3 = 0 \text{ atau } x+5 = 0$$

$$x = 0 + 3$$

$$x = 3$$

Jika $a^m = a^n$,
maka, $m = n$.

Selesaikan persamaan kuadratik dengan kaedah pemfaktoran.

$$x = 0 - 5$$

$$x = -5$$

Membuat kesimpulan

Nilai-nilai x yang mungkin bagi persamaan $3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$ ialah 3 dan -5 .

Contoh 20

Selesaikan persamaan serentak berikut.

$$25^m \times 5^n = 5^8 \text{ dan } 2^m \times \frac{1}{2^n} = 2$$

Penyelesaian:

$$25^m \times 5^n = 5^8$$

$$5^{2(m)} \times 5^n = 5^8$$

$$5^{2m+n} = 5^8$$

$$2m + n = 8 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$2^m \times \frac{1}{2^n} = 2$$

$$2^m \times 2^{-n} = 2^1$$

$$2^{m+(-n)} = 2^1$$

$$m - n = 1 \rightarrow \textcircled{2}$$

Persamaan $\textcircled{1}$ dan $\textcircled{2}$ boleh diselesaikan melalui kaedah penggantian.

Daripada $\textcircled{1}$:

$$2m + n = 8$$

$$n = 8 - 2m \rightarrow \textcircled{3}$$

Gantikan $\textcircled{3}$ ke dalam $\textcircled{2}$

$$m - n = 1$$

$$m - (8 - 2m) = 1$$

$$m - 8 + 2m = 1$$

$$m + 2m = 1 + 8$$

$$3m = 9$$

$$m = \frac{9}{3}$$

$$m = 3$$

Gantikan $m = 3$ ke dalam $\textcircled{1}$

$$2m + n = 8$$

$$2(3) + n = 8$$

$$6 + n = 8$$

$$n = 8 - 6$$

$$n = 2$$

Maka, $m = 3$ dan $n = 2$.

Anda juga boleh gantikan $m = 3$ ke dalam persamaan $\textcircled{2}$ atau $\textcircled{3}$.

Semak Jawapan

Gantikan nilai-nilai x ke dalam persamaan asal.

$$3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$$

Gantikan $x = 3$

Kiri:

$$3^{(3)^2} \times 3^{2(3)}$$

$$= 3^9 \times 3^6$$

$$= 3^{9+6}$$

$$= 3^{15}$$

Sama

Kanan:

$$3^{15}$$

Gantikan $x = -5$

Kiri:

$$3^{(-5)^2} \times 3^{2(-5)}$$

$$= 3^{25} \times 3^{-10}$$

$$= 3^{25+(-10)}$$

$$= 3^{15}$$

Sama

Kanan:

$$3^{15}$$

IMBAS KEMBALI

Persamaan linear serentak dalam dua pemboleh ubah boleh diselesaikan dengan kaedah penggantian atau kaedah penghapusan.

Semak Jawapan

Gantikan $m = 3$ dan $n = 2$ ke dalam persamaan serentak yang asal.

$$25^m \times 5^n = 5^8$$

Kiri:

$$25^m \times 5^n$$

$$= 5^{2(m)} \times 5^n$$

$$= 5^{2(3)} \times 5^2$$

$$= 5^{6+2}$$

$$= 5^8$$

Kanan:

$$5^8$$

Sama

Kiri:

$$2^m \times \frac{1}{2^n}$$

$$= 2^3 \times \frac{1}{2^2}$$

$$= 2^3 \times 2^{-2}$$

$$= 2^{3+(-2)}$$

$$= 2^1$$

$$= 2$$

Kanan:

$$2$$

Sama



Saya dapat persamaan $16(4^x) = 16^y$.

Persamaan saya ialah $3(9^x) = 27^y$.

Nilai pemboleh ubah x dan y boleh ditentukan jika anda dapat menyelesaikan kedua-dua persamaan tersebut.

Chong dan Navin menjalankan dua uji kaji untuk menentukan hubungan antara pemboleh ubah x dan y . Persamaan yang diperoleh oleh Chong ialah $16(4^x) = 16^y$, sementara Navin mendapat $3(9^x) = 27^y$ sebagai dapatan uji kaji yang dijalankan. Hitung nilai x dan nilai y yang dapat memuaskan kedua-dua uji kaji yang telah dijalankan oleh Chong dan Navin.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 16(4^x) &= 16^y & 3(9^x) &= 27^y \\ 4^2(4^x) &= 4^{2y} & 3(3^{2x}) &= 3^{3y} \\ 4^{2+x} &= 4^{2y} & 3^{1+2x} &= 3^{3y} \\ 2+x &= 2y \rightarrow \textcircled{1} & 1+2x &= 3y \rightarrow \textcircled{2} \end{aligned}$$

Anda juga boleh gantikan $y = 3$ dalam persamaan $\textcircled{2}$ atau $\textcircled{3}$.

Persamaan $\textcircled{1}$ dan $\textcircled{2}$ boleh diselesaikan dengan kaedah penghapusan.

Darabkan persamaan $\textcircled{1}$ dengan 2 untuk menyamakan nilai pekali pemboleh ubah x .

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 2 : 4 + 2x &= 4y \rightarrow \textcircled{3} \\ \textcircled{2} : 1 + 2x &= 3y \\ \textcircled{3} - \textcircled{2} : & \\ 3 + 0 &= y \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Gantikan $y = 3$ dalam persamaan $\textcircled{1}$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} : 2 + x &= 2y \\ 2 + x &= 2(3) \\ x &= 6 - 2 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Maka, $x = 4, y = 3$

Cabaran Dinamis

Uji Diri

1. Nyatakan sama ada operasi yang melibatkan hukum indeks berikut benar atau palsu. Jika palsu, nyatakan jawapan yang betul.

(a) $a^5 = a \times a \times a \times a \times a$

(b) $5^2 = 10$

(c) $3^0 = 0$

(d) $(2x^3)^5 = 2x^{15}$

(e) $m^0 n^0 = 1$

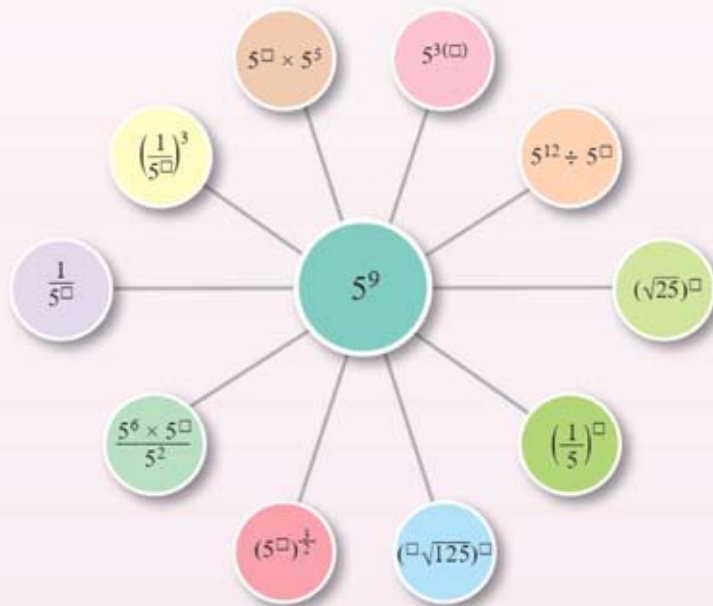
(f) $2a^{-4} = \frac{1}{2a^4}$

(g) $32^{\frac{1}{5}} = (2\sqrt{32})^5$

(h) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-4} = \left(\frac{n}{m}\right)^4$

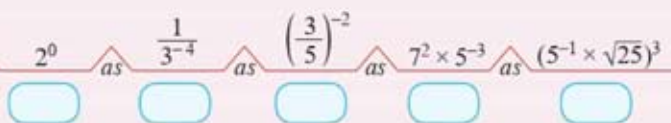
(i) $(5m^{\frac{1}{4}})^{-4} = \frac{625}{m}$

2. Salin dan lengkapkan rajah di bawah dengan nilai yang sesuai.



3. Salin dan lengkapkan rajah di bawah.

Operasi yang
melibatkan
hukum indeks
Nilai



Mahir Diri

1. Ringkaskan setiap yang berikut.

(a) $(mn^4)^3 \div m^4n^5$

(b) $3x \times \frac{1}{6}y^4 \times (xy)^3$

(c) $\sqrt{xy} \times {}^3\sqrt{xy^2} \times {}^6\sqrt{xy^5}$

2. Hitung nilai setiap yang berikut.

(a) $64^{\frac{1}{3}} \times 5^{-3}$

(b) $7^{-1} \times 125^{\frac{2}{3}}$

(c) $(256)^{\frac{3}{4}} \times 2^{-3}$

(d) $2^4 \times 16^{-\frac{3}{4}}$

(e) $\sqrt{49} \times 3^{-2} \div (\sqrt{81})^{-1}$

(f) $(125)^{\frac{2}{3}} \times (25)^{-\frac{3}{2}} \div (625)^{-\frac{1}{4}}$

3. Hitung nilai x bagi setiap persamaan berikut.

(a) $2^6 \div 2^x = 8$

(b) $3^{-4} \times 81 = 3^x$

(c) $a^x a^8 = 1$

(d) $4 \times 8^{x+1} = 2^{2x}$

(e) $(a^x)^2 \times a^5 = a^{3x}$

(f) $2^x = \frac{2^{10}}{16^x}$

(g) $3^6 \div 3^x = 81^{(x-1)}$

(h) $(m^2)^x \times m^{(x+1)} = m^{-2}$

(i) $25^x \div 125 = \frac{1}{5^x}$

Masteri Kendiri

1. Hitung nilai setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.

(a) $4^{\frac{1}{3}} \times 50^{\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{1}{3}}$

(b) $5^{\frac{1}{2}} \times 20^{\frac{1}{2}} \div 10^{-2}$

(c) $60^{\frac{1}{2}} \times 125^{\frac{1}{3}} \div \sqrt{15}$

2. Hitung nilai x bagi setiap persamaan berikut.

(a) $64x^{\frac{1}{2}} = 27x^{-\frac{1}{2}}$

(b) $3x^{\frac{2}{3}} = \frac{27}{4}x^{-\frac{4}{3}}$

(c) $25x^{-\frac{2}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{1}{3}} = 0$

3. Hitung nilai-nilai x yang mungkin bagi setiap persamaan berikut.

(a) $a^{x^2} \div a^{5x} = a^6$

(b) $2^{x^2} \times 2^{6x} = 2^7$

(c) $5^{x^2} \div 5^{3x} = 625$

4. Selesaikan persamaan serentak berikut.

(a) $81^{(x+1)} \times 9^x = 3^5$ dan $8^{2x} \times 4(2^{3y}) = 128$

(b) $4(4^x) = 8^{y+2}$ dan $9^x \times 27^y = 1$

5. Dalam satu eksperimen yang dijalankan oleh Susan, didapati suhu sejenis logam meningkat daripada 25°C kepada $T^\circ\text{C}$ mengikut persamaan $T = 25(1.2)^m$ apabila logam tersebut dipanaskan selama m saat. Hitung beza suhu di antara saat kelima dengan saat keenam, dalam darjah Celsius terdekat.



6. Encik Azmi membeli sebuah kereta buatan tempatan dengan harga RM55 000. Selepas 6 tahun Encik Azmi ingin menjual kereta tersebut. Berdasarkan penerangan pihak pembeli kereta terpakai, harga kereta Encik Azmi akan dihitung dengan formula $\text{RM}55\,000 \left(\frac{8}{9}\right)^n$. Dalam situasi ini, n ialah bilangan tahun yang dihitung selepas sebuah kereta dibeli. Berapakah nilai pasaran kereta Encik Azmi? Nyatakan jawapan anda dalam RM yang terdekat.



7. Puan Kiran Kaur menyimpan RM50 000 pada 1 Mac 2019 di sebuah bank tempatan dengan faedah 3.5% setahun. Selepas t tahun, jumlah simpanan Puan Kiran Kaur dalam RM ialah $50\,000(1.035)^t$. Hitung jumlah simpanan pada 1 Mac 2025, jika Puan Kiran Kaur tidak pernah mengeluarkan wang simpanannya.



PROJEK

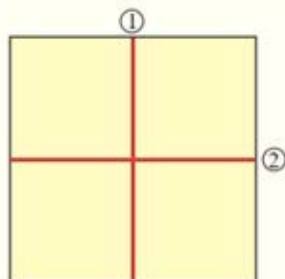
Bahan: Kertas A4, gunting, pembaris panjang, pensel.

Arahan: (a) Lakukan projek ini dalam kumpulan kecil.

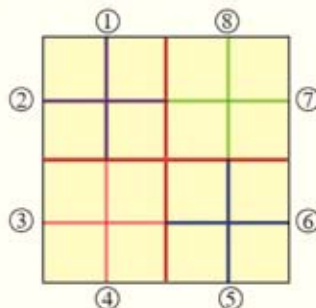
(b) Gunting kertas A4 untuk menghasilkan kertas berbentuk segi empat sama. (Sebesar yang mungkin)

Langkah:

1. Lukis paksi simetri (menegak dan mengufuk sahaja) seperti Rajah 1.
2. Hitung bilangan segi empat sama yang terbentuk. Tuliskan jawapan anda di dalam ruangan yang disediakan pada Lembaran A.
3. Lukis paksi simetri menegak dan mengufuk bagi setiap segi empat sama seperti Rajah 2.
4. Hitung bilangan segi empat sama yang terbentuk. Tuliskan jawapan anda di dalam Lembaran A.
5. Ulangi langkah 3 dan langkah 4 sebanyak yang mungkin.



Rajah 1



Rajah 2

6. Bandingkan dapatan anda dengan kumpulan lain.
7. Apakah yang anda boleh nyatakan tentang pola pada ruangan 'bentuk indeks' dari Lembaran A?
8. Bincang pola yang anda kenal pasti.



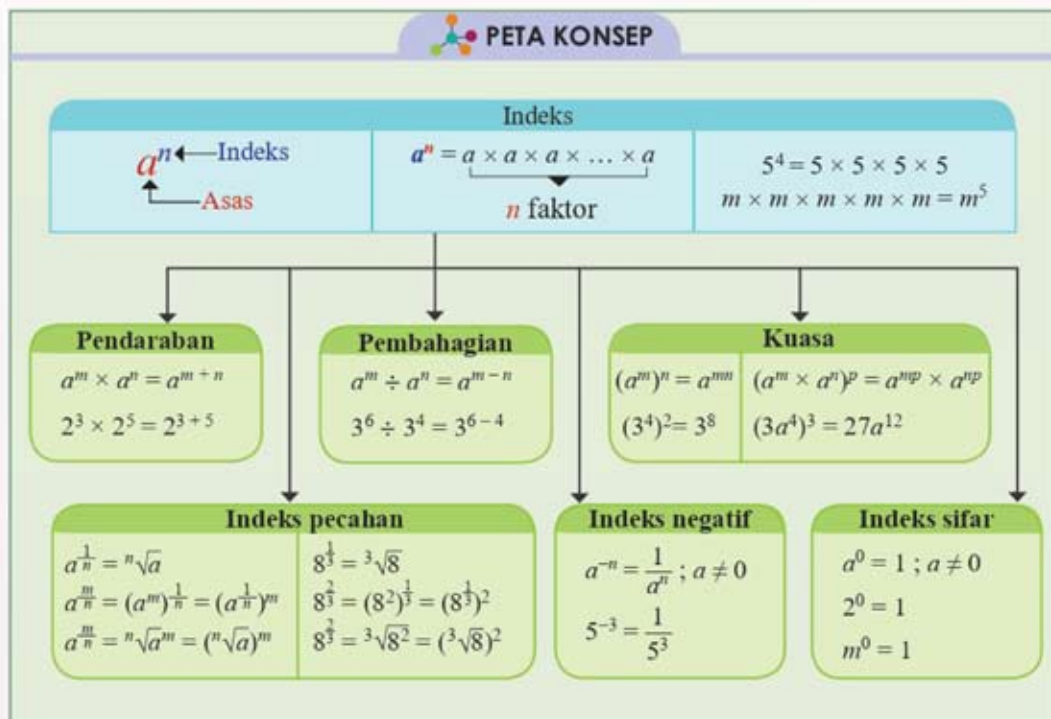
Imbas QR Code atau layari <http://yakin-pelajar.com/Bab%201/lembaran%20A/Bab%201%20lembaran%20A.pdf> untuk memuat turun Lembaran A.

Lembaran A

Bilangan paksi simetri	Bentuk indeks	Bilangan segi empat sama	Bentuk indeks
0	—	1	2^0
2	2^1	4	2^2
8		16	



PETA KONSEP



IMBAS KENDIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



- Mewakilkan pendaraban berulang dalam bentuk indeks dan menghuraikan maksudnya.
- Menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks dan sebaliknya.
- Menghubung kait pendaraban nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.
- Menghubung kait pembahagian nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.
- Menghubung kait nombor dalam bentuk indeks yang dikuasakan dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.
- Menentusahkan $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}; a \neq 0$.
- Menentu dan menyatakan hubungan antara indeks pecahan dengan punca kuasa dan kuasa.
- Melaksanakan operasi yang melibatkan hukum indeks.
- Menyelesaikan masalah yang melibatkan hukum indeks.

JELAJAH MATEMATIK

Adakah anda masih ingat tentang Segi Tiga Pascal yang dipelajari dalam bab Pola dan Jujukan di Tingkatan 2?

Segi Tiga Pascal yang dicipta oleh *Blaise Pascal*, seorang ahli matematik Perancis mempunyai banyak keunikan. Mari kita jelajah dua keunikan yang terdapat dalam Segi Tiga Pascal.

Aktiviti 1



Lembaran 1

Hasil tambah	Bentuk indeks
1	2^0
2	2^1
4	2^2

Lembaran 1(a)

Arahan:

1. Lakukan aktiviti ini secara berpasangan.
2. Bina satu Segi Tiga Pascal seperti di Lembaran 1.
3. Hitung hasil tambah nombor-nombor pada setiap baris. Tuliskan hasil tambah tersebut dalam tatatanda indeks dengan asas 2.
4. Lengkapkan Lembaran 1(a). Bincang dengan rakan anda tentang pola jawapan yang wujud.
5. Kemukakan ulasan anda.

Aktiviti 2

11^n	Nilai
11^0	1
11^1	11
11^2	121
11^3	1 331
11^4	
11^5	
11^6	
11^7	
11^8	
11^9	
11^{10}	

Lembaran 2(a)



Lembaran 2

TIP

$$11^5 = 161\,051$$

1	5	10	10	5	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	6	1	0	5	1

Arahan:

1. Lakukan aktiviti ini dalam kumpulan kecil.
2. Bina satu Segi Tiga Pascal seperti di Lembaran 2.
3. Perhatikan nombor pada setiap baris. Ia merupakan nilai indeks asas 11.
4. Lengkapkan lembaran 2(a) dengan nilai indeks asas 11 tanpa menggunakan kalkulator.
5. Bentang hasil dapatan kumpulan anda.
6. Adakah jawapan anda sama dengan kumpulan lain?