

BAB

1

SUKATAN MEMBULAT



Apakah yang akan dipelajari?

- Radian
- Panjang Lengkuk Suatu Bulatan
- Luas Sektor Suatu Bulatan
- Aplikasi Sukatan Membulat

Senarai
Standard
Pembelajaran



bit.ly/2PMc8G3

Pada abad ke-21, teknologi dan inovasi berkembang dengan begitu pesat. Bangunan yang mempunyai reka bentuk yang inovatif akan melonjakkan nama sesebuah negara ke tahap yang lebih tinggi. Seseorang arkitek dapat mereka bentuk suatu bangunan yang unik dan indah dengan bantuan peranti yang canggih melalui kreativiti dan keupayaan inovasi. Namun, bagaimanakah bangunan ini dapat mencapai keharmonian dan dinamik dalam rekaannya? Apakah maklumat yang diperlukan oleh seorang arkitek untuk membina bangunan berbentuk tembereng major bagi bulatan seperti ini?

Video mengenai seni bina berbentuk bulatan



bit.ly/2OCLqOt

Sudut • Maklumat

Euclid (325-265 SM) merupakan seorang ahli matematik Yunani yang berasal dari Alexandria. Beliau dikenali dengan hasil kerjanya, iaitu *The Elements* yang membuat kajian mengenai geometri.

Geometri ialah sebahagian daripada matematik yang mengambil berat persoalan mengenai saiz, bentuk dan kedudukan relatif dari rajah dan sifat ruang.

Untuk maklumat lanjut:



bit.ly/2T0pKPR



Kepentingan Bab Ini

- Kemahiran Pegawai Kawalan Trafik Udara membaca dan mentafsir radar di Pusat Kawalan Trafik Udara membolehkan pesawat-pesawat selamat semasa penerbangan tanpa berlakunya pelanggaran di udara yang boleh mengakibatkan kecederaan dan kematian.
- Fungsi odometer di dalam kenderaan adalah untuk mengukur jarak yang telah dilalui oleh kenderaan dari awal sehingga akhir perjalanan dengan menggunakan lilitan tayar dan bilangan pusingannya.

Kata Kunci

● Radian	<i>Radian</i>
● Darjah	<i>Degree</i>
● Pusat bulatan	<i>Centre of circle</i>
● Jejari	<i>Radius</i>
● Tembereng	<i>Segment</i>
● Sektor	<i>Sector</i>
● Perimeter	<i>Perimeter</i>
● Panjang lengkok	<i>Arc length</i>
● Luas sektor	<i>Area of sector</i>

Rajah di sebelah menunjukkan dua sektor bulatan yang ditandakan pada papan permainan baling damak dengan jejari 10 cm dan 20 cm, masing-masing mempunyai panjang lengkok 10 cm dan 20 cm. Perhatikan bahawa dua sektor itu mempunyai sudut yang sama. Sudut tersebut ditakrifkan sebagai 1 radian.



Apakah yang dapat anda katakan tentang ukuran sudut 1 radian itu?



Membuat perkaitan antara ukuran sudut dalam radian dengan darjah

Dalam sukatan membulat, sistem yang biasa digunakan untuk mengukur sudut adalah dalam sebutan darjah. Walau bagaimanapun, dalam beberapa cabang matematik, ukuran untuk suatu sukatan membulat tidak sesuai dilakukan dalam darjah. Oleh itu, satu unit baharu yang dikenali sebagai radian diperkenalkan untuk menunjukkan saiz suatu sudut.



Sudut Informasi

- "Rad" ialah singkatan bagi "Radian".
- 1 rad boleh ditulis sebagai 1° atau 1° .

Lakukan aktiviti penerokaan berikut untuk mengetahui takrifan satu radian dan seterusnya membuat perkaitan antara ukuran sudut dalam radian dengan darjah.

Aktiviti Penerokaan

1

Berkumpulan

STEM

PK

Tujuan: Menerangkan takrifan satu radian dan seterusnya membuat perkaitan antara ukuran sudut dalam radian dengan darjah

Langkah:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Setiap kumpulan akan melakukan setiap aktiviti berikut dan catatkan sudut yang tercangkum di pusat bulatan.



bit.ly/2QoD711

Seret gelongsor a supaya panjang lengkok, s sama dengan jejari bulatan, j .

Seret gelongsor a sehingga panjang lengkok, s ialah dua kali jejari bulatan, j .

Seret gelongsor a sehingga panjang lengkok, s ialah tiga kali jejari bulatan, j .

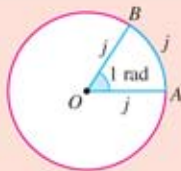
Seret gelongsor a sehingga panjang lengkok, s membentuk semibulatan.

Seret gelongsor a sehingga panjang lengkok, s melalui satu putaran lengkap.

3. Berdasarkan hasil dapatan yang diperoleh, takrifkan sudut yang berukuran 1 radian. Seterusnya, tuliskan perkaitan antara ukuran radian dengan darjah bagi sudut yang tercangkum di pusat bulatan.
4. Daripada perkaitan tersebut, berapakah anggaran sudut 1 radian dalam darjah dan anggaran sudut 1° dalam radian? Bincangkan.

Hasil daripada Aktiviti Penerokaan 1, takrifan satu radian boleh diberikan seperti yang berikut:

Satu radian ialah ukuran sudut yang tercangkum di pusat sebuah bulatan oleh lengkok yang sama panjang dengan jejari bulatan itu.



Secara amnya, bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjejari j unit:

- Jika panjang lengkok $AB = j$, maka $\angle AOB = 1$ radian.
- Jika panjang lengkok $AB = 2j$, maka $\angle AOB = 2$ radian.
- Jika panjang lengkok $AB = 3j$, maka $\angle AOB = 3$ radian.
- Jika panjang lengkok $AB = \pi j$, maka $\angle AOB = \pi$ radian.
- Jika panjang lengkok $AB = 2\pi j$, maka $\angle AOB = 2\pi$ radian.

Perhatikan bahawa $AB = 2\pi j$ bermaksud OA telah membuat satu putaran lengkap, iaitu OA telah bergerak melalui sudut 360° . Hubungan antara ukuran sudut dalam radian dengan darjah adalah seperti yang berikut.

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Jadi, apabila $\pi = 3.142$,

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.29^\circ$$

dan $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \approx 0.01746 \text{ rad}$

Contoh 1

Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah.
[Guna $\pi = 3.142$]

(a) $\frac{2}{5}\pi \text{ rad}$

(b) 2.25 rad

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \frac{2}{5}\pi \text{ rad} &= \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{2}{5}\pi \\ &= \frac{2}{5} \times 180^\circ \\ &= 72^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \pi \text{ rad} &= 180^\circ \\ 2.25 \text{ rad} &= 2.25 \times \frac{180^\circ}{\pi} \\ &= 2.25 \times \frac{180^\circ}{3.142} \\ &= 128^\circ 54' \end{aligned}$$

GALERI SEJARAH



Gottfried Wilhelm Leibniz merupakan seorang cendekiawan matematik Jerman yang memperkenalkan satu kaedah untuk mengira $\pi = 3.142$ tanpa merujuk kepada bulatan. Beliau juga membuktikan bahawa $\frac{\pi}{4}$ boleh ditentukan dengan menggunakan rumus berikut.

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$$



PERBINCANGAN

Saiz bagi sudut 1 radian adalah lebih kecil daripada sudut 60° . Apakah kelebihan menggunakan sudut dalam radian berbanding dengan sudut dalam darjah? Bincangkan.



Bijak Kalkulator

Mencari penyelesaian dalam Contoh 1(b) dengan menggunakan kalkulator saintifik.

1. Tekan **2 . 2 5**
2. Tekan **OPTN 2 2 =**
3. Skrin akan memaparkan **2.25°**
128.9155039

- (a) Tukarkan 40° dan 150° kepada radian, dalam sebutan π .
 (b) Tukarkan $110^\circ 30'$ dan 320° kepada radian.
 [Guna $\pi = 3.142$]

Penyelesaian

- (a) $180^\circ = \pi \text{ rad}$
 $40^\circ = 40^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$
 $= \frac{2}{9} \pi \text{ rad}$
 $150^\circ = 150^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$
 $= \frac{5}{6} \pi \text{ rad}$
- (b) $180^\circ = \pi \text{ rad}$
 $110^\circ 30' = 110^\circ 30' \times \frac{\pi}{180^\circ}$
 $= 110^\circ 30' \times \frac{3.142}{180^\circ}$
 $= 1.929 \text{ rad}$
 $320^\circ = 320^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$
 $= 320^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$
 $= 5.586 \text{ rad}$

Sudut-sudut khusus:

Sudut dalam darjah	Sudut dalam radian
0°	0
30°	$\frac{\pi}{6}$
36°	$\frac{\pi}{5}$
45°	$\frac{\pi}{4}$
60°	$\frac{\pi}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$
180°	π
270°	$\frac{3}{2} \pi$
360°	2π

Latihan Kendiri 1.1

1. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah. [Guna $\pi = 3.142$]
 (a) $\frac{\pi}{8} \text{ rad}$ (b) $\frac{3}{4} \pi \text{ rad}$ (c) 0.5 rad (d) 1.04 rad
2. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada radian, dalam sebutan π .
 (a) 18° (b) 120° (c) 225° (d) 300°

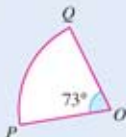
Latihan Formatif 1.1

Kuiz

bit.ly/2OvH6l0



1. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah. [Guna $\pi = 3.142$]
 (a) $\frac{7}{12} \pi \text{ rad}$ (b) $1\frac{1}{3} \pi \text{ rad}$ (c) 2 rad (d) 4.8 rad
2. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada radian. Berikan jawapan betul kepada tiga tempat perpuluhan. [Guna $\pi = 3.142$]
 (a) 76° (b) 139° (c) 202.5° (d) $320^\circ 10'$
3. Dalam setiap rajah berikut, POQ ialah sektor bagi sebuah bulatan berpusat O . Tukarkan setiap sudut POQ yang berikut kepada radian. [Guna $\pi = 3.142$]
 (a) (b) (c) (d)



1.2 Panjang Lengkuk Suatu Bulatan

BAB

1

Rajah di sebelah menunjukkan seorang budak perempuan sedang bermain buaian. Buai dengan panjang 2.5 m itu berayun dan membentuk lengkok suatu bulatan yang melalui sudut 1.7 rad. Berapakah panjang lengkok yang telah dilalui oleh budak perempuan itu dalam ayunan tersebut?



Apakah rumus yang perlu digunakan untuk menyelesaikan masalah ini?



Menentukan panjang lengkok, jejari dan sudut terangkum di pusat bulatan

Aktiviti Penerokaan 2

Berkumpulan

PAK-21

STEM

PK

Tujuan: Menerbitkan rumus panjang lengkok bagi suatu bulatan berpusat O

Langkah:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Gerakkan titik A atau titik B pada lilitan bulatan untuk mengubah panjang lengkok AB .
3. Perhatikan panjang lengkok AB dan sudut AOB dalam darjah yang terbentuk di pusat bulatan apabila titik A atau titik B itu berubah.
4. Apakah yang dapat anda perhatikan pada nilai bagi nisbah $\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\text{Lilitan bulatan}}$ dan juga $\frac{\text{Sudut } AOB}{360^\circ}$? Adakah nilai kedua-dua nisbah itu sama?
5. Seretkan gelongsor L untuk mengubah saiz bulatan. Adakah nilai kedua-dua nisbah itu juga berubah atau masih sama?
6. Seterusnya, terbitkan rumus untuk mencari panjang lengkok minor bagi sebuah bulatan.
7. Catatkan semua pemerhatian ahli kumpulan anda pada sehelai kertas.
8. Setiap kumpulan akan melakukan pembentangan di hadapan kelas bagi setiap hasil dapatan yang diperoleh dan seterusnya membuat kesimpulan terhadap aktiviti yang dilakukan.



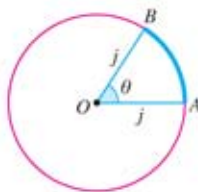
gghm.at/ecunch4d

Daripada Aktiviti Penerokaan 2, didapati bahawa panjang lengkok berkadaran dengan sudut pada pusat bulatan.

$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\angle AOB} = \frac{\text{Lilitan bulatan}}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\theta} = \frac{2\pi j}{360^\circ}$$

$$\text{Panjang lengkok minor } AB = \frac{2\pi j}{360^\circ} \times \theta$$



dengan θ ialah sudut dalam darjah yang terangkum di pusat bulatan O dan berjejari j unit.

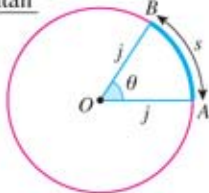
Walau bagaimanapun, jika $\angle AOB$ diukur dalam radian,

$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\theta} = \frac{\text{Lilitan bulatan}}{2\pi}$$

$$\frac{s}{\theta} = \frac{2\pi j}{2\pi}$$

$$s = \frac{2\pi j}{2\pi} \times \theta$$

$$s = j\theta$$



Sudut Informasi

Simbol θ yang dibaca sebagai "téta" ialah huruf kelapan dalam abjad Yunani dan sering kali digunakan untuk mewakili suatu sudut.

Secara amnya,

$$s = j\theta$$

dengan s ialah panjang lengkok bagi sebuah bulatan berjari j unit dan θ radian ialah sudut yang tercangkum oleh lengkok di pusat bulatan O .



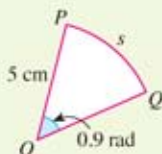
PERBINCANGAN

Daripada takrifan radian, bolehkah anda terbitkan rumus $s = j\theta$?

Contoh 3

Cari panjang lengkok, s bagi setiap sektor POQ berpusat O yang berikut.
[Guna $\pi = 3.142$]

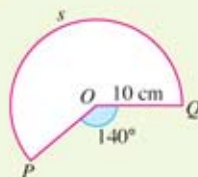
(a)



(b)



(c)



Penyelesaian

(a) Panjang lengkok, $s = j\theta$

$$s = 5 \times 0.9$$

$$s = 4.5 \text{ cm}$$

(b) Panjang lengkok, $s = j\theta$

$$s = 6 \times \frac{2}{3}\pi$$

$$s = 4\pi$$

$$s = 4(3.142)$$

$$s = 12.57 \text{ cm}$$

(c) Sudut refleks POQ dalam radian

$$= (360^\circ - 140^\circ) \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 220^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 3.84 \text{ rad}$$

Panjang lengkok, $s = j\theta$

$$s = 10 \times 3.84$$

$$s = 38.4 \text{ cm}$$



Imbas Kembali

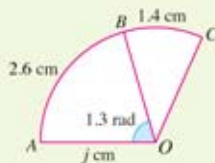
Saiz sudut bagi sudut refleks ialah $180^\circ < \theta < 360^\circ$.



Contoh 4

Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada bulatan berpusat O dan berjari j cm. Diberi $\angle AOB = 1.3$ rad dan panjang lengkok AB dan BC masing-masing ialah 2.6 cm dan 1.4 cm. Hitung

- (a) nilai j ,
(b) $\angle BOC$, dalam radian.

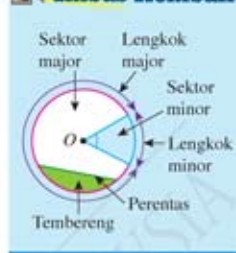


Penyelesaian

- (a) Dalam sektor AOB ,
 $s = 2.6$ cm dan
 $\theta = 1.3$ rad.
Maka, $s = j\theta$
 $j = \frac{s}{\theta}$
 $j = \frac{2.6}{1.3}$
 $j = 2$ cm

- (b) Dalam sektor BOC ,
 $s = 1.4$ cm dan $j = 2$ cm.
Jadi, $s = j\theta$
 $\theta = \frac{s}{j}$
 $\theta = \frac{1.4}{2}$
 $\theta = 0.7$ rad
Maka, $\angle BOC = 0.7$ rad.

Imbas Kembali



Akses QR

Mengenal suatu bulatan.



bit.ly/2tPcmnj

Latihan Kendiri 1.2

1. Cari panjang lengkok MN , dalam cm, bagi setiap sektor MON berpusat O yang berikut.
[Guna $\pi = 3.142$]

(a)



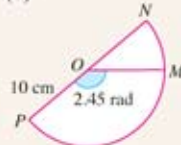
(b)



(c)

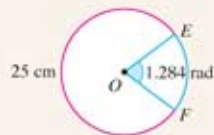


(d)

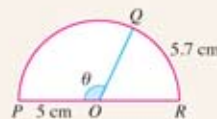


2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O . Diberi panjang lengkok major EF ialah 25 cm dan $\angle EOF = 1.284$ rad,

- (a) jejari, dalam cm, bulatan itu,
(b) panjang lengkok minor EF , dalam cm.
[Guna $\pi = 3.142$]



3. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah semibulatan $OPQR$ berjari 5 cm. Diberi panjang lengkok QR ialah 5.7 cm, hitung
(a) nilai θ , dalam radian,
(b) panjang lengkok PQ , dalam cm.
[Guna $\pi = 3.142$]





Menentukan perimeter tembereng suatu bulatan

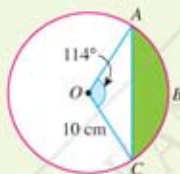
Kawasan berwarna pada rim tayar basikal yang berjejari 31 cm dalam rajah di sebelah merupakan tiga tembereng yang sama saiz bagi sebuah bulatan. Perimeter bagi satu daripada tembereng itu ialah hasil tambah semua sempadannya.

Dengan menggunakan rumus panjang lengkok, $s = r\theta$ dan petua lain yang sesuai, dapatkah anda menentukan perimeter bagi satu daripada tembereng itu?



Contoh 5

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan berjejari 10 cm. Perentas AC mencangkum sudut 114° pada pusat O . Hitung perimeter tembereng berlorek ABC . [Guna $\pi = 3.142$]



Penyelesaian

Oleh sebab $180^\circ = \pi$ rad, maka kita peroleh

$$114^\circ = 114^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ = 1.990 \text{ rad}$$

$$\begin{aligned} \text{Panjang lengkok } ABC &= r\theta \\ &= 10 \times 1.990 \\ &= 19.90 \text{ cm} \end{aligned}$$

Dengan menggunakan petua kosinus, panjang perentas AC ialah

$$\begin{aligned} AC^2 &= 10^2 + 10^2 - 2(10)(10) \cos 114^\circ \\ AC &= \sqrt{200 - 200 \cos 114^\circ} \\ &= 16.77 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka, perimeter tembereng berlorek } ABC &= 19.90 + 16.77 \\ &= 36.67 \text{ cm} \end{aligned}$$

Kaedah Alternatif

Untuk mencari panjang perentas AC , lukis satu garis OD yang berserenjang dengan AC .

$$\begin{aligned} \text{Dalam } \triangle COD, \\ \angle COD &= \frac{114^\circ}{2} \\ &= 57^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \angle COD &= \frac{CD}{OC} \\ \text{Jadi, } CD &= OC \sin \angle COD \\ &= 10 \sin 57^\circ \\ &= 8.3867 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Oleh itu, } AC &= 2CD \\ &= 2(8.3867) \\ &= 16.77 \text{ cm} \end{aligned}$$

Kuiz Pantas

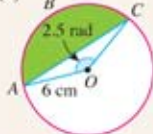
Adakah panjang AC dapat dicari dengan menggunakan petua sinus,

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}?$$

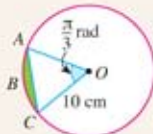
Latihan Kendiri 1.3

1. Bagi setiap bulatan berpusat O yang berikut, hitung perimeter, dalam cm, tembereng berlorek ABC . [Guna $\pi = 3.142$]

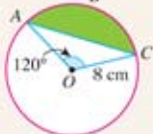
(a)



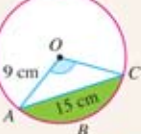
(b)



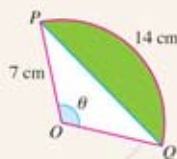
(c)



(d)



2. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada sebuah bulatan berpusat O dan berjajari 7 cm. Diberi bahawa panjang lengkok PQ ialah 14 cm, cari
- sudut θ , dalam darjah,
 - perimeter tembereng berlorek, dalam cm.



8.8

1



Menyelesaikan masalah yang melibatkan panjang lengkok

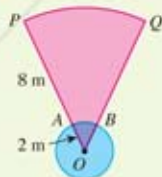
Pengetahuan dan kemahiran menukarkan ukuran sudut dalam darjah kepada radian dan sebaliknya serta menggunakan rumus panjang lengkok, $s = j\theta$ atau rumus lain yang sesuai boleh menyelesaikan banyak masalah dalam kehidupan harian yang melibatkan panjang lengkok bagi suatu bulatan.

Contoh

6

APLIKASI MATEMATIK

Rajah di sebelah menunjukkan kawasan lontaran bagi suatu acara lontar peluru di sebuah padang sekolah. Kawasan lontaran itu terdiri daripada dua buah sektor bulatan AOB dan POQ yang berpusat di O . Diberi bahawa $\angle AOB = \angle POQ = 50^\circ$, $OA = 2$ m dan $AP = 8$ m. Hitung perimeter, dalam m, kawasan berwarna $ABQP$. [Guna $\pi = 3.142$]



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- Kawasan lontaran terdiri daripada dua buah sektor bulatan AOB dan POQ berpusat O .
- Sektor bulatan AOB berjajari 2 m, $AP = 8$ m dan $\angle AOB = \angle POQ = 50^\circ$.

2. Merancang strategi

- Tukarkan sudut 50° kepada radian dan gunakan rumus $s = j\theta$ untuk mencari panjang lengkok AB dan PQ .
- Perimeter kawasan berwarna $ABQP$ boleh ditentukan dengan menambah semua sempadan kawasan itu.

3. Melaksanakan strategi

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$50^\circ = 50^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 0.873 \text{ rad}$$

Panjang lengkok AB , $s = j\theta$

$$s = 2(0.873)$$

$$s = 1.746 \text{ m}$$

Panjang lengkok PQ , $s = j\theta$

$$s = 10(0.873)$$

$$s = 8.73 \text{ m}$$

Maka, perimeter kawasan berwarna $ABQP$

$$= \text{panjang lengkok } AB + BQ$$

$$+ \text{panjang lengkok } PQ + AP$$

$$= 1.746 + 8 + 8.73 + 8$$

$$= 26.48 \text{ m}$$

4. Membuat refleksi

$$\begin{aligned}\text{Panjang lengkok } AB &= \frac{50^\circ}{360^\circ} (2)(3.142)(2) \\ &= 1.746 \text{ m}\end{aligned}$$

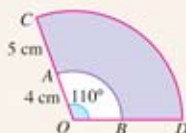
$$\begin{aligned}\text{Panjang lengkok } PQ &= \frac{50^\circ}{360^\circ} (2)(3.142)(10) \\ &= 8.73 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Maka, perimeter kawasan berwarna } ABQP &= \text{panjang lengkok } AB + BQ \\ &+ \text{panjang lengkok } PQ + AP \\ &= 1.746 + 8 + 8.73 + 8 \\ &= 26.48 \text{ m}\end{aligned}$$

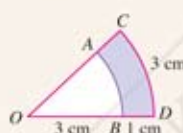
Latihan Kendiri 1.4

1. Dalam setiap rajah berikut, hitung perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.

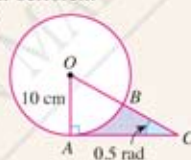
(a)



(b)



(c)

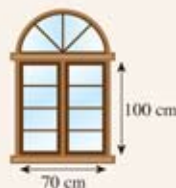


2. Bandar Raya Washington di Amerika Syarikat dan Bandar Raya Lima di Peru terletak pada longitud yang sama masing-masing dengan latitud 38.88° U dan 12.04° S. Diberi bumi yang berbentuk sfera mempunyai jejari 6 371 km, anggarkan jarak, dalam km, di antara dua bandar raya itu.

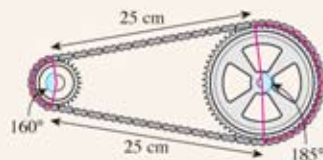
3. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada trek larian yang berbentuk semibulatan. Fazura ingin menghantar baton kepada Jamilah yang sedang menunggu 85° jauhnya dari Fazura. Berapakah jarak yang Fazura perlu lari untuk menghantar baton kepada Jamilah?



4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah tingkap yang terdiri daripada bentuk segi empat tepat dan semibulatan. Lebar tingkap itu ialah 70 cm dan tinggi tingkap berbentuk segi empat tepat ialah 100 cm. Cari
(a) panjang lengkok, dalam cm, tingkap yang berbentuk semibulatan itu,
(b) perimeter, dalam cm, keseluruhan tingkap itu.



5. Rajah di sebelah menunjukkan rantai yang dipasang pada gegancu hadapan dan belakang sebuah basikal. Diberi bahawa lilitan gegancu hadapan dan belakang masing-masing ialah 50.8 cm dan 30.5 cm. Hitung panjang, dalam cm, rantai basikal itu.



Latihan Formatif

1.2

Kuiz

bit.ly/2L6AZBv



BAB

1

1. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O . Panjang lengkok minor RS ialah 15 cm dan sudut sektor major ROS ialah 275° . Cari

- (a) sudut sektor minor ROS , dalam radian,
(b) jejari, dalam cm, bulatan itu.

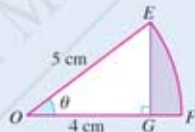


2. Rajah di sebelah menunjukkan sektor UOV berpusat O . Diberi panjang lengkok UV ialah 5 cm dan perimeter sektor UOV ialah 18 cm. Cari nilai θ , dalam radian.



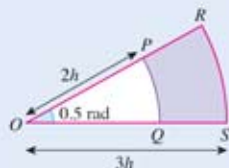
3. Rajah di sebelah menunjukkan sektor EOF bagi sebuah bulatan berpusat O . Diberi bahawa $OG = 4$ cm dan $OE = 5$ cm, cari

- (a) nilai θ , dalam radian,
(b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.



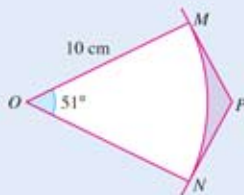
4. Rajah di sebelah menunjukkan dua sektor OPQ dan ORS dengan pusat O dan masing-masing berjejari $2h$ cm dan $3h$ cm. Diberi $\angle POQ = 0.5$ radian dan perimeter kawasan berlorek $PQSR$ ialah 18 cm, cari

- (a) nilai h , dalam cm,
(b) beza, dalam cm, antara panjang lengkok RS dan PQ .



5. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada bulatan berpusat O dan berjejari 10 cm. Tangen di titik M dan titik N pada lilitan bulatan itu bertemu di titik P dan $\angle MON = 51^\circ$, hitung

- (a) panjang lengkok MN , dalam cm,
(b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.



6. Sebuah jam dinding mempunyai bandul dengan panjang 36 cm. Jika bandul itu berayun melalui sudut 21° , cari jumlah jarak, dalam cm, yang dilalui bandul itu dalam satu ayunan lengkap.



7. Rajah di sebelah menunjukkan ukuran bagi sebuah tayar kereta. Berapa jauhkah, dalam m, tayar itu telah bergerak setelah membuat

- (a) 50 pusingan lengkap?
(b) 1 000 pusingan lengkap?

[Guna $\pi = 3.142$]



1.3 Luas Sektor Suatu Bulatan

Sekeping piza berjejari 10 cm dipotong kepada 10 potongan yang sama saiz. Bolehkah anda anggarkan luas permukaan setiap potongan piza itu?

Apakah rumus yang boleh digunakan untuk menyelesaikan masalah ini?



Menentukan luas sektor, jejari dan sudut terangkum di pusat bulatan

Luas sektor sebuah bulatan merupakan rantau yang dibatasi oleh satu lengkok dan dua jejari. Aktiviti penerokaan yang berikut menunjukkan cara untuk menerbitkan rumus luas sektor suatu bulatan dengan menggunakan perisian geometri dinamik GeoGebra.

Aktiviti Penerokaan

3

Berkumpulan

PAK-21

STEM

PK

Tujuan: Menerbitkan rumus luas sektor suatu bulatan berpusat O

Langkah:

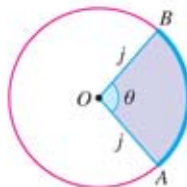
1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Gerakkan titik A atau titik B pada lilitan bulatan untuk mengubah luas sektor minor AOB .
3. Perhatikan luas sektor AOB dan sudut AOB dalam darjah yang terbentuk di pusat bulatan apabila titik A atau titik B itu berubah.
4. Apakah yang dapat anda perhatikan pada nilai bagi nisbah $\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\text{Luas bulatan}}$ dan juga $\frac{\text{Sudut } AOB}{360^\circ}$? Adakah nilai kedua-dua nisbah itu sama?
5. Seretkan gelongsor L untuk mengubah saiz bulatan. Adakah nilai kedua-dua nisbah itu juga berubah atau masih sama?
6. Seterusnya, terbitkan rumus untuk mencari luas sektor minor bagi sebuah bulatan. Catatkan semua pemerhatian ahli kumpulan anda pada sehelai kertas.
7. Setiap kumpulan akan melakukan pembentangan di hadapan kelas bagi setiap hasil dapatan yang diperoleh dan seterusnya membuat kesimpulan terhadap aktiviti yang dilakukan.
8. Ahli daripada kumpulan yang lain akan memberikan respons terhadap pembentangan yang dilakukan.

ggbm.at/kvwsaz9f

Hasil daripada Aktiviti Penerokaan 3, didapati bahawa:

$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\angle AOB} = \frac{\text{Luas bulatan}}{360^\circ}$$
$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\theta} = \frac{\pi j^2}{360^\circ}$$

$$\text{Luas sektor minor } AOB = \frac{\pi j^2}{360^\circ} \times \theta$$



dengan θ ialah sudut dalam darjah yang terangkum di pusat bulatan O dan berjejari j unit.

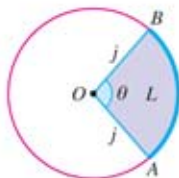
Walaupun bagaimanapun, jika $\angle AOB = \theta$ diukur dalam radian,

$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\theta} = \frac{\text{Luas bulatan}}{2\pi}$$

$$\frac{L}{\theta} = \frac{\pi j^2}{2\pi}$$

$$L = \frac{\pi j^2}{2\pi} \times \theta$$

$$L = \frac{1}{2} j^2 \theta$$



Secara amnya,

$$L = \frac{1}{2} j^2 \theta$$

dengan L adalah luas sektor bagi sebuah bulatan berjejari j unit dan θ radian ialah sudut yang tercangkum oleh sektor di pusat bulatan O .

Contoh 7

Cari luas sektor, L bagi setiap sektor MON berpusat O yang berikut. [Guna $\pi = 3.142$]

(a)



(b)



(c)



Penyelesaian

(a) Luas sektor, $L = \frac{1}{2} j^2 \theta$

$$L = \frac{1}{2} (12)^2 (1.7)$$

$$L = \frac{1}{2} (144) (1.7)$$

$$L = 122.4 \text{ cm}^2$$

(b) Luas sektor, $L = \frac{1}{2} j^2 \theta$

$$L = \frac{1}{2} (8)^2 (2.2)$$

$$L = \frac{1}{2} (64) (2.2)$$

$$L = 70.40 \text{ cm}^2$$

(c) Sudut refleks MON dalam radian

$$= (360^\circ - 124^\circ) \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 236^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 4.12 \text{ rad}$$

Luas sektor, $L = \frac{1}{2} j^2 \theta$

$$L = \frac{1}{2} (10)^2 (4.12)$$

$$L = \frac{1}{2} (100) (4.12)$$

$$L = 206 \text{ cm}^2$$

Akses QR

Kaedah lain untuk memberikan rumus luas sektor suatu bulatan,

$$L = \frac{1}{2} j^2 \theta.$$



bit.ly/2XYrKZE



Sudut Informasi

Luas, L bagi suatu sektor bulatan ialah $L = \frac{1}{2} j^2 \theta$,

dengan θ ialah sudut dalam radian. Oleh sebab $s = j\theta$, kita peroleh:

$$L = \frac{1}{2} j(j\theta)$$

$$L = \frac{1}{2} js$$

Rajah di sebelah menunjukkan sektor POQ yang bersudut θ radian dan berjari j cm. Diberi luas sektor POQ ialah 35 cm^2 , cari

- (a) nilai j jika $\theta = 0.7 \text{ rad}$,
(b) nilai θ jika jejari ialah 11 cm .



Penyelesaian

- (a) Luas sektor $POQ = 35 \text{ cm}^2$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}j^2\theta &= 35 \\ \frac{1}{2}j^2(0.7) &= 35 \\ j^2 &= \frac{35 \times 2}{0.7} \\ j^2 &= 100 \\ j &= \sqrt{100} \\ j &= 10 \text{ cm}\end{aligned}$$

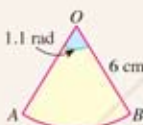
- (b) Luas sektor $POQ = 35 \text{ cm}^2$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}j^2\theta &= 35 \\ \frac{1}{2}(11)^2\theta &= 35 \\ \frac{1}{2}(121)\theta &= 35 \\ \theta &= \frac{35 \times 2}{121} \\ \theta &= 0.5785 \text{ rad}\end{aligned}$$

Latihan Kendiri 1.5

1. Bagi setiap sektor bulatan AOB berpusat O yang berikut, tentukan luasnya, dalam cm^2 . [Guna $\pi = 3.142$]

(a)



(b)



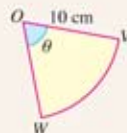
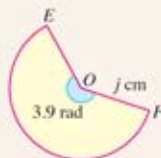
(c)



(d)



2. Suatu sektor bulatan berjari 5 cm mempunyai perimeter 16 cm . Cari luas, dalam cm^2 , sektor itu.
3. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor major EOF berpusat O dan berjari $j \text{ cm}$ dengan luas 195 cm^2 . Hitung
- (a) nilai j , dalam cm ,
(b) panjang lengkok major EF , dalam cm ,
(c) perimeter, dalam cm , sektor major EOF .
4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor VOW berpusat O dan berjari 10 cm . Diberi bahawa luas sektor itu ialah 60 cm^2 , hitung
- (a) nilai θ , dalam radian,
(b) panjang lengkok VW , dalam cm ,
(c) perimeter, dalam cm , sektor VOW .





Menentukan luas tembereng suatu bulatan

Rajah di sebelah menunjukkan sehelai alas meja yang berbentuk sebuah bulatan berpusat O dengan corak berbentuk heksagon terterap di dalamnya. Renda yang dijahit di sekeliling heksagon pula merupakan tembereng bagi alas meja itu. Apakah maklumat yang diperlukan untuk mencari luas setiap renda itu?

Dengan menggunakan rumus luas sektor, $L = \frac{1}{2}r^2\theta$ dan rumus lain yang bersesuaian, masalah seperti ini boleh diselesaikan dengan mudah dan cepat.



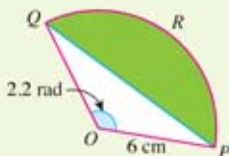
BAB

1

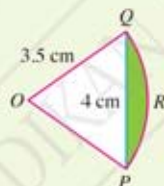
Contoh 9

Bagi setiap sektor POQ berpusat O yang berikut, cari luas, dalam cm^2 , tembereng PRQ . [Guna $\pi = 3.142$]

(a)



(b)



Penyelesaian

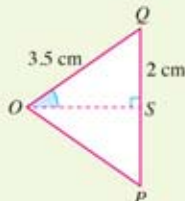
$$(a) \quad 2.2 \text{ rad} = 2.2 \times \frac{180^\circ}{3.142} \\ = 126^\circ 2'$$

$$\begin{aligned} \text{Luas sektor } POQ &= \frac{1}{2}r^2\theta \\ &= \frac{1}{2}(6)^2(2.2) \\ &= 39.60 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \Delta POQ &= \frac{1}{2}(OP)(OQ) \sin \angle POQ \\ &= \frac{1}{2}(6)(6) \sin 126^\circ 2' \\ &= 14.56 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas tembereng } PRQ &= 39.60 - 14.56 \\ &= 25.04 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \text{ Dalam } \Delta QOP, \sin \angle QOS &= \frac{QS}{OQ} \\ &= \frac{2}{3.5} \\ \angle QOS &= 34^\circ 51' \end{aligned}$$



Kaedah Alternatif



$$\begin{aligned} \text{Dalam } \Delta POQ, \\ \angle POS &= \frac{126^\circ 2'}{2} \\ &= 63^\circ 1' \\ \sin 63^\circ 1' &= \frac{PS}{6} \\ PS &= 6 \times \sin 63^\circ 1' \\ &= 5.3468 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PQ &= 2PS \\ &= 2 \times 5.3468 \\ &= 10.6936 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} OS &= \sqrt{6^2 - 5.3468^2} \\ &= 2.7224 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, luas } \Delta POQ &= \frac{1}{2} \times PQ \times OS \\ &= \frac{1}{2} \times 10.6936 \times 2.7224 \\ &= 14.56 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi, } \angle POQ &= (2 \times 34^\circ 51') \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 69^\circ 42' \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 1.217 \text{ rad}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas sektor } POQ &= \frac{1}{2}r^2\theta \\ &= \frac{1}{2}(3.5)^2(1.217) \\ &= 7.454 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Dalam } \triangle POQ, \text{ semiperimeter, } s &= \frac{3.5 + 3.5 + 4}{2} \\ s &= 5.5 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas } \triangle POQ &= \sqrt{s(s-p)(s-q)(s-o)} \\ &= \sqrt{5.5(5.5-3.5)(5.5-3.5)(5.5-4)} \\ &= \sqrt{5.5(2)(2)(1.5)} \\ &= \sqrt{33} \\ &= 5.745 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas tembereng } PRQ &= 7.454 - 5.745 \\ &= 1.709 \text{ cm}^2\end{aligned}$$



Imbas Kembali



(a) Luas $\triangle ABC$

$$= \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2}ac \sin B$$

$$= \frac{1}{2}bc \sin A$$

(b) Rumus luas segi tiga menggunakan Rumus Heron:

Luas $\triangle ABC$

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

dengan $s = \frac{a+b+c}{2}$

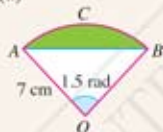
ialah semiperimeter.

Latihan Kendiri 1.6

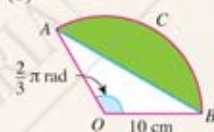
1. Bagi setiap sektor AOB berpusat O yang berikut, cari luas tembereng ACB .

[Guna $\pi = 3.142$]

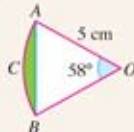
(a)



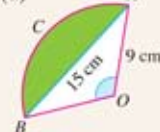
(b)



(c)



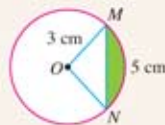
(d)



2. Rajah di sebelah menunjukkan sektor MON bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjari 3 cm. Diberi panjang lengkok minor MN ialah 5 cm, cari

(a) $\angle MON$, dalam darjah,

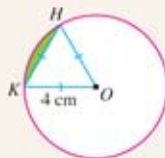
(b) luas tembereng berlorek, dalam cm^2 .



3. Rajah di sebelah menunjukkan sektor HOK bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjari 4 cm. Panjang perentas HK adalah sama dengan jejari bulatan itu. Hitung

(a) $\angle HOK$, dalam radian,

(b) luas tembereng berlorek, dalam cm^2 .





Menyelesaikan masalah yang melibatkan luas sektor

BAB

1

Pengetahuan dan kemahiran menggunakan rumus luas sektor, $L = \frac{1}{2}r^2\theta$ atau rumus lain yang sesuai boleh menyelesaikan banyak masalah yang melibatkan luas sektor bagi suatu bulatan dalam kehidupan harian.

Contoh 10

APLIKASI MATEMATIK

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah kipas kertas yang dibuka sepenuhnya. Bahagian $PQNM$ merupakan bahagian yang diliputi dengan kertas. Diberi bahawa $OP = 15$ cm, $OM : MP = 2 : 3$ dan $\angle POQ = 120^\circ$, hitung luas, dalam cm^2 , kawasan yang diliputi oleh kertas itu.



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ $PQNM$ ialah bahagian yang diliputi dengan kertas apabila sebuah kipas kertas dibuka sepenuhnya.
- ◆ Diberi $OP = 15$ cm, $OM : MP = 2 : 3$ dan $\angle POQ = 120^\circ$.
- ◆ Cari luas, dalam cm^2 , kawasan yang diliputi oleh kertas.

2. Merancang strategi

- ◆ Cari panjang OM menggunakan nisbah $OM : MP = 2 : 3$.
- ◆ Tukar 120° kepada radian dan gunakan rumus $L = \frac{1}{2}r^2\theta$ untuk mencari luas sektor POQ dan luas sektor MON .
- ◆ Tolakkan luas sektor MON daripada luas sektor POQ untuk mencari luas kawasan yang diliputi oleh kertas.

3. Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} OM &= \frac{2}{5} \times OP \\ &= \frac{2}{5} \times 15 \\ &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta \text{ dalam radian} &= 120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 120^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 2.0947 \text{ rad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas sektor } POQ, L &= \frac{1}{2}r^2\theta \\ &= \frac{1}{2}(15)^2(2.0947) \\ &= 235.65 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas sektor } MON, L &= \frac{1}{2}r^2\theta \\ &= \frac{1}{2}(6)^2(2.0947) \\ &= 37.70 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka, luas kawasan yang diliputi oleh kertas} \\ &= 235.65 - 37.70 \\ &= 197.95 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

4. Membuat refleksi

$$\begin{aligned}\text{Luas sektor } POQ, L &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 3.142 \times 15^2 \\ L &= 235.65 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas sektor } MON, L &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 3.142 \times 6^2 \\ L &= 37.70 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Maka, luas kawasan yang diliputi oleh kertas
 $= 235.65 - 37.70$
 $= 197.95 \text{ cm}^2$



Tip Pintar

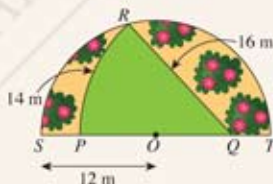


Jika θ diukur dalam darjah, maka luas sektor bulatan,

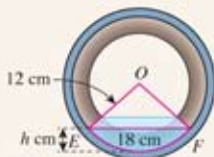
$$L = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2.$$

Latihan Kendiri 1.7

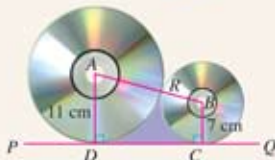
- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah taman *SRT* yang berbentuk semibulatan berpusat *O* dan berjari 12 m. Kawasan berumput *PQR* berbentuk sektor bulatan berpusat *Q* dan berjari 16 m. Kawasan berwarna coklat cair pula akan dipagar dan ditanam dengan pokok bunga. Diberi panjang lengkok *PR* ialah 14 m, cari
 - panjang pagar, dalam m, yang digunakan untuk memagar kawasan tanaman pokok bunga,
 - luas kawasan, dalam m^2 , tanaman pokok bunga itu.



- Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas paip air berjari 12 cm. Air mengalir melalui paip itu dengan ketinggian h cm dan kelebaran mengufuknya, *EF* ialah 18 cm. Hitung
 - nilai h ,
 - luas kawasan, dalam cm^2 , keratan rentas yang mengandungi air.



- Rajah di sebelah menunjukkan dua keping cakera padat masing-masing dengan jejari 11 cm dan 7 cm menyentuh antara satu sama lain di *R*. Kedua-dua keping cakera itu terletak di atas garis lurus *PDCQ*.
 - Hitung $\angle BAD$, dalam darjah.
 - Seterusnya, cari luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.



- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah jam dinding yang menunjukkan pukul 10:10 pagi. Diberi panjang jarum minit bagi jam itu ialah 8 cm. Cari
 - luas sektor, dalam cm^2 , yang disurih oleh jarum minit itu apabila waktu menunjukkan jam 10:30 pagi,
 - sudut gerakan jarum minit itu, dalam radian, jika luas sektor yang disurihnya ialah 80 cm^2 .



Latihan Formatif

1.3

Kuiz

bit.ly/2r15G9f



BAB

1

1. Rajah di sebelah menunjukkan sektor AOB berpusat O dan sektor PAQ berpusat A . Diberi $OB = 6$ cm, $OP = AP$, $\angle PAQ = 0.5$ rad dan panjang lengkok AB ialah 4.2 cm. Hitung
- nilai θ , dalam radian,
 - luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.



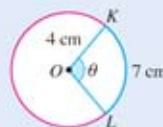
2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor VOW dengan pusat O dan berjari 5 cm. Diberi $OW = OV = VW$, cari
- nilai θ , dalam radian,
 - luas, dalam cm^2 , tembereng berlorek VW .



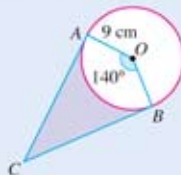
3. Sebuah kon berongga mempunyai jejari 3 cm dan tinggi 4 cm. Kon itu dibuka dan dibentangkan untuk membentuk sektor POQ seperti yang ditunjukkan dalam rajah di sebelah. Diberi $\angle POQ = \theta$ radian, cari
- nilai θ ,
 - luas, dalam cm^2 , sektor POQ .



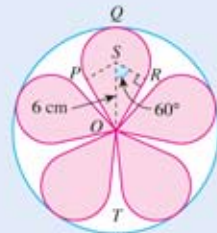
4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan jejari 4 cm. Diberi panjang lengkok minor KL ialah 7 cm.
- Nyatakan nilai θ , dalam radian.
 - Cari luas sektor major KOL , dalam cm^2 .



5. Dalam rajah di sebelah, O ialah pusat bulatan yang berjari 9 cm. Lengkok minor AB mencangkum sudut 140° pada pusat bulatan O dengan tangen-tangen di A dan B bertemu di C . Hitung
- AC , dalam cm,
 - luas, dalam cm^2 , lelayang $OACB$,
 - luas, dalam cm^2 , sektor minor OAB ,
 - luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.



6. Rajah di sebelah menunjukkan tingkap udara di sebuah dewan. PQR ialah lengkok major bagi bulatan berpusat S . Garis OP dan OR ialah tangen-tangen kepada bulatan itu. Saiz empat panel yang lain adalah sama dengan panel $OPQR$. O ialah pusat bagi tingkap udara yang menyentuh lengkok PQR di Q . Diberi $OS = 6$ cm dan $\angle OSR = 60^\circ$.
- Tunjukkan bahawa $RS = 3$ cm.
 - Hitung luas, dalam cm^2 , panel $OPQR$.
 - Tingkap itu mempunyai simetri putaran di O dengan peringkat n , cari nilai n dan luas, dalam cm^2 , kawasan berlabel T di antara dua panel.



Teliti dua situasi dalam kehidupan harian yang berikut.



Pelangi ialah suatu fenomena optik yang merupakan spektrum berwarna berbentuk gerbang. Pelangi terbentuk apabila matahari memancarkan cahaya semasa atau sejurus selepas hujan. Gerbang pelangi seperti yang ditunjukkan dalam gambar di sebelah merupakan lengkok bagi sebuah bulatan. Menggunakan rumus yang telah dipelajari dan bantuan teknologi terkini, bolehkah anda tentukan panjang lengkoknya itu?

Keratan rentas bagi terowong kereta api kebanyakannya berbentuk tembereng major sebuah bulatan. Bagaimanakah kita boleh mencari panjang lengkok dan luas keratan rentas bagi terowong kereta api tersebut?



Kemahiran mengaplikasikan rumus dalam sukatan membulat, iaitu panjang lengkok, $s = j\theta$ dan luas sektor, $L = \frac{1}{2}j^2\theta$, dengan θ ialah sudut dalam radian serta rumus yang lain boleh membantu menyelesaikan masalah seperti dalam dua situasi di atas.



Menyelesaikan masalah yang melibatkan sukatan membulat

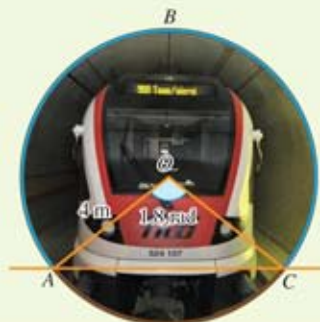
Contoh berikut menunjukkan bagaimana rumus dalam sukatan membulat dan rumus lain yang bersesuaian digunakan untuk menyelesaikan masalah berkaitan keratan rentas terowong kereta api yang berbentuk tembereng major sebuah bulatan.

Contoh 11

Rajah di sebelah menunjukkan tembereng major ABC yang mewakili keratan rentas bagi sebuah terowong kereta api dengan pusat O dan jejari 4 m, dengan keadaan $\angle AOC = 1.8$ rad.

[Guna $\pi = 3.142$]

- Tunjukkan bahawa AC ialah 6.266 m.
- Cari panjang lengkok major ABC , dalam m.
- Cari luas keratan rentas terowong itu, dalam m^2 .



Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } 1.8 \text{ rad} &= 1.8 \times \frac{180^\circ}{3.142} \\ &= 103^\circ 7' \end{aligned}$$

Dengan menggunakan petua kosinus,

$$\begin{aligned} AC^2 &= OA^2 + OC^2 - 2(OA)(OC) \cos \angle AOC \\ &= 4^2 + 4^2 - 2(4)(4) \cos 103^\circ 7' \\ AC &= \sqrt{4^2 + 4^2 - 2(4)(4) \cos 103^\circ 7'} \\ &= \sqrt{39.2619} \\ &= 6.266 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) Sudut refleks } AOC &= 2\pi - 1.8 \\ &= 4.484 \text{ rad} \end{aligned}$$

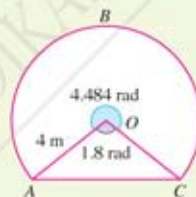
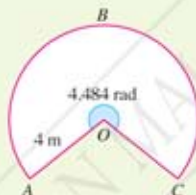
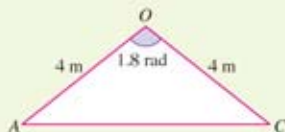
$$\begin{aligned} \text{Panjang lengkok major } ABC &= j\theta \\ &= 4 \times 4.484 \\ &= 17.94 \text{ m} \end{aligned}$$

(c) Dengan menggunakan rumus luas segi tiga,

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle AOC &= \frac{1}{2} \times OA \times OC \times \sin \angle AOC \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 103^\circ 7' \\ &= 7.791 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

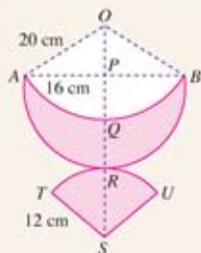
$$\begin{aligned} \text{Luas sektor major } ABC &= \frac{1}{2} j^2 \theta \\ &= \frac{1}{2} \times 4^2 \times 4.484 \\ &= 35.87 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Maka, luas keratan rentas terowong ialah $7.791 + 35.87 = 43.66 \text{ m}^2$



Latihan Kendiri 1.8

- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah wau bulan yang mempunyai paksi simetri OS . AQB ialah lengkok bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjari 20 cm. $APBR$ ialah sebuah semibulatan berpusat P dan berjari 16 cm. TRU pula ialah lengkok sebuah bulatan berpusat S dan berjari 12 cm. Diberi panjang lengkok TRU ialah 21 cm. Hitung
 - $\angle AOB$ dan $\angle TSU$, dalam radian,
 - perimeter, dalam cm, wau bulan,
 - luas, dalam cm^2 , wau bulan.



- Dalam rajah di sebelah, setiap duit syiling 20 sen mempunyai jejari yang sama dan tangen kepada dua duit syiling 20 sen yang lain. Jika luas kawasan berwarna biru ialah 12.842 mm^2 , cari jejari, dalam mm, setiap duit syiling itu.



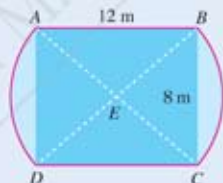


1. Jejeri dan tebal sebiji kek yang berbentuk silinder masing-masing ialah 11 cm dan 8 cm. Rajah di sebelah menunjukkan sepotong kek yang telah dipotong dengan keratan rentas seragamnya berbentuk sektor bulatan POQ dan berjajari 11 cm. Diberi $\angle POQ = 40^\circ$.

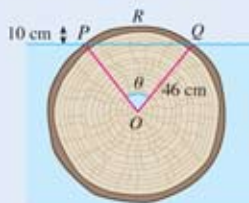


- (a) Hitung
- perimeter, dalam cm, sektor POQ ,
 - luas, dalam cm^2 , sektor POQ ,
 - isi padu, dalam cm^3 , sepotong kek itu.
- (b) Jika jisim sepotong kek itu ialah 150 gram, hitung jisim, dalam gram, sebiji kek.

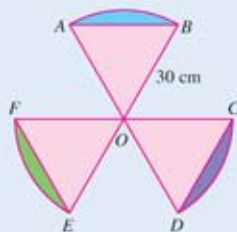
2. Rajah di sebelah menunjukkan pelan bagi sebuah kolam renang dengan kedalaman seragam 1.5 m. $ABCD$ adalah berbentuk segi empat tepat dengan panjang 12 m dan lebar 8 m. AED dan BEC pula ialah dua sektor bulatan yang sama saiz dengan pusat E . Hitung
- perimeter, dalam m, lantai kolam renang,
 - luas, dalam m^2 , lantai kolam renang,
 - isi padu, dalam m^3 , air yang memenuhi kolam renang itu.



3. Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas membulat seragam bagi sebatang kayu yang terapung di atas air dengan jejari 46 cm. Titik P dan Q pada kayu itu terletak pada permukaan air manakala titik tertinggi R pula ialah 10 cm di atas permukaan air. Hitung
- nilai θ , dalam radian,
 - panjang lengkok PRQ , dalam cm,
 - luas keratan rentas kayu, dalam cm^2 , di atas permukaan air itu.



4. Rajah di sebelah menunjukkan bentuk bagi logo sebuah syarikat aiskrim dari permukaan atas. Bentuk itu terdiri daripada tiga sektor bulatan AOB , COD dan EOF yang sama saiz berpusat O dan berjajari 30 cm. Diberi $\angle AOB = \angle COD = \angle EOF = 60^\circ$.
- Hitung
 - panjang lengkok AB , dalam cm,
 - luas sektor COD , dalam cm^2 ,
 - perimeter tembereng EF , dalam cm,
 - luas tembereng EF , dalam cm^2 .
 - Logo itu akan dibina dengan konkrit. Jika ketebalan seragam logo itu ialah 5 cm, cari isi padu konkrit, dalam cm^3 , yang diperlukan untuk membuat logo itu.
 - Jika kos konkrit ialah RM0.50 per cm^3 , cari jumlah kos, dalam RM, untuk membina logo itu.



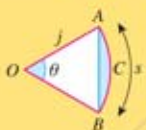


SUKATAN MEMBULAT

Penukaran radian kepada darjah dan sebaliknya

$$\begin{array}{ccc} & \times \frac{180^\circ}{\pi} & \\ \text{Radian} & \xleftrightarrow{\quad} & \text{Darjah} \\ & \times \frac{\pi}{180^\circ} & \end{array}$$

Panjang lengkok suatu bulatan



Panjang lengkok, $s = r\theta$
Perimeter tembereng ABC
 $= s + AB$

Luas sektor suatu bulatan



Luas sektor, $L = \frac{1}{2}r^2\theta$
Luas tembereng ABC
 $= L - \text{Luas } \triangle AOB$

Aplikasi



Penulisan Jurnal

- Adakah anda lebih cenderung untuk mengukur sesuatu sudut pada bulatan dalam darjah daripada radian atau sebaliknya? Tuliskan justifikasi dan rasional untuk pilihan anda itu.
- Layari Internet untuk mendapatkan jejari, dalam m, bagi enam buah roda Ferris yang berikut:

(a) <i>Eye on Malaysia</i>	(b) <i>Wiener Riesenrad</i> , Vienna	(c) <i>The London Eye</i>
(d) <i>Tianjin Eye</i> , China	(e) <i>High Roller</i> , Las Vegas	(f) <i>The Singapore Flyer</i>

 Katakan koordinat bagi pusat setiap roda Ferris itu ialah $(0, 0)$, tentukan
 - lilitan, dalam m, setiap roda Ferris itu,
 - luas kawasan, dalam m^2 , yang dilitupi oleh setiap roda Ferris itu bagi satu pusingan lengkap,
 - persamaan bagi setiap roda Ferris itu.



Latihan Sumatif

1. Rajah di sebelah menunjukkan sektor KOL bagi bulatan berpusat O dan berjari 10 cm. Diberi luas sektor itu ialah 60 cm^2 , hitung **TP 2**
- nilai θ , dalam radian,
 - perimeter, dalam cm, sektor KOL .



2. Rajah di sebelah menunjukkan sektor AOB bagi bulatan berpusat O . Diberi $AD = DO = OC = CB = 3 \text{ cm}$, cari **TP 2**
- perimeter, dalam cm, kawasan berlorek,
 - luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.



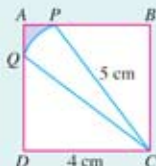
3. Rajah di sebelah menunjukkan sektor POQ dan sektor ROS dengan pusat O . Diberi $OP = 4 \text{ cm}$, nisbah $OP : OR = 2 : 3$ dan luas kawasan berlorek ialah 10.8 cm^2 , cari **TP 3**
- nilai θ , dalam radian,
 - perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.



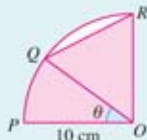
4. Rajah di sebelah menunjukkan sektor MON bagi bulatan dengan sudut θ radian dan jejari $j \text{ cm}$. Diberi perimeter sektor itu ialah 18 cm dan luasnya ialah 8 cm^2 . **TP 3**
- Bentukkan sepasang persamaan serentak yang melibatkan j dan θ .
 - Seterusnya, cari nilai j dan nilai θ .



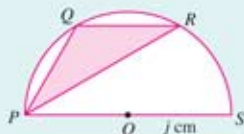
5. Dalam rajah di sebelah, $ABCD$ ialah segi empat sama dengan sisi 4 cm . PQ ialah lengkok bagi bulatan berpusat C dengan jejari 5 cm . Cari **TP 3**
- $\angle PCQ$, dalam darjah,
 - perimeter, dalam cm, kawasan berlorek APQ ,
 - luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek APQ .



6. Rajah di sebelah menunjukkan sukuan bagi bulatan berpusat O dan berjari 10 cm . Q ialah titik pada lengkok itu dengan keadaan panjang lengkok PQ dan QR adalah dalam nisbah $2 : 3$. Diberi $\angle POQ = \theta$ radian, cari **TP 3**
- nilai θ ,
 - luas, dalam cm^2 , kawasan berwarna.



7. Dalam rajah di sebelah, $PQRS$ ialah semibulatan dengan pusat O dan berjari j cm. Diberi panjang lengkok PQ , QR dan RS adalah sama. Hitung luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. Berikan jawapan dalam sebutan j .
[Guna $\pi = 3.142$] **TP**



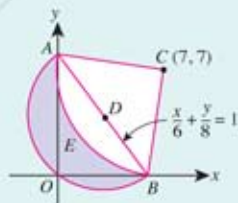
8. Rajah di sebelah menunjukkan sektor VOW bagi bulatan berpusat O . Lengkok VW bagi bulatan itu mencangkum sudut 2 radian di pusat O . Sektor VOW dilipat untuk membentuk sebuah kon tegak supaya lengkok VW menjadi lilitan bagi tapak kon. Cari tinggi, dalam cm, kon itu. **TP**



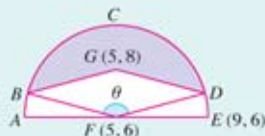
9. Rajah di sebelah menunjukkan semibulatan $AOBP$ dengan O ialah pusat bulatan dan $\triangle APB$ ialah segi tiga bersudut tegak di P . Diberi $AB = 16$ cm dan $\angle ABP = \frac{\pi}{6}$ radian. Cari **TP**
- panjang AP , dalam cm,
 - luas, dalam cm^2 , $\triangle ABP$,
 - luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.



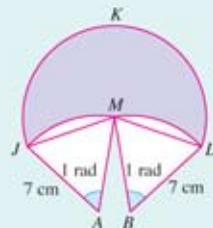
10. Dalam rajah di sebelah, AOB ialah semibulatan berpusat D dan AEB ialah lengkok bagi bulatan berpusat $C(7, 7)$.
Persamaan AB ialah $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$. Hitung **TP**
- luas $\triangle ABC$,
 - $\angle ACB$, dalam darjah,
 - luas, dalam unit², kawasan berlorek.



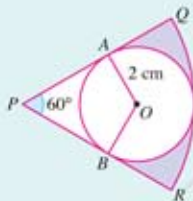
11. Rajah di sebelah menunjukkan semibulatan $ABCDE$ berpusat F dan rombus $BGDF$. Diberi koordinat bagi E , F dan G masing-masing ialah $(9, 6)$, $(5, 6)$ dan $(5, 8)$ dan $\angle BFD = \theta$ radian. Hitung **TP**
- nilai θ , dalam radian,
 - luas, dalam unit², sektor BFD ,
 - luas, dalam unit², kawasan berlorek.



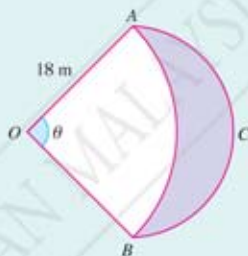
12. Rajah di sebelah menunjukkan sektor bulatan $JKLM$ berpusat M dan dua sektor bulatan JAM dan MBL masing-masing berpusat A dan B . Diberi sudut major JML ialah 3.8 radian, cari **TP**
- jejari, dalam cm, sektor bulatan $JKLM$,
 - perimeter, dalam cm, rantau berlorek,
 - luas, dalam cm^2 , sektor bulatan JAM ,
 - luas, dalam cm^2 , rantau berlorek.



13. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat O dan berjajari 2 cm terdapat dalam sektor PQR bagi bulatan berpusat P . Garis lurus PQ dan PR ialah tangen kepada bulatan masing-masing di titik A dan titik B . Hitung **TP** 
- (a) panjang, dalam cm, lengkok QR ,
 (b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.



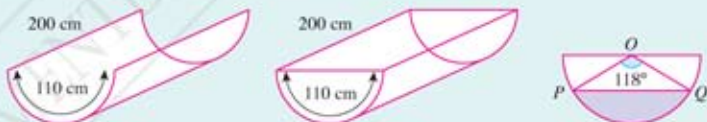
14. Rajah di sebelah menunjukkan pelan bagi sebuah taman. AOB ialah sektor bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjajari 18 m dan ACB ialah sebuah semibulatan dengan diameter AB . Taman itu terdiri daripada kawasan berumput AOB dan kawasan pokok bunga berpagar ACB . Diberi bahawa luas bagi kawasan berumput AOB ialah 243 m^2 , hitung **TP** 
- (a) nilai θ , dalam radian,
 (b) panjang, dalam m, pagar yang diperlukan untuk memagari kawasan pokok bunga,
 (c) luas, dalam m^2 , kawasan pokok bunga.



15. Hilal mengikat empat buah tin minuman yang berbentuk silinder tegak dengan seutas tali seperti yang ditunjukkan dalam rajah di sebelah. Jejari bagi setiap tin itu ialah 5.5 cm. Hitung panjang tali, dalam cm, yang digunakan oleh Hilal. **TP** 



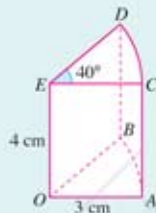
16. Sekeping aluminium yang berbentuk segi empat tepat berukuran 200 cm dan 110 cm dibengkokkan untuk membentuk separuh permukaan melengkung silinder. Dua semibulatan dilekatkan di kedua-dua hujung bentuk itu untuk membuat sebuah bekas air seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. **TP** 



Bekas itu diletakkan secara mengufuk dan air dituangkan ke dalamnya. PQ mewakili paras air di dalam bekas itu dengan O ialah pusat semibulatan dan $\angle POQ = 118^\circ$.

- (a) Tunjukkan bahawa jejari silinder itu ialah 35 cm, betul kepada cm terhampir.
 (b) Hitung
 (i) luas, dalam cm^2 , sektor POQ ,
 (ii) luas, dalam cm^2 , tembereng berlorek,
 (iii) isi padu, dalam liter, air di dalam bekas itu.

17. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah prisma dengan setiap keratan rentasnya ialah sektor bagi bulatan berjejari 3 cm. AOB dan CED ialah keratan rentas prisma itu dengan A, B, C dan D terletak di atas permukaan lengkung prisma. Diberi bahawa tinggi prisma itu ialah 4 cm dan $\angle CED = 40^\circ$, cari **TP**
- panjang, dalam cm, lengkok AB ,
 - luas, dalam cm^2 , sektor AOB ,
 - isi padu, dalam cm^3 , prisma,
 - jumlah luas permukaan, dalam cm^2 , prisma itu.



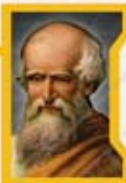
18. Persatuan Matematik SMK Taman Pagoh Indah menganjurkan satu pertandingan mencipta logo untuk persatuan itu. Rajah di sebelah menunjukkan logo berbentuk bulatan dan sektor bulatan yang direka oleh Wong. Jejari bulatan setiap lengkok ialah 5 cm. Cari **TP**
- perimeter, dalam cm, kawasan berwarna logo itu,
 - luas, dalam cm^2 , kawasan berwarna logo itu.



EKSPLORASI MATEMATIK

Ahli matematik pada zaman dahulu mendapati bahawa pemalar π ialah nisbah lilitan suatu bulatan kepada diameternya. Maklumat di bawah menunjukkan anggaran nilai π berdasarkan pendapat empat orang tokoh matematik yang terkemuka di dunia.

1



Ahli matematik Greek, Archimedes telah membuktikan bahawa

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

2



Ahli matematik Yunani-Romawi, Ptolemy menunjukkan bahawa nilai anggaran bagi π ialah 3.1416.

3



Ahli matematik Switzerland, Euler mendapati bahawa

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$

4



Ahli matematik Jerman, Lambert membuktikan bahawa π ialah suatu nombor tak rasional.

Pada zaman moden hari ini, komputer boleh menilai π hingga sepuluh juta digit. Teroka nilai π dengan menggunakan perisian geometri dinamik Desmos.