

BAB 1

Ubaan

Apakah yang akan anda pelajari?

- Ubaan Langsung
- Ubaan Songsang
- Ubaan Bergabung

Maslahat Bab Ini

Konsep ubaan banyak digunakan dalam kehidupan seharian kita dan meluas dalam bidang sains dan matematik. Misalnya, mencari jarak yang dilalui dengan laju dalam masa tertentu, mengkaji hubungan antara kedalaman laut dengan tekanan air dan lain-lain.

Tahukah Anda?

Simbol $\propto$ diperkenalkan oleh William Emerson (1701-1782), seorang ahli matematik Inggeris, pada tahun 1768 dalam karyanya *The Doctrine of Fluxions*.

Untuk maklumat lanjut:



bit.do/TahukahAndaBab1



GERBANG ISTILAH



pemalar
pemboleh ubah
ubaaan bergabung
ubaaan langsung
ubaaan songsang
ubaaan tercantum

constant
variable
combined variation
direct variation
inverse variation
joint variation



Dalam kajian saintifik, juruelektrik menjalankan eksperimen untuk mengkaji hubungan antara dua atau lebih pemboleh ubah. Sebagai contoh, dalam suatu eksperimen mengenai arus elektrik, jika nilai voltan meningkat, maka nilai arus yang mengalir melalui litar juga meningkat dan sebaliknya. Berbeza pula, jika nilai rintangan berkurang, maka nilai arus bertambah dan sebaliknya. Tahukah anda bagaimana hubungan antara arus (I), voltan (V) dengan rintangan (R) berkait antara satu sama lain?

1.1 Ubahan Langsung

Apakah maksud ubahan langsung?



Standard Pembelajaran

Menerangkan maksud ubahan langsung.

5 cawan beras untuk 10 hidangan. 10 cawan beras untuk 20 hidangan.

Seorang tukang masak perlu menentukan bahan yang digunakan mengikut bilangan hidangan. Jika bahan yang digunakan bertambah, maka bilangan hidangan turut bertambah. Sebaliknya, jika bahan yang digunakan berkurang, maka bilangan hidangan turut berkurang.

Dalam kehidupan seharian, kita sering berdepan dengan situasi yang melibatkan hubungan perubahan kuantiti. Contohnya, jarak perjalanan dengan tambang teksi, jumlah faedah yang diperolehi mengikut tempoh dengan kadar faedah tertentu.

MOBILISASI MINDA 1

Individu

Tujuan: Menerangkan maksud ubahan langsung.

Langkah:

1. Dengan melayari laman sesawang Bank Negara Malaysia, dapatkan kadar pertukaran mata wang Ringgit Malaysia (RM) kepada Dolar Singapura (\$), Baht Thailand (฿) dan Yen Jepun (¥) yang terbaharu.
2. Dengan menggunakan kadar pertukaran tersebut, hitung nilai mata wang Ringgit Malaysia kepada Dolar Singapura, Baht Thailand dan Yen Jepun yang berikut.

Ringgit Malaysia (RM)	10	20	30	40	50
Dolar Singapura (\$)					
Baht Thailand (฿)					
Yen Jepun (¥)					

Perbincangan:

1. Nyatakan perubahan
 - (a) pada Dolar Singapura, Baht Thailand dan Yen Jepun apabila Ringgit Malaysia bertambah,
 - (b) pada Dolar Singapura, Baht Thailand dan Yen Jepun apabila Ringgit Malaysia dibahagi dengan empat,
 - (c) pada Dolar Singapura, Baht Thailand dan Yen Jepun apabila Ringgit Malaysia bertambah dua kali ganda,
 - (d) pada Dolar Singapura, Baht Thailand dan Yen Jepun apabila Ringgit Malaysia berkurang 50%.
2. Apakah hubungan antara nilai Ringgit Malaysia dengan nilai Dolar Singapura, Baht Thailand dan Yen Jepun?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 1, didapati bahawa perubahan dalam jumlah Ringgit Malaysia, RM yang ditukar menyebabkan perubahan yang sepadan dalam jumlah Dolar Singapura, \$, Baht Thailand, ฿, dan Yen Jepun, ¥. Nilai RM bertambah apabila nilai \$, ฿ dan ¥ bertambah, dan nilai RM berkurang apabila nilai \$, ฿ dan ¥ berkurang.

Hubungan ini dinamakan ubahan langsung. Secara umumnya,

Uban langsung menerangkan perkaitan antara dua pemboleh ubah, dengan keadaan apabila satu pemboleh ubah y bertambah maka pemboleh ubah x juga bertambah pada kadar yang sama dan sebaliknya. Hubungan ini juga ditulis sebagai y berubah secara langsung dengan x .

Contoh 1

Jumlah gaji seorang pekerja sambilan sebagai jurujual berubah secara langsung dengan bilangan jam dia bekerja. Nyatakan perubahan pada

- (a) jumlah gaji jika bilangan jam bertambah dua kali ganda,
- (b) jumlah gaji jika bilangan jam berkurang sebanyak 40%,
- (c) bilangan jam bekerja jika jumlah gaji yang diterima adalah separuh daripada gaji asal.

Penyelesaian:

- (a) Jumlah gaji bertambah dua kali ganda.
- (b) Jumlah gaji berkurang sebanyak 40%.
- (c) Bilangan jam bekerja adalah separuh daripada bilangan jam asal bekerja.

Latih Kendiri 1.1a

1. Nilai rintangan bagi seutas dawai berubah secara langsung dengan nilai suhunya. Nyatakan perubahan pada
 - (a) nilai rintangan jika nilai suhunya bertambah 10%,
 - (b) nilai rintangan jika nilai suhunya berkurang separuh daripada suhu asal,
 - (c) nilai suhu jika nilai rintangan berkurang $\frac{1}{4}$ daripada nilai rintangan asal.

- Puan Wardina ingin membeli kacang hijau yang dijual pada harga RM x sekilogram. Nyatakan harga kacang hijau jika Puan Wardina membeli
 - 500 g kacang hijau,
 - 2 kg kacang hijau.
- Jadual di bawah menunjukkan hubungan antara masa dengan bilangan botol jem yang dihasilkan di sebuah kilang.

Masa (minit)	5	10	15	20	25
Bilangan botol	10	20	30	40	50

Nyatakan perubahan pada bilangan botol jem yang dihasilkan apabila

- masa bertambah sebanyak dua kali ganda lebih lama,
- masa dikurangkan separuh.

Apakah hubungan antara dua pemboleh ubah bagi suatu ubahan langsung?

Standard Pembelajaran

Menentukan hubungan antara dua pemboleh ubah bagi suatu ubahan langsung.

MOBILISASI MINDA 2

 Berkumpulan

Tujuan: Menentukan hubungan antara dua pemboleh ubah bagi suatu ubahan langsung.

Langkah:

- Bahagikan murid kepada 6 kumpulan.
- Setiap kumpulan memilih satu jenis kadar daripada senarai di bawah.
 - Kadar tambang teksi mengikut jarak
 - Kadar tempat letak kereta mengikut jam
 - Kadar denyutan jantung mengikut minit
 - Kadar tol mengikut jarak
 - Kadar muat turun data (Mbps)
 - Kadar faedah mudah simpanan setahun
- Dengan melayari Internet, dapatkan maklumat bagi kadar yang dipilih dan lengkapkan jadual seperti di bawah.
Misalnya, kadar tambang teksi ialah RM1.20 per km.

Jarak yang dilalui, x (km)	2	4	6	8	10
Tambang, y (RM)					
$\frac{y}{x}$					

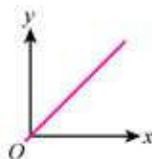
- Lukis graf y melawan x dengan skala yang sesuai berdasarkan jadual yang diperolehi.
- Jawab soalan dalam Perbincangan.
- Bentangkan hasil dapatan kumpulan anda kepada kelas.

Perbincangan:

1. Berdasarkan nilai $\frac{y}{x}$, apakah kesimpulan yang boleh dibuat?
2. Nyatakan bentuk graf yang terhasil.
3. Apakah hubungan antara pemboleh ubah y dengan pemboleh ubah x ?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 2, didapati bahawa bagi suatu ubahan langsung,

- (a) nilai $\frac{y}{x}$ ialah pemalar,
- (b) graf y melawan x ialah satu garis lurus yang melalui asalan,
- (c) pemboleh ubah y berubah secara langsung dengan pemboleh ubah x .



Dalam ubahan langsung, kuantiti y dikatakan berubah secara langsung dengan x jika dan hanya jika $\frac{y}{x}$ ialah satu pemalar, dikenali sebagai pemalar perkadaran, k .

Perkaitan antara nilai k dengan konsep perkadaran:

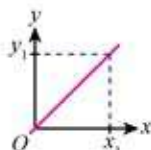
y	y_1	y_2	y_3	y_4
x	x_1	x_2	x_3	x_4

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_4}{x_4}$$

Perkaitan antara nilai k dengan kecerunan garis lurus yang melalui asalan:

Kecerunan,

$$m = \frac{y_1}{x_1} = k$$



Perkaitan ini hanya benar jika garis lurus melalui asalan.

Apabila y berubah secara langsung dengan x , maka hubungan ini ditulis sebagai $y \propto x$. Daripada hubungan ini, nilai pemalar perkadaran k dapat ditentukan, iaitu

$$k = \frac{y}{x}$$

Bagi suatu **ubahan langsung**, y berubah secara langsung dengan x boleh ditulis sebagai

$$y \propto x \text{ (hubungan ubahan)}$$

$$y = kx \text{ (bentuk persamaan)}$$

dengan keadaan k ialah pemalar.

TiP Bestari

Graf y melawan x ialah graf dengan pemboleh ubah y mewakili paksi mencancang dan pemboleh ubah x mewakili paksi mengufuk.

Buletin Ilmiah

Pemalar ialah nilai sesuatu kuantiti yang tetap atau tidak berubah.

Minda Kritis

Adakah semua nilai kecerunan mewakili nilai perkadaran, k ? Bincangkan.

TiP Bestari

Hubungan ubahan langsung yang ditulis sebagai ' y berubah secara langsung dengan x ' juga boleh ditulis sebagai ' x dan y adalah berkadaran langsung'.

TiP Bestari

Simbol $\propto$ merujuk kepada 'adalah berkadaran dengan'.

Tujuan: Menentukan hubungan antara pemboleh ubah y dengan x^2 bagi suatu ubahan langsung.

Langkah:

1. Diberi satu bulatan dengan jejari, x cm, dan luas, y cm².
2. Dalam kumpulan, secara bergilir-gilir, lengkapkan jadual di bawah. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Jejari, x (cm)	3.5	7.0	10.5	14.0	17.5
Luas bulatan, y (cm ²)					
Kuasa dua jejari, x^2 (cm ²)					
Kuasa tiga jejari, x^3 (cm ³)					
$\frac{y}{x^2}$					
$\frac{y}{x^3}$					

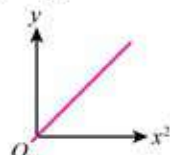
3. Lukis graf y melawan x^2 dan graf y melawan x^3 , dengan menggunakan nilai penghampiran.

Perbincangan:

1. Bandingkan nilai-nilai bagi $\frac{y}{x^2}$ dan $\frac{y}{x^3}$. Apakah kesimpulan yang boleh dibuat?
2. Graf yang manakah ialah graf garis lurus yang melalui asalan?
3. Apakah hubungan antara pemboleh ubah y dengan pemboleh ubah x^2 ?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 3, didapati bahawa bagi suatu ubahan langsung,

- (a) nilai $\frac{y}{x^2}$ ialah pemalar. Oleh itu, $k = \frac{y}{x^2}$,
- (b) graf y melawan x^2 ialah satu garis lurus yang melalui asalan,
- (c) pemboleh ubah y berubah secara langsung dengan pemboleh ubah x^2 .



Secara umumnya,

Bagi suatu **ubahan langsung**, y berubah secara langsung dengan x^n , boleh ditulis sebagai

$$\left. \begin{array}{l} y \propto x^n \text{ (hubungan ubahan)} \\ y = kx^n \text{ (bentuk persamaan)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{dengan keadaan} \\ n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ dan} \\ k \text{ ialah pemalar.} \end{array}$$

Graf y melawan x^n ialah satu garis lurus yang melalui asalan dengan k ialah kecerunan garis lurus.



Dalam Mobilisasi Minda 3, apakah perkaitan antara nilai π dengan $\frac{y}{x^2}$?

Tip Bestari

$y \propto x$ adalah benar jika dan hanya jika $n = 1$.

Contoh 2

Sebuah kereta mainan bergerak daripada keadaan pegun. Jarak yang dilalui oleh kereta mainan itu, y , berubah dengan masa, t , seperti yang ditunjukkan dalam jadual di bawah.

Masa, t (s)	2	4	6	8	10	12
Jarak, y (cm)	14	28	42	56	70	84

Medan Interaktif

Apabila $y = 3x^2$, y tidak berubah secara langsung dengan x . Bincangkan.

Tentukan sama ada y berubah secara langsung dengan t atau t^2 . Seterusnya, tuliskan hubungan tersebut dalam bentuk ubahan.

Penyelesaian:

t	2	4	6	8	10	12
y	14	28	42	56	70	84
$\frac{y}{t}$	$\frac{14}{2} = 7$	$\frac{28}{4} = 7$	$\frac{42}{6} = 7$	$\frac{56}{8} = 7$	$\frac{70}{10} = 7$	$\frac{84}{12} = 7$
$\frac{y}{t^2}$	$\frac{14}{2^2} = 3.50$	$\frac{28}{4^2} = 1.75$	$\frac{42}{6^2} = 1.17$	$\frac{56}{8^2} = 0.88$	$\frac{70}{10^2} = 0.70$	$\frac{84}{12^2} = 0.58$

y berubah secara langsung dengan t kerana nilai $\frac{y}{t}$ ialah pemalar. Maka, $y \propto t$.

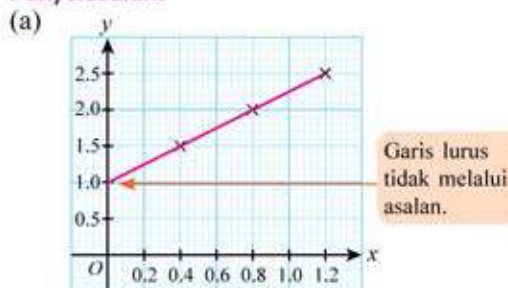
y tidak berubah secara langsung dengan t^2 kerana nilai $\frac{y}{t^2}$ bukan pemalar.

Contoh 3

- (a) Dengan melukis graf y melawan x , tentukan sama ada y berubah secara langsung dengan x atau tidak.

x	0.4	0.8	1.2
y	1.5	2.0	2.5

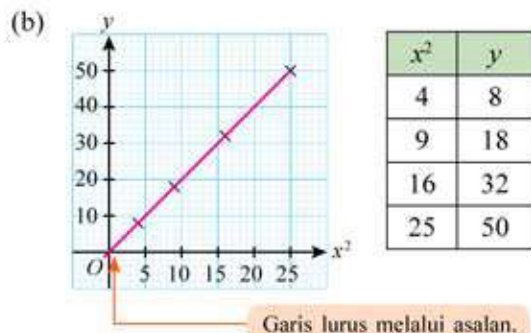
Penyelesaian:



Maka, y tidak berubah secara langsung dengan x .

- (b) Dengan melukis graf y melawan x^2 , tentukan sama ada y berubah secara langsung dengan x^2 atau tidak.

x	2	3	4	5
y	8	18	32	50



Maka, y berubah secara langsung dengan x^2 .

Contoh 4

Diberi $m = 0.8$ apabila $n = 0.125$. Ungkapkan m dalam sebutan n jika

- (a) m berubah secara langsung dengan n ,
 (b) m berubah secara langsung dengan punca kuasa tiga n .

Penyelesaian:

(a) $m \propto n$ $m = kn$ $0.8 = k(0.125)$ $k = \frac{0.8}{0.125}$ $= 6.4$ Maka, $m = 6.4n$	Tuliskan hubungan dalam bentuk persamaan. Gantikan nilai m dan nilai n ke dalam persamaan untuk mendapatkan nilai k.	(b) $m \propto \sqrt[3]{n}$ $m = k\sqrt[3]{n}$ $0.8 = k(\sqrt[3]{0.125})$ $k = \frac{0.8}{\sqrt[3]{0.125}}$ $= 1.6$ Maka, $m = 1.6\sqrt[3]{n}$
--	---	--

Contoh 5

Pemanjangan spring, x cm, berubah secara langsung dengan jisim pemberat, w g, yang ditanggungnya. Diberi bahawa pemanjangan spring ialah 3 cm apabila diletakkan pemberat sebanyak 200 g. Ungkapkan x dalam sebutan w .

Penyelesaian:

$x \propto w$
 $x = kw$
 $3 = k(200)$
 $k = \frac{3}{200}$
 $= 0.015$
 Maka, $x = 0.015w$

Tuliskan hubungan dalam bentuk persamaan.

Gantikan nilai x dan nilai w ke dalam persamaan untuk mendapatkan nilai k .

Contoh 6

Diberi y berubah secara langsung dengan x . Jika $y = 0.14$ apabila $x = 0.2$, hitung nilai

- (a) y apabila $x = 5$, (b) x apabila $y = 0.875$.

Penyelesaian:

$y \propto x$ $y = kx$ $0.14 = k(0.2)$ $k = \frac{0.14}{0.2}$ $= 0.7$ Maka, $y = 0.7x$	(a) Apabila $x = 5$, $y = 0.7(5)$ $= 3.5$	(b) Apabila $y = 0.875$, $0.875 = 0.7x$ $x = \frac{0.875}{0.7}$ $= 1.25$
--	---	--

Minda Kritis

Dalam graf Contoh 3(a), mengapakah y tidak berubah secara langsung dengan x ?

Tip Bestari

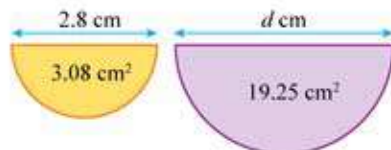
- (i) y berubah secara langsung dengan x ,
 $y \propto x$
 (ii) y berubah secara langsung dengan kuasa dua x ,
 $y \propto x^2$
 (iii) y berubah secara langsung dengan kuasa tiga x ,
 $y \propto x^3$
 (iv) y berubah secara langsung dengan punca kuasa dua x ,
 $y \propto \sqrt{x}$
 (v) y berubah secara langsung dengan punca kuasa tiga x ,
 $y \propto \sqrt[3]{x}$

Khazanah Silam

Robert Hooke (1635-1703), seorang saintis British telah memperkenalkan Hukum Hooke pada tahun 1676 yang menyatakan bahawa pemanjangan suatu bahan kenyal adalah berkadar langsung dengan daya regangan yang bertindak, selagi tidak melepasi had kenyal.

Contoh 7

Luas, $L \text{ cm}^2$, satu semi bulatan berubah secara langsung dengan kuasa dua diameternya, $d \text{ cm}$. Diberi luas semi bulatan itu ialah 3.08 cm^2 apabila diameternya ialah 2.8 cm . Hitung nilai d apabila $L = 19.25$.

**Penyelesaian:**

$$L \propto d^2$$

$$L = kd^2$$

$$3.08 = k(2.8)^2$$

$$k = \frac{3.08}{(2.8)^2}$$

$$= \frac{11}{28}$$

$$\text{Maka, } L = \frac{11}{28}d^2$$

Apabila $L = 19.25$,

$$19.25 = \frac{11}{28}d^2$$

$$d^2 = \frac{19.25 \times 28}{11}$$

$$d = \sqrt{49}$$

$$= 7 \text{ cm}$$

Langkah Alternatif:

Menggunakan konsep perkadaran:

Diberi $L_1 = 3.08$, $d_1 = 2.8$ dan $L_2 = 19.25$

$$\frac{L_1}{(d_1)^2} = \frac{L_2}{(d_2)^2}$$

$$\frac{3.08}{2.8^2} = \frac{19.25}{(d_2)^2}$$

$$(d_2)^2 = \frac{19.25 \times 2.8^2}{3.08}$$

$$d_2 = \sqrt{49}$$

$$= 7 \text{ cm}$$

Contoh 8

Tempoh ayunan, A saat, bagi satu bandul ringkas berubah secara langsung dengan punca kuasa dua panjang benang, $p \text{ cm}$. Diberi bahawa satu bandul ringkas dengan panjang benangnya ialah 9 cm mempunyai tempoh ayunan sebanyak 1.2 saat. Hitung tempoh ayunan dalam saat, jika panjang benang ialah 25 cm .

Penyelesaian:

$$A \propto \sqrt{p}$$

$$A = k\sqrt{p}$$

$$1.2 = k\sqrt{9}$$

$$k = \frac{1.2}{\sqrt{9}}$$

$$= 0.4$$

$$\text{Maka, } A = 0.4\sqrt{p}$$

Apabila $p = 25$,

$$A = 0.4\sqrt{25}$$

$$= 2 \text{ saat}$$

Langkah Alternatif:

Menggunakan konsep perkadaran:

Diberi $A_1 = 1.2$, $p_1 = 9$ dan $p_2 = 25$

$$\frac{A_1}{\sqrt{p_1}} = \frac{A_2}{\sqrt{p_2}}$$

$$\frac{1.2}{\sqrt{9}} = \frac{A_2}{\sqrt{25}}$$

$$A_2 = \frac{1.2 \times \sqrt{25}}{\sqrt{9}}$$

$$= 2 \text{ saat}$$

1. Jadual berikut menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y .

- (a) Tentukan sama ada y berubah secara langsung dengan x atau x^3 . Kemudian, tuliskan hubungan tersebut dalam bentuk ubahan.

x	1	2	3	4	5
y	2.5	5	7.5	10	12.5

- (b) Tentukan sama ada y berubah secara langsung dengan x atau $\sqrt{x}$. Kemudian, tuliskan hubungan tersebut dalam bentuk ubahan.

x	4	9	25	36	49
y	0.6	0.9	1.5	1.8	2.1

2. Spring digantung dengan beban. Jadual di sebelah menunjukkan jisim beban, x g dengan pemanjangan spring, p cm. Dengan melukis graf p melawan x , tentukan sama ada p berubah secara langsung dengan x atau tidak.

Jisim beban, x (g)	5	10	15	25	30
Pemanjangan spring, p (cm)	1	2	3	5	6

3. Diberi $p = 32$ apabila $q = 4$. Ungkapkan p dalam sebutan q jika
- p berubah secara langsung dengan q^3 ,
 - p berubah secara langsung dengan punca kuasa dua q .
4. Gaji, RM x , yang diperoleh seorang pekerja berubah secara langsung dengan jumlah masa bekerja, t jam. Diberi bahawa seorang pekerja telah menerima gaji sebanyak RM112 selepas bekerja selama 14 jam. Tuliskan persamaan yang menghubungkan x dengan t .
5. Diberi $y = 1.8$ apabila $x = 0.6$, hitung nilai y apabila $x = 5$ jika
- $y \propto x$,
 - $y \propto x^2$.
6. Diberi s berubah secara langsung dengan $t^{\frac{1}{3}}$. Jika $s = 1.2$ apabila $t = 27$, hitung nilai
- s apabila $t = 64$,
 - t apabila $s = 0.28$.
7. Bilangan patah perkataan yang ditaip, a , oleh Saiful berubah secara langsung dengan masa menaip, t minit. Jika Saiful menaip 270 patah perkataan dalam masa 6 minit, hitung masa yang digunakan olehnya untuk menaip 675 patah perkataan.
8. Sebuah objek jatuh dari ketinggian, h m, berubah secara langsung dengan kuasa dua masanya, t s di planet Q. Diberi bahawa objek itu jatuh dari ketinggian 5 m dalam masa 2 s, hitung masa yang diambil dalam saat, oleh objek itu jatuh pada ketinggian 45 m di planet itu.
9. Diberi isi padu cat, x liter, berubah secara langsung dengan luas dinding, d m². Jika 3 liter cat boleh mengecat 36 m² dinding,
- ungkapkan persamaan dalam sebutan x dan d ,
 - hitung isi padu cat dalam liter, yang diperlukan untuk mengecat dinding dengan tinggi 9 m dan lebar 5 m.

Apakah hubungan antara tiga atau lebih pemboleh ubah bagi suatu ubahan tercantum?

Faedah mudah,
 $I = Prt$
 dengan keadaan
 P = prinsipal
 r = kadar
 faedah
 t = masa



Apakah hubungan pemboleh ubah I dengan pemboleh ubah P , r dan t ?

Standard Pembelajaran

Menentukan hubungan antara tiga atau lebih pemboleh ubah bagi suatu ubahan tercantum.

Semasa di Tingkatan 3, anda telah mempelajari pengiraan faedah mudah, I yang melibatkan pemboleh ubah P , r dan t . Situasi di atas merujuk kepada satu daripada contoh hubungan bagi ubahan tercantum. **Ubahan tercantum** ialah ubahan langsung dengan keadaan satu pemboleh ubah berubah sebagai hasil darab dua atau lebih pemboleh ubah yang lain.

MOBILISASI MINDA 4 Individu

Tujuan: Menentukan hubungan antara tiga pemboleh ubah bagi suatu ubahan tercantum.

Langkah:

1. Rajah di sebelah menunjukkan satu segi empat tepat dengan panjang, x cm, dan lebar, z cm. Diberi luas segi empat tepat itu ialah y cm². Lengkapkan jadual di bawah.



(A) Jika z ialah pemalar				
Panjang, x (cm)	2	3	4	5
Lebar, z (cm)	6	6	6	6
Luas, y (cm ²)				

(B) Jika x ialah pemalar				
Panjang, x (cm)	2	2	2	2
Lebar, z (cm)	6	5	4	3
Luas, y (cm ²)				

(C) Jika x , z dan y ialah pemboleh ubah				
Panjang, x (cm)	2	3	4	5
Lebar, z (cm)	8	6	3	2
Luas, y (cm ²)				
$\frac{y}{xz}$				

Perbincangan:

1. Apakah hubungan antara y dengan x jika z ialah pemalar?
2. Apakah hubungan antara y dengan z jika x ialah pemalar?
3. Apakah hubungan antara y , x dan z jika ketiga-tiganya ialah pemboleh ubah?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 4, didapati bahawa y berubah secara langsung dengan x , dan y berubah secara langsung dengan z . Maka, y berubah secara tercantum dengan x dan z , iaitu $y \propto xz$.

Secara umumnya,

Bagi suatu **ubahan tercantum**, y berubah secara tercantum dengan x^m dan z^n boleh ditulis sebagai

$$\left. \begin{array}{l} y \propto x^m z^n \text{ (hubungan ubahan)} \\ y = kx^m z^n \text{ (bentuk persamaan)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{dengan keadaan} \\ m = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \\ n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ dan} \\ k \text{ ialah pemalar.} \end{array}$$

Contoh 9

Tuliskan hubungan dengan menggunakan simbol $\propto$ dan persamaan bagi setiap yang berikut.

- p berubah secara langsung dengan q dan $\sqrt{r}$.
- y berubah secara langsung dengan kuasa dua w dan kuasa tiga x .
- Isi padu prisma, V berubah secara langsung dengan luas keratan rentas, A dan tingginya, h .
- Jisim, w bagi sebatang besi berbentuk silinder berubah secara langsung dengan panjang, p dan kuasa dua diameter tapaknya, d .

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad p &\propto q\sqrt{r} \quad \leftarrow p \propto q \text{ dan } p \propto \sqrt{r} \\ p &= kq\sqrt{r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad y &\propto w^2 x^3 \quad \leftarrow y \propto w^2 \text{ dan } y \propto x^3 \\ y &= kw^2 x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad V &\propto Ah \quad \leftarrow V \propto A \text{ dan } V \propto h \\ V &= kAh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad w &\propto pd^2 \quad \leftarrow w \propto p \text{ dan } w \propto d^2 \\ w &= kpd^2 \end{aligned}$$

Contoh 10

Diberi bahawa $x \propto y^2 z$, ungkapkan x dalam sebutan y dan z jika $x = 6$ apabila $y = 3$ dan $z = 5$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} x &\propto y^2 z \\ x &= ky^2 z \quad \leftarrow \text{Tuliskan hubungan dalam bentuk persamaan.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &= k(3)^2(5) \quad \leftarrow \text{Gantikan nilai-nilai } x, y \text{ dan } z \text{ ke dalam persamaan untuk mendapatkan nilai } k. \\ k &= \frac{6}{(3)^2(5)} \\ &= \frac{2}{15} \end{aligned}$$

$$\text{Maka, } x = \frac{2}{15} y^2 z$$

TiP Bestari

$y \propto xz$ ialah cantuman dua hubungan $y \propto x$ dan $y \propto z$.

Minda Kritis

Bincangkan hubungan bagi persamaan faedah mudah, $I = Pri$.

TiP Bestari

$y \propto xz$ boleh dibaca sebagai

- y berubah secara langsung dengan x dan z
- y berubah secara tercantum dengan x dan z
- y berkadaran secara tercantum terhadap x dan z

Contoh 11

Tenaga keupayaan graviti, E Joule, bagi suatu objek berubah secara langsung dengan jisimnya, m kg, pecutan graviti, g m s⁻² dan kedudukannya pada ketinggian, h m. Diberi bahawa $E = 197$ Joule apabila $m = 4$ kg, $g = 9.81$ m s⁻² dan $h = 5$ m, tuliskan satu persamaan yang menghubungkan E , m , g dan h .

Penyelesaian:

$$E \propto mgh$$

$$E = kmgh \quad \leftarrow \text{Tuliskan hubungan dalam bentuk persamaan.}$$

$$197 = k(4)(9.81)(5) \quad \leftarrow \text{Gantikan nilai-nilai } E, m, g \text{ dan } h \text{ ke dalam persamaan untuk mendapatkan nilai } k.$$

$$k = \frac{197}{(4)(9.81)(5)}$$

$$= 1$$

$$\text{Maka, } E = mgh$$

Contoh 12

Tiga kuantiti, S , T dan U berubah seperti yang ditunjukkan dalam jadual di sebelah. Diberi bahawa S berubah secara langsung dengan T dan punca kuasa tiga U . Hitung nilai x dan nilai y .

S	6	x	50
T	0.8	1.2	40
U	27	125	y

Penyelesaian:

$$S \propto T^3 \sqrt{U}$$

$$S = kT^3 \sqrt{U}$$

$$S = 6 \text{ apabila } T = 0.8 \text{ dan } U = 27,$$

$$6 = k(0.8)^3 \sqrt{27}$$

$$k = \frac{6}{(0.8)^3 \sqrt{27}}$$

$$= 2.5$$

$$\text{Maka, } S = 2.5T^3 \sqrt{U}$$

$$\text{Apabila } T = 1.2 \text{ dan } U = 125,$$

$$x = 2.5(1.2)^3 \sqrt{125}$$

$$= 15$$

$$\text{Apabila } S = 50 \text{ dan } T = 40,$$

$$50 = 2.5(40)^3 \sqrt{y}$$

$$\sqrt[3]{y} = \frac{50}{(2.5)(40)}$$

$$= 0.5$$

$$y = 0.5^3$$

$$= 0.125$$

Buletin Ilmiah

- (i) Tenaga keupayaan graviti ialah tenaga yang tersimpan di dalam sebuah objek disebabkan oleh kedudukannya.
- (ii) Pecutan graviti, g , ialah suatu pemalar. Tenaga disimpan disebabkan oleh tarikan graviti Bumi terhadap objek. Nilai g berbeza di setiap jasad cakerawala. Misalnya, nilai g di Bumi ialah 9.81 m s⁻² dan di bulan ialah 1.62 m s⁻².

Langkah Alternatif:

Menggunakan konsep perkadaran:

Diberi $S_1 = 6$, $T_1 = 0.8$, $U_1 = 27$

dan $S_2 = x$, $T_2 = 1.2$, $U_2 = 125$

$$\frac{S_1}{T_1^3 \sqrt{U_1}} = \frac{S_2}{T_2^3 \sqrt{U_2}}$$

$$\frac{6}{(0.8)^3 \sqrt{27}} = \frac{x}{(1.2)^3 \sqrt{125}}$$

$$x = \frac{(6)(1.2)^3 \sqrt{125}}{(0.8)^3 \sqrt{27}}$$

$$= 15$$

Diberi $S_1 = 6$, $T_1 = 0.8$, $U_1 = 27$

dan $S_2 = 50$, $T_2 = 40$, $U_2 = y$

$$\frac{S_1}{T_1^3 \sqrt{U_1}} = \frac{S_2}{T_2^3 \sqrt{U_2}}$$

$$\frac{6}{(0.8)^3 \sqrt{27}} = \frac{50}{(40)^3 \sqrt{y}}$$

$$\sqrt[3]{y} = \frac{(50)(0.8)^3 \sqrt{27}}{(40)^3 (6)}$$

$$= 0.5$$

$$y = 0.5^3$$

$$= 0.125$$

- Tuliskan hubungan dengan menggunakan simbol $\propto$ bagi setiap yang berikut.
 - s berubah secara langsung dengan t dan u .
 - v berubah secara langsung dengan w^2 dan x .
 - a berubah secara langsung dengan kuasa tiga b dan punca kuasa dua c .
 - Luas permukaan melengkung, $L \text{ cm}^2$, sebuah silinder berubah secara langsung dengan jejari tapaknya, $j \text{ cm}$ dan tingginya, $h \text{ cm}$.
- Hitung pemalar, k bagi setiap yang berikut.
 - p berubah secara langsung dengan q^3 dan $r^{\frac{1}{3}}$. Diberi $p = 5.184$ apabila $q = 1.2$ dan $r = 216$.
 - p berubah secara langsung dengan q , r dan kuasa dua s . Diberi $p = \frac{1}{3}$ apabila $q = \frac{1}{5}$, $r = \frac{3}{2}$ dan $s = \frac{1}{3}$.
- Diberi $y = 6$ apabila $x = 0.64$ dan $z = 5$, ungkapkan y dalam sebutan x dan z jika
 - y berubah secara langsung dengan $\sqrt{x}$ dan z ,
 - y berubah secara langsung dengan x dan kuasa dua z .
- Harga bagi sebatang rod besi, $\text{RM}x$, berubah secara langsung dengan panjang, $p \text{ cm}$ dan kuasa dua jejari, $j \text{ cm}$. Jika sebatang rod besi dengan panjang 150 cm dan jejari 3 cm dijual pada harga $\text{RM}27$, tuliskan satu persamaan yang menghubungkan x dengan p dan j .
- Diberi G berubah secara langsung dengan H dan punca kuasa dua M . Jika $G = 42$ apabila $H = 7$ dan $M = 16$, hitung
 - nilai G apabila $H = 4$ dan $M = 81$,
 - nilai M apabila $G = 18$ dan $H = 20$.
- Jadual di bawah menunjukkan perubahan tiga kuantiti. Diberi P berubah secara langsung dengan kuasa tiga Q , dan R . Hitung nilai x dan nilai y .

P	86.4	x	1.215
Q	1.2	2	y
R	10	0.4	9

- Tenaga kinetik, $E \text{ Joule}$, sebuah objek berubah secara langsung dengan jisim, $w \text{ kg}$ dan kuasa dua laju, $v \text{ m s}^{-1}$, objek itu. Diberi bahawa tenaga kinetik sebuah objek dengan jisim 3 kg bergerak dengan kelajuan 12 m s^{-1} ialah 216 Joule . Hitung laju dalam m s^{-1} , objek itu jika jisim dan tenaga kinetik masing-masing ialah 5 kg dan 640 Joule .
- Isi padu sebuah kon, $V \text{ cm}^3$, berubah secara langsung dengan tinggi, $h \text{ cm}$, dan kuasa dua jejari tapaknya, $j \text{ cm}$. Sebuah kon dengan tinggi 21 cm dan jejari 6 cm mempunyai isi padu 792 cm^3 . Hitung isi padu dalam cm^3 , kon dengan tinggi 14 cm dan jejari 15 cm .

Bagaimanakah menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan langsung?

Contoh 13

Hukum Charles menyatakan bahawa bagi satu jisim gas yang tetap, isi padu, V cm³, gas itu berkadar langsung dengan suhu mutlaknya, T Kelvin, jika tekanan gas itu adalah tetap. Diberi bahawa sebuah bekas mengandungi 30 cm³ gas pada suhu 30°C.

- Ungkapkan V dalam sebutan T .
- Hitung isi padu dalam cm³, gas itu jika suhu berubah kepada -11°C.

[Rumus penukaran suhu dalam darjah Celsius kepada Kelvin:
 $x^{\circ}\text{C} = (273 + x) \text{ K}$]

Penyelesaian:

Memahami masalah

$$V \propto T$$

$$V = 30 \text{ apabila } T = (273 + x) \text{ K}$$

Merancang strategi

- Tuliskan ubahan langsung dalam bentuk persamaan.
- Gantikan nilai T ke dalam persamaan dan kemudian, hitung isi padu gas itu.

Membuat kesimpulan

$$(a) \quad V = \frac{10}{101} T$$

$$(b) \quad V = 25.94 \text{ cm}^3$$

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} (a) \quad V &\propto T \\ V &= kT \\ V &= k(273 + x) \\ 30 &= k(273 + 30) \\ k &= \frac{30}{303} \\ &= \frac{10}{101} \\ V &= \frac{10}{101} T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad V &= \frac{10}{101} T \\ V &= \frac{10}{101} (273 - 11) \\ &= 25.94 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Standard Pembelajaran

Menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan langsung.

Khazanah Silam



Hubungan antara isi padu dengan suhu suatu jisim gas yang tetap pada tekanan yang tetap telah dikaji pertama kali oleh Jacques Charles.

Contoh 14

Puan Soon menyimpan wangnya dalam akaun simpanan. Diberi bahawa faedah, I yang diterima berubah secara langsung dengan jumlah prinsipal, p dan tempoh dalam tahun, t wang yang disimpan. Puan Soon menerima faedah sebanyak RM200 apabila dia menyimpan RM4 000 selama dua tahun.

- Hitung tempoh simpanan yang diperlukan supaya Puan Soon dapat menerima faedah RM650 dengan prinsipal RM5 200.
- Puan Soon ingin mendapatkan jumlah faedah yang sama tetapi mengurangkan tempoh simpanan di (a). Adakah dia perlu menambahkan atau mengurangkan nilai prinsipalnya? Jelaskan jawapan anda.

Memahami masalah

$$I \propto pt$$

$I = 200$ apabila $p = 4\,000$
dan $t = 2$

Merancang strategi

- Tulis ubahan langsung dalam bentuk persamaan dan hitung nilai t apabila $I = 650$ dan $p = 5\,200$.
- Memahami perubahan bagi setiap pemboleh ubah dalam persamaan.

Membuat kesimpulan

- 5 tahun.
- Prinsipal perlu ditambahkan untuk mendapat jumlah faedah yang sama jika tempoh simpanan dikurangkan. Hal ini kerana jumlah faedah berkadar langsung dengan hasil darab prinsipal dan tempoh.

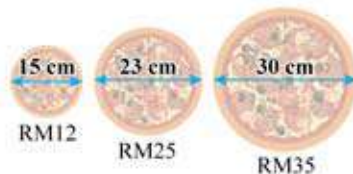
Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad I &= kpt \\ 200 &= k(4\,000)(2) \\ k &= \frac{200}{(4\,000)(2)} \\ &= 0.025 \\ \therefore I &= 0.025pt \\ \text{Apabila } I &= 650 \text{ dan } p = 5\,200, \\ 650 &= (0.025)(5\,200)t \\ t &= \frac{650}{(0.025)(5\,200)} \\ &= 5 \text{ tahun} \end{aligned}$$

- Untuk mengekalkan nilai I dalam persamaan $I = 0.025pt$,
 - apabila p berkurang, t bertambah
 - apabila p bertambah, t berkurang

Latih Kendiri 1.1d

- Lee mengisi air ke dalam sebuah tangki dengan menggunakan hos getah pada pukul 8:00 pagi. Pada pukul 11:00 pagi, Lee mendapati bahawa tangki itu telah diisi dengan 48% air.
 - Tuliskan satu persamaan yang menghubungkan isi padu air, V , yang diisi ke dalam tangki dengan masa yang diambil, t .
 - Pada pukul berapakah tangki itu akan diisi penuh dengan air?
- Aminah ingin menggantung beberapa bentuk segi tiga daripada sekeping kad. Diberi luas segi tiga yang digantung, $L \text{ cm}^2$, berubah secara langsung dengan tapak, $x \text{ cm}$, dan tinggi, $y \text{ cm}$. Pada mulanya, dia menggantung satu segi tiga dengan $L = 14$, $x = 7$ dan $y = 4$.
 - Tuliskan hubungan antara L dengan x dan y .
 - Aminah merancang untuk menggantung segi tiga kedua dengan nilai tapak bertambah 20% dan nilai tinggi berkurang 10%. Berapakah peratusan perubahan untuk luas segi tiga kedua ini?
- Sebuah kedai piza menjual tiga saiz piza dengan harga berbeza seperti yang ditunjukkan dalam rajah di sebelah. Adakah harga piza, $\text{RM}p$, berubah secara langsung dengan luas permukaan, $A \text{ cm}^2$, piza itu? Jika tidak, saiz piza yang manakah lebih berbaloi dengan harganya?



1.2 Ubahan Songsang

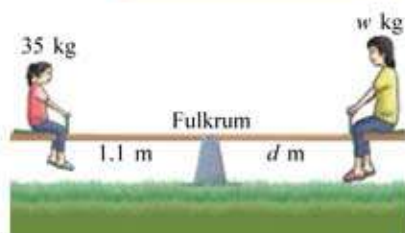
Apakah maksud ubahan songsang?

Semasa berada di atas jungkang-jongket, seseorang yang lebih berat akan berada di bawah manakala seseorang yang lebih ringan akan berada di atas. Tahukah anda bagaimana menyeimbangkan jungkang-jongket tersebut?

Bagi menyeimbangkan sebuah jungkang-jongket, seseorang yang lebih berat perlu duduk lebih dekat dengan fulkrum jungkang-jongket tersebut, atau seseorang yang lebih ringan perlu duduk lebih jauh dari fulkrum. Perhatikan rajah di sebelah. Hubungan antara jisim pemain, w , dengan jarak antara pemain dan fulkrum, d , dikatakan berubah secara songsang. Apabila w bertambah, d berkurang dan sebaliknya.

Standard Pembelajaran

Menerangkan maksud ubahan songsang.



MOBILISASI MINDA 5 Individu

Tujuan: Menerangkan maksud ubahan songsang.

Langkah:

1. Fahami situasi berikut dan kemudian jawab soalan dalam Perbincangan. Dewan sebuah sekolah mempunyai beberapa buah pintu. Jadual di bawah menunjukkan hubungan antara bilangan pintu yang dibuka, x , dengan masa yang diambil, y , bagi sekumpulan murid untuk keluar dari dewan.

Bilangan pintu yang dibuka, x	2	3	4	5	6
Masa yang diambil, y (minit)	24	16	12	9.6	8

Perbincangan:

1. Jika bilangan pintu yang dibuka semakin bertambah, adakah masa yang diambil oleh murid untuk keluar semakin bertambah atau berkurang?
2. Jika bilangan pintu yang dibuka semakin berkurang, adakah masa yang diambil oleh murid untuk keluar semakin bertambah atau berkurang?
3. Apakah hubungan antara bilangan pintu yang dibuka dengan masa yang diambil oleh murid untuk keluar dari dewan?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 5, didapati bahawa apabila bilangan pintu yang dibuka semakin bertambah, masa yang diambil oleh murid untuk keluar dari dewan semakin berkurang. Begitu juga, apabila bilangan pintu yang dibuka semakin berkurang, masa yang diambil oleh murid untuk keluar semakin bertambah. Perubahan yang berlaku pada bilangan pintu yang dibuka menghasilkan implikasi yang bertentangan dengan masa yang diambil oleh murid untuk keluar dari dewan.

Dalam **ubahan songsang**, pemboleh ubah y bertambah apabila pemboleh ubah x berkurang pada kadar yang sama dan sebaliknya. Hubungan ini juga ditulis sebagai y berubah secara songsang dengan x .

Contoh 15

Chia Ming mengambil bahagian dalam satu larian maraton dengan jarak 42 km. Jadual di bawah menunjukkan hubungan antara masa yang diambil oleh Chia Ming dengan laju puratanya.

Masa, t (jam)	4	5	6	7	8
Laju purata, v (km/j)	10.50	8.40	7.00	6.00	5.25

Nyatakan perubahan pada laju purata jika masa yang diambil

- (a) bertambah dua kali ganda,
 (b) berkurang 1.5 kali ganda.

Penyelesaian:

(a)

t	v
4	10.50
8	5.25

$\times 2$ $\div 2$

Apabila masa bertambah dua kali ganda, maka laju purata berkurang dua kali ganda.

(b)

t	v
6	7.00
4	10.50

$\div 1.5$ $\times 1.5$

Apabila masa berkurang 1.5 kali ganda, maka laju purata bertambah 1.5 kali ganda.

Latih Kendiri 1.2a

1. Jadual di sebelah menunjukkan hubungan antara bilangan pekerja dengan bilangan hari yang diperlukan untuk memasang jubin di sebuah rumah. Nyatakan perubahan pada bilangan hari jika bilangan pekerja
- (a) didarabkan dengan dua,
 (b) berkurang separuh.

Bilangan pekerja	Bilangan hari
2	12
4	6
6	4
8	3

2. Cikgu Farid mempunyai sejumlah wang untuk membeli hadiah untuk pemenang kuiz Matematik. Jika harga sebuah hadiah ialah RM10, maka Cikgu Farid boleh membeli 10 buah hadiah. Nyatakan hubungan bilangan hadiah yang boleh dibeli jika harga sebuah hadiah
- (a) bertambah dua kali ganda,
 (b) berkurang 50%.

Apakah hubungan antara dua pemboleh ubah bagi suatu ubahan songsang?

MOBILISASI MINDA 6 Berkumpulan

Tujuan: Menentukan hubungan antara dua pemboleh ubah bagi suatu ubahan songsang.

Langkah:

Sekeping kadbod mempunyai luas 1.44 m^2 . Kadbod itu akan digunting kepada y keping kad segi empat sama yang kecil dengan luas setiap kad kecil itu ialah $x \text{ m}^2$.

1. Buka lembaran aktiviti dengan mengimbas kod QR.

	A	B	C	D	E	F
1	Luas kadbod =	1.44 m^2				
2						
3	Luas kad segi empat sama kecil, $x \text{ (m}^2\text{)}$	0.02				
4	Bilangan kad segi empat sama kecil, y	72				
5	xy	1.44				
6	$\frac{1}{x}$	50				



Imbas kod QR atau layari bit.do/LKBab1 untuk mendapatkan lembaran aktiviti.

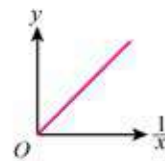
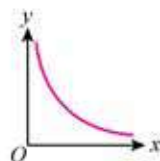
2. Masukkan nilai luas kad kecil, $x = 0.04$ dalam *cell* berwarna dan tekan 'Enter'. Ulangi langkah yang sama untuk nilai x bersamaan 0.09 , 0.16 dan 0.36 . Perhatikan nilai-nilai y , xy dan $\frac{1}{x}$ bagi setiap nilai x .
3. Lukis graf y melawan x dan graf y melawan $\frac{1}{x}$ mengikut skala yang sesuai berdasarkan nilai yang diperoleh.

Perbincangan:

1. Bandingkan nilai xy . Apakah kesimpulan yang boleh dibuat tentang nilai xy ?
2. Apakah bentuk kedua-dua graf yang diperoleh?
3. Apakah hubungan antara y dengan x ?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 6, didapati bahawa bagi suatu ubahan songsang,

- (a) nilai xy ialah pemalar. Oleh itu, $k = xy$,
- (b) graf y melawan x ialah hiperbola dan graf y melawan $\frac{1}{x}$ ialah satu garis lurus yang bermula daripada asalan,
- (c) y berubah secara songsang dengan x .



Apabila pemboleh ubah y berubah secara songsang dengan pemboleh ubah x , nilai xy ialah satu pemalar yang diwakili dengan k .

Perkaitan antara nilai k dengan konsep perkadaran:

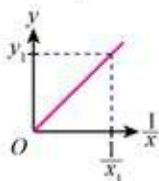
y	y_1	y_2	y_3	y_4
x	x_1	x_2	x_3	x_4

$$k = x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = x_4 y_4$$

Perkaitan antara nilai k dengan kecerunan garis lurus yang bermula daripada asalan bagi graf y melawan $\frac{1}{x}$:

Kecerunan,

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_1}{\frac{1}{x_1}} \\ &= x_1 y_1 \\ &= k \end{aligned}$$



Perkaitan ini hanya benar jika garis lurus bermula daripada asalan.

TiP Bestari

Hubungan ubahan songsang yang ditulis sebagai ' y berubah secara songsang dengan x ' juga boleh ditulis sebagai ' x dan y berkadaran songsang'.

Maka, kita boleh menghubungkan dua pemboleh ubah x dan y dalam bentuk persamaan, iaitu

$$\begin{aligned} xy &= k \\ y &= \frac{k}{x} \end{aligned}$$

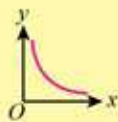
Bagi suatu **ubahan songsang**, y berubah secara songsang dengan x boleh ditulis sebagai

$$y \propto \frac{1}{x} \text{ (hubungan ubahan)}$$

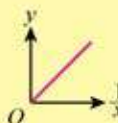
$$y = \frac{k}{x} \text{ (bentuk persamaan)}$$

dengan keadaan k ialah pemalar.

(a) Graf y melawan x ialah hiperbola.

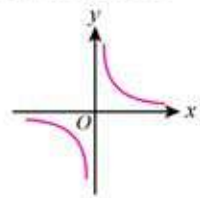


(b) Graf y melawan $\frac{1}{x}$ ialah graf garis lurus yang bermula daripada asalan ($x \neq 0$).



KOTAK MEMORI

$y = \frac{a}{x}$, $x \neq 0$ ialah fungsi saling dengan graf berbentuk hiperbola.



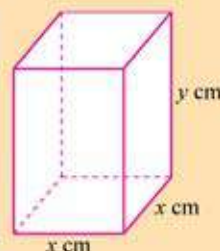
MOBILISASI MINDA 7 Berkumpulan

Tujuan: Menentukan hubungan antara pemboleh ubah y dengan x^2 bagi suatu ubahan songsang.

Langkah:

1. Diberi isi padu sebuah kuboid dengan tapak segi empat sama ialah 180 cm^3 . Jadual di bawah menunjukkan hubungan antara panjang sisi tapak dengan tinggi kuboid. Lengkapkan jadual di bawah.

Panjang sisi tapak, x (cm)	2	3	4	5	6
Tinggi, y (cm)					
xy					
$x^2 y$					
$\frac{1}{x^2}$					



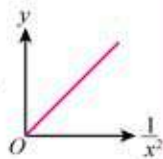
2. Lukis graf y melawan x dan graf y melawan $\frac{1}{x^2}$ mengikut skala yang sesuai berdasarkan jadual.

Perbincangan:

1. Bandingkan nilai-nilai xy dan x^2y . Apakah kesimpulan yang boleh dibuat?
2. Graf yang manakah ialah graf garis lurus yang bermula daripada asalan?
3. Apakah hubungan antara y dengan x^2 ?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 7, didapati bahawa bagi suatu ubahan songsang,

- (a) nilai x^2y ialah pemalar. Oleh itu, $k = x^2y$,
- (b) graf y melawan $\frac{1}{x^2}$ ialah satu garis lurus yang bermula daripada asalan,
- (c) y berubah secara songsang dengan x^2 .



Secara umumnya,

Bagi suatu **ubahan songsang**, y berubah secara songsang dengan x^n boleh ditulis sebagai

$$\left. \begin{array}{l} y \propto \frac{1}{x^n} \text{ (hubungan ubahan)} \\ y = \frac{k}{x^n} \text{ (bentuk persamaan)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{dengan keadaan} \\ n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ dan} \\ k \text{ ialah pemalar.} \end{array}$$

Graf y melawan $\frac{1}{x^n}$ ialah satu garis lurus yang bermula daripada asalan ($x \neq 0$) dengan k ialah kecerunan garis lurus.

Medan Interaktif

Apabila $y = \frac{1}{x^2}$, y tidak berubah secara langsung dengan x . Bincangkan.

TiP Bestari

$y \propto \frac{1}{x}$ adalah benar jika dan hanya jika $n = 1$.

Contoh 16

Diberi masa, t , yang diperlukan untuk menyiapkan kerja pemasangan perabot berubah secara songsang dengan bilangan pekerja, x . Jadual di bawah menunjukkan hubungan antara x dengan t .

Bilangan pekerja, x	2	3	4	5	6
Masa diperlukan, t (minit)	180	120	90	72	60

Dengan mengira nilai xt dan x^2t , tentukan sama ada t berubah secara songsang dengan x atau x^2 . Kemudian, tuliskan hubungan tersebut dengan menggunakan simbol $\propto$.

Penyelesaian:

x	2	3	4	5	6
t	180	120	90	72	60
xt	$2(180) = 360$	$3(120) = 360$	$4(90) = 360$	$5(72) = 360$	$6(60) = 360$
x^2t	$2^2(180) = 720$	$3^2(120) = 1080$	$4^2(90) = 1440$	$5^2(72) = 1800$	$6^2(60) = 2160$

Nilai xt ialah pemalar, manakala nilai x^2t bukan pemalar. Maka, t berubah secara songsang dengan x , iaitu $t \propto \frac{1}{x}$.

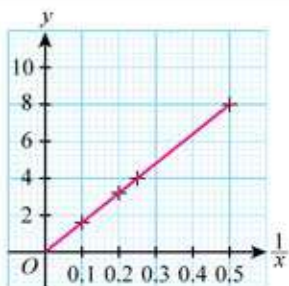
Contoh 17

Dua kuantiti, x dan y , berubah mengikut jadual di sebelah. Menggunakan skala yang sesuai, lukis graf y melawan $\frac{1}{x}$ dan tunjukkan bahawa y berubah secara songsang dengan x .

Penyelesaian:

$\frac{1}{x}$	0.5	0.25	0.2	0.1
y	8	4	3.2	1.6

x	2	4	5	10
y	8	4	3.2	1.6



Graf y melawan $\frac{1}{x}$ menunjukkan satu garis lurus yang bermula daripada asalan. Maka, y berubah secara songsang dengan x .

Contoh 18

Diberi $x = 0.25$ apabila $y = 3$. Ungkapkan y dalam sebutan x jika

- (a) y berubah secara songsang dengan x ,
 (b) y berubah secara songsang dengan punca kuasa dua x .

Penyelesaian:

(a) $y \propto \frac{1}{x}$

(b) $y \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$

Tuliskan hubungan dalam bentuk persamaan.

$$y = \frac{k}{x} \quad \rightarrow \quad y = \frac{k}{\sqrt{x}}$$

Gantikan nilai y dan nilai x ke dalam persamaan untuk mendapatkan nilai k .

$$3 = \frac{k}{0.25} \quad \rightarrow \quad 3 = \frac{k}{\sqrt{0.25}}$$

$$k = 3(0.25) \quad \rightarrow \quad k = 3(\sqrt{0.25})$$

$$= 0.75 \quad \rightarrow \quad = 1.5$$

Maka, $y = \frac{0.75}{x}$

Maka, $y = \frac{1.5}{\sqrt{x}}$

Tip Bestari

- (i) y berubah secara songsang dengan x ,
 $y \propto \frac{1}{x}$
 (ii) y berubah secara songsang dengan kuasa dua x ,
 $y \propto \frac{1}{x^2}$
 (iii) y berubah secara songsang dengan kuasa tiga x ,
 $y \propto \frac{1}{x^3}$
 (iv) y berubah secara songsang dengan punca kuasa dua x ,
 $y \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$
 (v) y berubah secara songsang dengan punca kuasa tiga x ,
 $y \propto \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

Contoh 19

Tarikan graviti, F , berubah secara songsang dengan kuasa dua jarak di antara dua buah objek, d . Diberi tarikan graviti di antara dua buah objek ialah 15 N apabila jarak di antaranya ialah 1.2 cm. Tuliskan satu ungkapan F dalam sebutan d .

Penyelesaian:

$$F \propto \frac{1}{d^2}$$

$$F = \frac{k}{d^2}$$

$$15 = \frac{k}{(1.2)^2}$$

$$k = 15(1.2)^2$$

$$= 21.6$$

$$\text{Maka, } F = \frac{21.6}{d^2}$$

Tuliskan hubungan antara F dengan d dalam bentuk persamaan.

Gantikan nilai F dan nilai d ke dalam persamaan untuk mendapatkan nilai k .

Khazanah Silam

Sir Isaac Newton (1642-1727), seorang ahli fizik Inggeris yang terkenal telah menerbitkan Hukum Gravitasi Newton dalam bukunya *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* pada tahun 1687.

Contoh 20

Diberi p berubah secara songsang dengan q . Jika $p = 2$ apabila $q = 7$, hitung nilai p apabila $q = 1.6$.

Penyelesaian:

$$p \propto \frac{1}{q}$$

$$p = \frac{k}{q}$$

$$2 = \frac{k}{7}$$

$$k = 2(7)$$

$$= 14$$

$$\text{Maka, } p = \frac{14}{q}$$

$$\text{Apabila } q = 1.6,$$

$$p = \frac{14}{1.6}$$

$$= 8.75$$

Langkah Alternatif:

Menggunakan konsep perkadaran:

Diberi $p_1 = 2$, $q_1 = 7$, $q_2 = 1.6$

$$p_1 q_1 = p_2 q_2$$

$$2 \times 7 = p_2 \times 1.6$$

$$p_2 = \frac{2 \times 7}{1.6}$$

$$= 8.75$$

Latih Kendiri 1.2b

1. Jadual berikut menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y .

- (a) Tentukan sama ada y berubah secara songsang dengan x . Jika ya, tuliskan hubungan dalam bentuk ubahan.

x	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
y	6	4	3	2	1

- (b) Tentukan sama ada y berubah secara songsang dengan x^2 . Jika ya, tuliskan hubungan dalam bentuk ubahan.

x	1	2	3	4	5
y	3.6	0.9	0.4	0.225	0.144

2. Jadual di bawah menunjukkan nilai arus, I (Ampere, A) yang mengalir melalui litar, dengan nilai rintangannya, R (Ohm, Ω).

Rintangan, R (Ω)	42	35	30	21	15
Arus, I (A)	5	6	7	10	14

Dengan melukis graf I melawan $\frac{1}{R}$ menggunakan skala yang sesuai, tentukan sama ada I berubah secara songsang dengan R .

3. Diberi bahawa $g = 0.15$ apabila $h = 8$. Ungkapkan g dalam sebutan h jika
- g berubah secara songsang dengan h ,
 - g berubah secara songsang dengan h^2 ,
 - g berubah secara songsang dengan punca kuasa tiga h .

4. Diberi $y = 0.5$ apabila $x = 16$, hitung nilai y apabila $x = 0.04$ jika

- $y \propto \frac{1}{x}$
- $y \propto \frac{1}{x^3}$
- $y \propto \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}$
- $y \propto \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

5. Hitung nilai s dan nilai t bagi setiap hubungan berikut.

- (a) y berubah secara songsang dengan x .

x	3	s	5
y	2	1.5	t

- (b) y berubah secara songsang dengan punca kuasa dua x .

x	$\frac{9}{4}$	s	0.04
y	8	2.4	t

6. Sebuah syarikat mencetak sejumlah buku setiap hari. Jadual di bawah menunjukkan bilangan buah mesin, M yang beroperasi dan masa yang diperlukan, T untuk mencetak buku-buku tersebut. Diberi T berubah secara songsang dengan M .

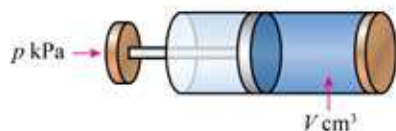
M	6	8	q
T	10	p	4

- Ungkapkan T dalam sebutan M .
 - Tentukan nilai p dan nilai q .
7. Tempoh ayunan, T , bagi suatu bandul ringkas berubah secara songsang dengan punca kuasa dua pecutan graviti, g . Dalam satu eksperimen, tempoh ayunan ialah 1.01 saat apabila pecutan graviti sebanyak 9.85 m s^{-2} . Ungkapkan T dalam sebutan g .

Bagaimanakah menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan songsang?

Contoh 21

Berdasarkan Hukum Boyle, tekanan gas, p , bagi satu jisim gas berkadar songsang dengan isi padu gas, V , jika suhu gas itu adalah tetap. Rajah di sebelah menunjukkan gas terperangkap di dalam sebuah silinder. Apabila isi padu di dalam silinder itu ialah 80 cm^3 , maka tekanan gas menjadi 190.25 kPa . Hitung isi padu gas dalam cm^3 , apabila tekanan gas di dalam silinder itu ialah 121.76 kPa .



Standard Pembelajaran

Menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan songsang.

Penyelesaian:

Memahami masalah

- p berkadaran songsang dengan V
- Apabila $V = 80 \text{ cm}^3$,
 $p = 190.25 \text{ kPa}$

Merancang strategi

Tentukan hubungan antara p dengan V dalam bentuk persamaan. Kemudian, hitung nilai V apabila $p = 121.76 \text{ kPa}$.

Membuat kesimpulan

Apabila
 $p = 121.76 \text{ kPa}$,
 $V = 125 \text{ cm}^3$

Melaksanakan strategi

$$p \propto \frac{1}{V}$$

$$p = \frac{k}{V}$$

Apabila $V = 80$, $p = 190.25$,

$$190.25 = \frac{k}{80}$$

$$\begin{aligned} k &= 190.25 \times 80 \\ &= 15\,220 \end{aligned}$$

$$\text{Maka, } p = \frac{15\,220}{V}$$

Apabila $p = 121.76$,

$$121.76 = \frac{15\,220}{V}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{15\,220}{121.76} \\ &= 125 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Latih Kendiri 1.2c

- Jadual di sebelah menunjukkan rintangan bagi seutas dawai yang berubah dengan keratan rentas jejari.

Rintangan, R (Ω)	1	4	9	16
Jejari keratan rentas, j (mm)	1.2	0.6	0.4	0.3

- Tentukan sama ada rintangan, R , bagi dawai ini berubah secara songsang dengan j^2 .
 - Hitung jejari dawai dalam mm, jika rintangannya ialah 25Ω .
- Bilangan kubus, b , yang dihasilkan daripada sejumlah kuantiti logam yang tetap berubah secara songsang dengan kuasa tiga sisinya, $p \text{ cm}$. Jika $b = 16$ apabila $p = 1.5$, hitung nilai p apabila $b = 250$.
 - Bilangan ayunan, A bagi satu bandul ringkas berubah secara songsang dengan punca kuasa dua panjang bandul, $p \text{ cm}$ dalam suatu tempoh yang tetap. Diberi bahawa bilangan ayunan ialah 9 apabila panjang bandul ialah 36 cm , hitung panjang bandul ringkas jika bilangan ayunan ialah 15.

1.3 Ubahan Bergabung

- Apakah hubungan antara tiga atau lebih pemboleh ubah bagi suatu ubahan bergabung?**

Standard Pembelajaran

Menentukan hubungan antara tiga atau lebih pemboleh ubah bagi suatu ubahan bergabung.

Cikgu, apakah maksud ubahan bergabung?



Ubahan bergabung melibatkan gabungan ubahan langsung atau ubahan tercantum, dan ubahan songsang.

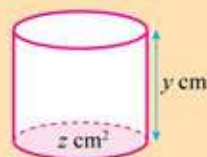
MOBILISASI MINDA 8

Berkumpulan

Tujuan: Menentukan hubungan antara tiga pemboleh ubah bagi suatu ubahan bergabung yang melibatkan ubahan langsung dan ubahan songsang.

Langkah:

- Anda telah mengetahui bahawa rumus bagi isi padu sebuah silinder ialah hasil darab luas tapak dan tingginya. Jika x , y dan z masing-masing mewakili isi padu, tinggi dan luas tapak silinder, lengkapkan jadual di bawah.



(A) Jika z adalah tetap

Isi padu, x (cm^3)	100	200	300	400
Tinggi, y (cm)				
Luas tapak, z (cm^2)	50	50	50	50
$\frac{x}{y}$				

(B) Jika x adalah tetap

Isi padu, x (cm^3)	120	120	120	120
Tinggi, y (cm)				
Luas tapak, z (cm^2)	40	60	80	100
yz				

(C) Jika x , y dan z ialah pemboleh ubah

Isi padu, x (cm^3)	80	180	320	500
Tinggi, y (cm)				
Luas tapak, z (cm^2)	20	30	40	50
$\frac{yz}{x}$				

Perbincangan:

- Apakah nilai $\frac{x}{y}$? Seterusnya, nyatakan hubungan antara y dengan x jika z ialah pemalar.
- Apakah nilai yz ? Seterusnya, nyatakan hubungan antara y dengan z jika x ialah pemalar.
- Apakah nilai $\frac{yz}{x}$? Seterusnya, nyatakan hubungan antara y , x dan z jika ketiga-tiganya ialah pemboleh ubah.

Hasil daripada Mobilisasi Minda 8, didapati bahawa, y berubah secara langsung dengan x , dan y berubah secara songsang dengan z . Maka, y adalah berubah secara langsung dengan x dan secara songsang dengan z , iaitu $y \propto \frac{x}{z}$.

Secara umumnya,

Bagi suatu **ubahan bergabung**, y berubah secara langsung dengan x^m dan secara songsang dengan z^n , boleh ditulis sebagai

$$\left. \begin{aligned} y &\propto \frac{x^m}{z^n} \text{ (hubungan ubahan)} \\ y &= \frac{kx^m}{z^n} \text{ (bentuk persamaan)} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{dengan keadaan} \\ &m = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ dan} \\ &k \text{ ialah pemalar.} \end{aligned}$$

Contoh 22

Diberi bahawa y berubah secara langsung dengan kuasa dua x dan secara songsang dengan punca kuasa dua z . Jika $y = 8$ apabila $x = 4$ dan $z = 36$, ungkapkan y dalam sebutan x dan z .

Penyelesaian:

$$y \propto \frac{x^2}{\sqrt{z}}$$

$$y = \frac{kx^2}{\sqrt{z}} \quad \leftarrow \text{Tuliskan hubungan antara } y, x \text{ dan } z \text{ dalam bentuk persamaan.}$$

$$8 = \frac{k(4)^2}{\sqrt{36}} \quad \leftarrow \text{Gantikan nilai-nilai } y, x \text{ dan } z \text{ ke dalam persamaan untuk mendapatkan nilai } k.$$

$$k = \frac{8\sqrt{36}}{4^2} = 3$$

$$\text{Maka, } y = \frac{3x^2}{\sqrt{z}}$$

TiP Bestari

- (i) y berubah secara langsung dengan w dan kuasa tiga x , dan secara songsang dengan punca kuasa tiga z ,

$$y \propto \frac{wx^3}{\sqrt[3]{z}}$$

- (ii) y berubah secara langsung dengan hasil darab w^2 dan $\sqrt{x}$, dan secara songsang dengan z^3 ,

$$y \propto \frac{w^2\sqrt{x}}{z^3}$$

Contoh 23

Jadual di bawah menunjukkan hubungan antara P , Q dan R . Diberi P berubah secara langsung dengan kuasa tiga Q dan secara songsang dengan R . Hitung nilai x dan nilai y .

P	4	3.6	0.081
Q	2	6	y
R	0.6	x	2.7

Penyelesaian:

$$P \propto \frac{Q^3}{R}$$

$$P = \frac{kQ^3}{R}$$

$$4 = \frac{k(2)^3}{0.6}$$

$$k = \frac{4(0.6)}{2^3} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Maka, } P = \frac{3Q^3}{10R}$$

Apabila $P = 3.6$, $Q = 6$
dan $R = x$,

$$P = \frac{3Q^3}{10R}$$

$$3.6 = \frac{3(6)^3}{10x}$$

$$x = \frac{3(6)^3}{10(3.6)} = 18$$

Apabila $P = 0.081$, $Q = y$
dan $R = 2.7$,

$$P = \frac{3Q^3}{10R}$$

$$0.081 = \frac{3(y)^3}{10(2.7)}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{0.081(10)(2.7)}{3}} = 0.9$$

Latih Kendiri 1.3a

- Tuliskan setiap ubahan bergabung berikut dalam bentuk ubahan dan bentuk persamaan.
 - w berubah secara langsung dengan punca kuasa tiga v dan secara songsang dengan kuasa dua x .
 - F berubah secara langsung dengan G dan H^3 , dan secara songsang dengan $\sqrt{t}$.
 - Pecutan bagi sebuah objek, A berubah secara langsung dengan jarak yang dilalui, j , dan secara songsang dengan kuasa dua masa yang diambil, t , oleh objek itu.
- Masa yang digunakan, t jam, untuk menyusun kerusi di dewan berubah secara langsung dengan bilangan kerusi, c buah, dan secara songsang dengan bilangan pekerja yang terlibat, p orang. Diberi bahawa 5 orang pekerja menggunakan masa 2 jam untuk menyusun 1 000 buah kerusi. Ungkapkan t dalam sebutan c dan p .
- Diberi M berubah secara langsung dengan kuasa dua N dan secara songsang dengan P . Jika $M = 4.8$ apabila $N = 6$ dan $P = 1.5$, hitung
 - nilai P apabila $M = 0.8$ dan $N = 2.4$,
 - nilai N apabila $M = 19$ dan $P = 3.8$.
- Jadual di sebelah menunjukkan perubahan tiga kuantiti, T , e dan f . Diberi T berubah secara songsang dengan punca kuasa dua e dan kuasa tiga f . Hitung nilai a dan nilai b .

T	5	a	0.256
e	1.44	36	b
f	2	0.4	5

Bagaimanakah menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan bergabung?

Contoh 24

Tekanan, p N m⁻², pada roda kereta sorong berubah secara langsung dengan jisim kereta sorong, m kg, dan secara songsang dengan luas permukaan sentuhan roda dengan tanah, l m². Diberi bahawa tekanan roda ialah 45 000 N m⁻² apabila jisim kereta sorong ialah 90 kg dan luas permukaan sentuhan roda dengan tanah ialah 0.02 m².

- Hitung nilai p apabila $m = 120$ dan $l = 0.5$.
- Apakah yang boleh dilakukan supaya tekanan pada roda berkurangan jika jisim kereta sorong adalah tetap?

Standard Pembelajaran

Menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan bergabung.



Penyelesaian:

Memahami masalah

- p berubah secara langsung dengan m dan secara songsang dengan l
- Apabila $m = 90$ dan $l = 0.02$,
 $p = 45\,000$

Merancang strategi

- Tentukan hubungan antara p dengan m dan l dalam bentuk persamaan. Kemudian, gantikan nilai $m = 120$ dan $l = 0.5$ ke dalam persamaan untuk menghitung nilai p .
- Memahami perubahan bagi setiap pemboleh ubah dalam persamaan.

Membuat kesimpulan

- $p = 2\,400\text{ N m}^{-2}$
- Gunakan roda yang lebih lebar kerana tekanan pada roda berkurangan apabila luas permukaan sentuhan roda bertambah dengan keadaan jisim adalah tetap.

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad p &\propto \frac{m}{l} \\
 p &= \frac{km}{l} \\
 45\,000 &= \frac{k(90)}{0.02} \\
 k &= \frac{(0.02)(45\,000)}{90} \\
 &= 10 \\
 \text{Maka, } p &= \frac{10m}{l}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Apabila } m &= 120, l = 0.5, \\
 p &= \frac{(10)(120)}{0.5} \\
 &= 2\,400\text{ N m}^{-2}
 \end{aligned}$$

- Jika nilai m adalah tetap,
 - p berkurang, apabila l bertambah
 - p bertambah, apabila l berkurang

Latih Kendiri 1.3b

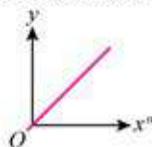
- Encik Kamal ingin memasang jubin berbentuk segi empat tepat di bilik tidurnya. Bilangan jubin yang diperlukan, J , berubah secara songsang dengan panjang, p m dan lebar, l m, jubin yang digunakan. Encik Kamal memerlukan 120 keping jubin jika jubin berukuran panjang 0.4 m dan lebar 0.5 m digunakan.
 - Hitung bilangan jubin yang diperlukan jika panjang ialah 0.2 m dan lebar ialah 0.3 m.
 - Jika luas jubin bertambah, apakah perubahan yang akan berlaku pada bilangan jubin yang diperlukan?
- Purata bilangan panggilan telefon harian, C , di antara dua buah bandar berubah secara langsung dengan populasi kedua-dua buah bandar, P_1 dan P_2 , dan secara songsang dengan kuasa dua jarak, j , di antara dua buah bandar tersebut. Jarak di antara bandar A dengan bandar B ialah 210 km. Purata bilangan panggilan telefon harian di antara dua buah bandar itu ialah 15 750 dan populasi bandar A dan bandar B masing-masing ialah 105 000 penduduk dan 220 500 penduduk. Dengan memberikan jawapan kepada nombor bulat terhampir, hitung
 - jarak di antara bandar P dengan bandar Q jika populasi masing-masing ialah 83 400 penduduk dan 62 000 penduduk dan purata bilangan panggilan telefon harian ialah 19 151,
 - populasi penduduk bandar J jika populasi penduduk bandar K ialah 1 100 000 penduduk dengan jarak di antara dua bandar tersebut ialah 351 km. Purata bilangan panggilan telefon harian di antara bandar J dengan bandar K ialah 18 857.

UBAHAN

Ubahan Langsung

y berubah secara langsung dengan x^n ,
bagi $n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

- $y \propto x^n$
- $y = kx^n$ dengan keadaan k ialah pemalar dan $k = \frac{y}{x^n}$
- Graf y melawan x^n ialah satu garis lurus yang melalui asalan



Ubahan Tercantum

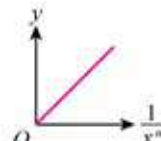
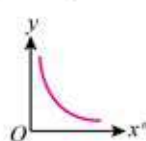
Satu ubahan langsung dengan keadaan satu pemboleh ubah berubah sebagai hasil darab dua atau lebih pemboleh ubah yang lain.

- y berubah secara tercantum dengan x^m dan z^n , bagi $m = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ dan $n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$
- $y \propto x^m z^n$
- $y = kx^m z^n$ dengan keadaan k ialah pemalar dan $k = \frac{y}{x^m z^n}$

Ubahan Songsang

y berubah secara songsang dengan x^n ,
bagi $n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

- $y \propto \frac{1}{x^n}$
- $y = \frac{k}{x^n}$ dengan keadaan k ialah pemalar dan $k = yx^n$
- Graf y melawan $\frac{1}{x^n}$ ialah satu garis lurus yang bermula daripada asalan ($x \neq 0$)



y berubah secara songsang dengan x^n

Ubahan Bergabung

Melibatkan gabungan ubahan langsung atau ubahan tercantum, dan ubahan songsang.

- Bagi $p = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, $q = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ dan $r = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

$$(i) \quad y \propto \frac{x^p}{z^q}$$

$$y = \frac{kx^p}{z^q}$$

$$(ii) \quad y \propto \frac{w^p x^q}{z^r}$$

$$y = \frac{k w^p x^q}{z^r}$$

dengan keadaan k ialah pemalar.

Refleksi



Pada akhir bab ini, saya dapat

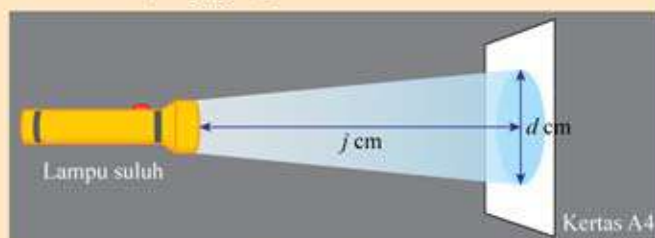
menerangkan maksud ubahan langsung.		
menentukan hubungan antara dua pemboleh ubah bagi suatu ubahan langsung.		
menentukan hubungan antara tiga atau lebih pemboleh ubah bagi suatu ubahan tercantum.		
menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan langsung.		
menerangkan maksud ubahan songsang.		
menentukan hubungan antara dua pemboleh ubah bagi suatu ubahan songsang.		
menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan songsang.		
menentukan hubungan antara tiga atau lebih pemboleh ubah bagi suatu ubahan bergabung.		
menyelesaikan masalah yang melibatkan ubahan bergabung.		

PROJEK MINI

Bahan: Lampu suluh, kertas A4, tali ukur

Langkah:

1. Lakukan projek ini secara berkumpulan. Tampal kertas A4 dan letakkan lampu suluh tegak menghala ke kertas seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. Lakukan dalam kelas yang gelap.



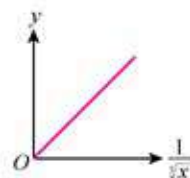
2. Dengan jarak lampu suluh dari kertas A4, j , yang berbeza seperti 10 cm, 20 cm, 30 cm, ..., rekod diameter imej cahaya lampu, d , yang terhasil pada kertas tersebut. Bina satu jadual untuk merekod data anda.
3. Wakilkan data yang diperoleh menggunakan graf garis yang sesuai.
4. Tulis satu rumus yang menunjukkan hubungan antara d dengan j . Kemudian, nyatakan satu kesimpulan tentang diameter imej cahaya lampu yang terhasil dengan jarak lampu suluh dari kertas.
5. Bagaimanakah kajian ini boleh diaplikasikan dalam kehidupan seharian anda?



FAHAM

- Tulis hubungan ubahan bagi setiap yang berikut.
 - w berkadaran langsung dengan kuasa tiga x .
 - a berubah secara langsung dengan b dan secara songsang dengan kuasa tiga c .
 - p berubah secara langsung dengan q dan punca kuasa dua r .
 - Jarak yang dilalui, s m oleh sebuah basikal berubah secara langsung dengan pecutannya, a m s⁻² dan kuasa dua masa yang diambil, t s.

- Rajah di sebelah menunjukkan graf y melawan $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Tuliskan hubungan antara y dengan $\sqrt[3]{x}$ menggunakan simbol $\propto$.



- Tuliskan hubungan ubahan berikut dalam bentuk ayat.
 - $y \propto xz$
 - $e \propto \frac{1}{f}$
 - $p \propto \frac{\sqrt[3]{q}}{r}$
 - $n \propto \frac{pq^2}{\sqrt{r}}$
- Nyatakan sama ada setiap yang berikut mempunyai hubungan y berubah secara langsung dengan x atau tidak.
 - $x - y = 0$
 - $y + 3 = x$
 - $xy = 10$
 - $\frac{x}{y} = 0.5$

MASTERI

- Hitung pemalar, k bagi setiap yang berikut.
 - L berubah secara langsung dengan kuasa tiga m . $L = 16.384$ apabila $m = 3.2$.
 - h berubah secara langsung dengan a dan kuasa dua b . $h = 96$ apabila $a = 18$ dan $b = 4$.
 - P berubah secara langsung dengan q^2 dan r , dan secara songsang dengan $\sqrt[3]{s}$. $P = 17.01$ apabila $q = 4.5$, $r = 9$ dan $s = 3\ 375$.
- Diberi m berubah secara songsang dengan n dan p . Jika $m = 6$ apabila $n = 0.4$ dan $p = 5$, tuliskan satu persamaan yang menghubungkan m , n dan p .
- Diberi $f \propto g^2h$ dan $f = 24$ apabila $g = 4$ dan $h = 5$. Hitung nilai g apabila $f = 5.88$ dan $h = 10$.
- Jadual di sebelah menunjukkan perubahan tiga kuantiti. Diberi y berubah secara langsung dengan x dan secara songsang dengan punca kuasa dua z . Hitung nilai m dan nilai n .

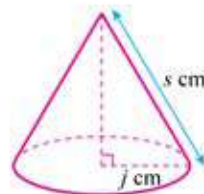
y	4	m	51
x	0.3	6	1.7
z	3.24	225	n

CABAR

- P berubah secara songsang dengan Q dan $Q = 3R - 2$. Diberi $P = 0.02$ apabila $R = 4$.
 - Ungkapkan P dalam sebutan Q .
 - Hitung nilai R apabila $P = 5$.

10. Arus elektrik, I (Ampere) berubah secara langsung dengan kuasa, P (Watt) dan secara songsang dengan voltan, V (Volt) bagi suatu peralatan elektrik. Diberi bahawa sebuah pengering rambut dengan kuasa 550 W dan voltan 240 V menggunakan arus elektrik 2.2 A. Hitung arus elektrik yang digunakan oleh sebuah kipas dengan kuasa 75 W dan voltan 240 V.

11. Luas permukaan melengkung, L cm², sebuah kon berubah secara langsung dengan jejari tapaknya, j cm, dan tinggi condong, s cm. Diberi $L = 88$ cm² apabila $j = 3.5$ cm dan $s = 8$ cm.
- Hitung nilai L apabila $j = 5$ cm dan $s = 9.8$ cm.
 - Apakah perubahan pada luas permukaan melengkung jika tinggi condongnya berkurang dan jejari tapak adalah tetap?



12. Diberi Y berubah secara langsung dengan X dan secara songsang dengan W . Jika $Y = 0.9$ apabila $X = 18$ dan $W = 5$, hitung
- nilai W apabila $Y = 20$ dan $X = 6$,
 - peratusan ubahan bagi Y apabila X bertambah sebanyak 10% dan W berkurang sebanyak 20%.

13. Kelajuan, S , sebuah basikal berubah secara langsung dengan bilangan putaran pedal basikal per minit, P , dan bilangan gigi gear depan, d , dan secara songsang dengan bilangan gigi gear belakang, b . Santhami menunggang sebuah basikal pada kelajuan 26.4 km per jam. Putaran pedal basikalnya ialah 75 putaran per minit dengan bilangan gigi gear depan ialah 40 dan gear belakang ialah 20. Huraikan perubahan laju basikal Santhami jika dia meningkatkan putaran pedal basikalnya kepada 90 putaran per minit.



TEROKAI MATEMATIK

Konsep ubahan banyak digunakan dalam bidang sains. Antaranya adalah seperti berikut:

Hukum Ohm
 $V = IR$

Hukum Pembiasan
 $\frac{\sin i}{\sin r} = \text{pemalar}$

Hukum Boyle
 $PV = \text{pemalar}$

Hukum Kegravitian
Semesta Newton
 $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$

Secara berkumpulan, cari maklumat di Internet berkaitan kuantiti yang diwakili pemboleh ubah bagi rumus di atas dan bagaimana hukum-hukum tersebut menggunakan konsep ubahan. Tuliskan penggunaan rumus tersebut secara ringkas. Kemudian, lakukan kajian dengan lebih lanjut tentang aplikasi konsep ubahan dalam bidang kewangan, alam sekitar, dan sains sosial secara ringkas. Bentangkan hasil dapatan kumpulan anda untuk berkongsi maklumat antara kumpulan lain.