

BAB 11

Transformasi Isometri

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 11.1 Transformasi
- 11.2 Translasi
- 11.3 Pantulan
- 11.4 Putaran
- 11.5 Translasi, Pantulan dan Putaran Sebagai Isometri
- 11.6 Simetri Putaran



RANGKAI KATA

- Objek
- Imej
- Ikut arah jam
- Lawan arah jam
- Isometri
- Kekongruenan
- Orientasi
- Paksi
- Pusat putaran
- Pantulan
- Penjelmaan
- Translasi
- Simetri
- Vektor
- Putaran
- Simetri putaran
- Peringkat simetri putaran
- *Object*
- *Image*
- *Clockwise*
- *Anticlockwise*
- *Isometry*
- *Congruency*
- *Orientation*
- *Axis*
- *Centre of rotation*
- *Reflection*
- *Transformation*
- *Translation*
- *Symmetry*
- *Vector*
- *Rotation*
- *Rotational symmetry*
- *Order of rotational symmetry*

Masjid Tuanku Mizan Zainal Abidin dibina pada 5 April 2004. Masjid ini berdekatan dengan tepian tasik Putrajaya yang indah dan jernih airnya. Keadaan gambar di bawah menunjukkan suatu transformasi berlaku di tasik tersebut. Bagaimanakah fenomena ini berlaku?



IMBASAN SILAM

Ahli matematik Felix Klein (1849-1925) berpendapat bahawa isometri adalah keseimbangan yang dihasilkan oleh pergerakan sesuatu bentuk yang sama atau pergerakan oleh sesuatu kumpulan bentuk yang sama. Isometri dalam sesuatu corak adalah pergerakan dengan rupa bentuk yang sama. Terdapat empat jenis isometri iaitu translasi, putaran, pantulan dan putaran geluncur.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms207

MASLAHAT BAB INI

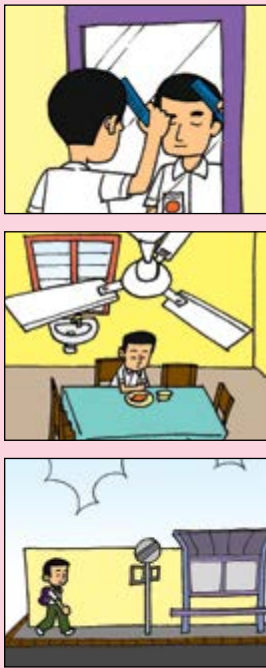
- Ilmu dalam bidang transformasi ini dapat diaplikasikan, antaranya dalam industri pembuatan dan rekaan fesyen. Reka bentuk kenderaan seperti motosikal, kereta dan kapal terbang memerlukan rekaan objek yang simetri. Pereka fesyen pula akan menghasilkan corak-corak yang berlainan dalam setiap rekaan mereka.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengenal pasti ciri-ciri transformasi
Bahan: Petikan cerita

Setiap hari sebelum ke sekolah, Akmal akan menyikat rambutnya di hadapan cermin dan memastikannya dalam keadaan kemas. Sambil menikmati sarapan pagi, dia akan duduk di bawah kipas siling yang berpusing untuk mengelakkannya berpeluh semasa sarapan. Selesai bersarapan, Akmal berjalan dari rumahnya ke perhentian bas untuk ke sekolah.

- Langkah:**
1. Secara berkumpulan, bincangkan situasi:
 - (i) Akmal di hadapan cermin.
 - (ii) Kipas siling yang berpusing.
 - (iii) Akmal berjalan dari rumahnya ke perhentian bas.
 2. Adakah situasi tersebut mengubah rupa bentuk Akmal dan bilah kipas? Daripada situasi tersebut, apakah yang anda fahami tentang pengertian transformasi dalam kehidupan harian Akmal?



Transformasi merupakan proses mengubah kedudukan, orientasi atau saiz imej suatu objek melalui translasi, pantulan dan putaran. Imej yang dihasilkan oleh transformasi isometri adalah kongruen.

11.1 Transformasi

11.1.1 Transformasi dalam bentuk, saiz, kedudukan dan orientasi suatu objek

Transformasi melibatkan pemindahan titik pada suatu satah.

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Mengenal pasti transformasi melalui kedudukan saiz dan rupa bentuk

Bahan: Kad manila, cat air dan lampu suluh

- Langkah:**
1. Celupkan kedua-dua belah tapak tangan anda ke dalam cat air. Kemudian, tekapkannya pada kad manila dalam keadaan sebelah-menyebelah seperti Rajah A.
 2. Dalam keadaan tangan kiri berwarna, tekapkan tangan kiri sebanyak dua kali dalam keadaan sebelah-menyebelah dan ke bawah sedikit seperti Rajah B.



STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan perubahan bentuk, saiz, kedudukan dan orientasi suatu objek yang melalui transformasi, dan seterusnya menerangkan idea padanan satu-dengan-satu antara titik-titik dalam transformasi.

3. Ulangi langkah 2 dengan tekapan kedua dalam keadaan berpusing seperti Rajah C.
4. Pancarkan lampu suluh ke tapak tangan dan perhatikan bayangan yang terhasil di papan tulis. Gerakkan lampu suluh ke hadapan dan ke belakang untuk melihat saiz bayangan tangan.



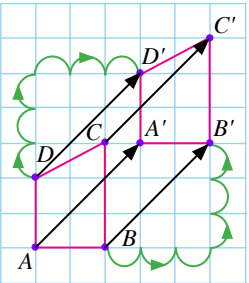
Rajah C

- Perbincangan:**
- Berdasarkan aktiviti di atas, apakah kesimpulan daripada orientasi pergerakan yang sesuai mengikut pemahaman anda, jika
- (i) kedudukan tangan sebelah-menyebelah.
 - (ii) bentuk tangan serupa tetapi kedudukan satu ke atas dan satu lagi ke bawah.
 - (iii) kedudukan bentuk tangan yang melambai.
 - (iv) saiz bayangan tangan.

Sebelum transformasi berlaku, bentuk rajah asal dinamakan **objek**. Selepas transformasi, bentuk itu dinamakan **imej**. Transformasi merupakan padanan suatu titik pada suatu satah. Apabila objek bergerak dalam suatu transformasi, setiap titik objek itu mengikut corak pergerakan yang sama.

Transformasi merupakan suatu pergerakan dengan orientasi dan padanan yang tertentu tanpa mengubah rupa bentuk.

Rajah di sebelah merupakan pergerakan objek $ABCD$ ke imej $A'B'C'D'$ dengan pergerakan tiga unit ke kanan dan tiga unit ke atas.



JOM FIKIR



Adakah bayang-bayang merupakan imej?

CONTOH 1

Antara berikut, yang manakah menunjukkan transformasi dan mengapa?

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)

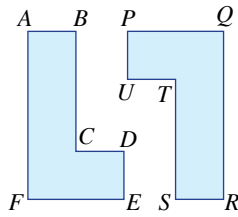
Penyelesaian:

- (a) Transformasi kerana tidak mengubah rupa bentuk.
- (b) Transformasi kerana hanya berubah kedudukan dan tidak berubah bentuk.
- (c) Bukan transformasi kerana berubah rupa bentuk.
- (d) Bukan transformasi kerana berubah rupa bentuk.

CONTOH 2

Rajah di sebelah menunjukkan $ABCDEF$ ialah objek, manakala $PQRSTU$ ialah imej. Nyatakan imej bagi

- (a) titik C (b) garisan AB (c) $\angle BCD$



Penyelesaian:

- (a) Imej bagi titik C ialah T kerana bentuk yang sama, tetapi kedudukan yang berlainan.
(b) Imej bagi garisan AB ialah RS kerana imej itu mempunyai ukuran yang sama panjang.
(c) Imej bagi $\angle BCD$ ialah $\angle STU$ kerana $\angle BCD$ mempunyai saiz yang sama dengan $\angle STU$.

11.1.2 Kekongruenan

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengenal pasti kekongruenan
Bahan: Kertas berwarna biru dan berwarna merah, pembaris, protractor dan gunting

Langkah:



1. Dalam kumpulan kecil 4 hingga 5 orang, murid dikehendaki membentuk dua segi tiga.
2. Murid A dan B akan membentuk segi tiga menggunakan kertas berwarna biru berukuran sisi 5 cm, 8 cm dan 11 cm.
3. Murid C dan D akan membentuk segi tiga menggunakan kertas berwarna merah dengan ukuran yang sama.
4. Murid E akan mencantumkan kedua-dua segi tiga untuk menghasilkan cantuman yang serupa.
5. Murid akan mengukur sudut pada setiap bucu segi tiga masing-masing menggunakan protractor.

Perbincangan:

- (i) Berikan sifat yang diperolehi daripada kedua-dua bentuk segi tiga tersebut.
- (ii) Jika kongruen merupakan kesamaan bentuk dan saiz, adakah segi tiga tersebut memenuhi pengertian kongruen?

Dua objek adalah kongruen jika kedua-duanya mempunyai bentuk dan saiz yang sama, tanpa mengambil kira orientasi pergerakannya.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan idea kekongruenan dalam transformasi.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms210 untuk melihat video kekongruenan.



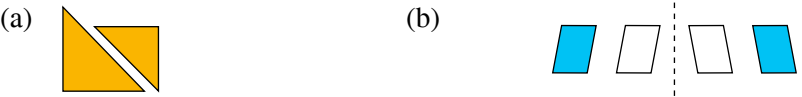
JOM FIKIR !



Perhatikan objek di atas. Adakah kedua-dua objek tersebut kongruen? Jika berat kedua-dua objek tersebut adalah sama, adakah jumlah bagi syiling yang tersimpan di dalam tabung tersebut mempunyai nilai yang sama? Adakah itu yang dikatakan kongruen?

CONTOH 3

Antara dua pasangan rajah di bawah, yang manakah kongruen? Nyatakan sebabnya.

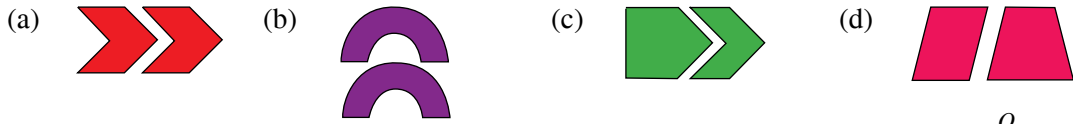


Penyelesaian:

- (a) Tidak kongruen kerana saiz yang tidak sama.
(b) Kongruen kerana saiz sama walaupun kedudukan dan orientasi tidak sama.

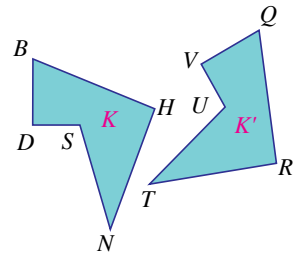
JOM CUBA 11.1

1. Antara rajah berikut, yang manakah menunjukkan **bukan** suatu transformasi?

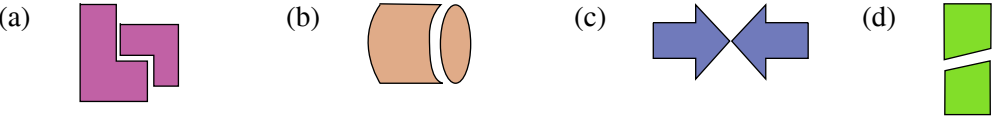


2. K' ialah imej kepada K di bawah suatu transformasi. Kenal pasti

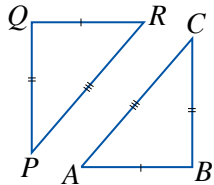
- (a) bucu imej N (b) imej panjang BH (c) imej $\angle SDB$



3. Kenal pasti pasangan yang kongruen dan nyatakan sebabnya.



4. Gambar rajah di bawah merupakan dua segi tiga yang kongruen. Lengkapkan jadual di bawah dengan padanan garis dan sudut yang serupa.



Segi tiga	Sisi	Sisi	Sudut	Sudut
PQR	QP		$\angle PQR$	
CBA		AB		$\angle CAB$

TAHUKAH ANDA ?

Orientasi ialah hala sesuatu. Contohnya, arah jam, lawan arah jam, sebelah kiri dan sebelah kanan.

TIP

Kongruen ialah perihai sama bentuk dan sama saiz.

11.2 Translasi

11.2.1 Translasi

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal translasi.

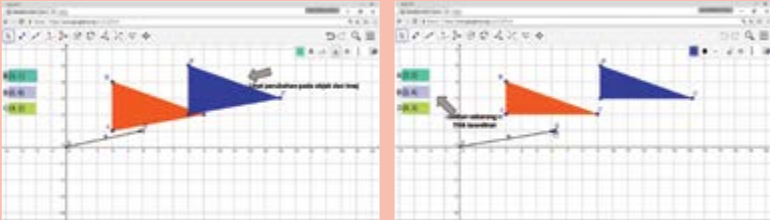
RANGSANGAN MINDA

Individu

Tujuan: Mengenal pasti ciri-ciri translasi

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms212 untuk melihat video animasi translasi.



- Buka fail MS212 yang telah disediakan.
- Anda boleh meneroka sebarang koordinat bagi A , B dan C .
- Perhatikan imej berwarna biru yang terhasil setelah titik itu diubah.
- Pergerakan imej bergantung pada ketetapan anak panah E yang diberikan. Anda juga boleh menggerakkan penggelongsor biru untuk melihat pergerakan imej.

Perbincangan:

(i) Apakah kesimpulan yang boleh dibuat daripada aktiviti penerokaan di atas?

(ii) Bagaimanakah sifat imej berubah apabila nilai koordinat pada titik objek berubah?

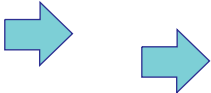
Translasi merupakan pemindahan semua titik pada suatu satah mengikut arah yang sama dan melalui jarak yang sama.

Di bawah suatu translasi, objek dan imej mempunyai bentuk, saiz dan orientasi yang sama.

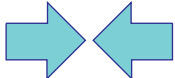
CONTOH 4

Kenal pasti rajah yang menunjukkan translasi. Berikan justifikasi.

(a)



(b)



Penyelesaian:

- (a) Translasi kerana bentuk, saiz dan orientasi sama.
- (b) Bukan translasi kerana orientasi tidak sama.

11.2.2 Perwakilan translasi dalam bentuk vektor translasi

Vektor translasi merupakan pergerakan yang mempunyai arah dan magnitud. Vektor ini juga diwakili dengan anak panah. Penentuan translasi berdasarkan nilai dan arah suatu vektor.

STANDARD PEMBELAJARAN

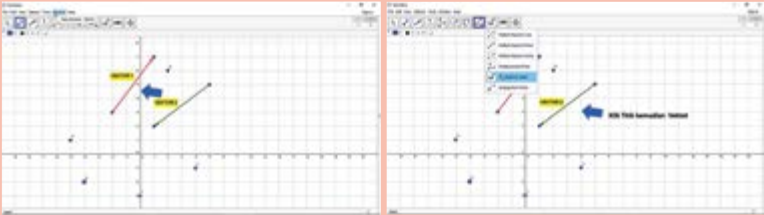
Memerihalkan translasi menggunakan pelbagai perwakilan termasuk dalam bentuk vektor translasi.

RANGSANGAN MINDA

Berkumpulan

Tujuan: Meneroka translasi daripada vektor translasi

Bahan: Perisian geometri dinamik



Langkah:

1. Buka fail MS213 untuk menonton video demonstrasi translasi vektor. Ikuti cara-cara menentukan imej daripada vektor yang diberikan.

2. Diberi Vektor 1 dan Vektor 2. Tentukan imej koordinat bagi A , B , C , D dan E .

3. Anda boleh memilih mana-mana vektor untuk menentukan imej bagi titik-titik tersebut.

4. Lengkapkan jadual di bawah.

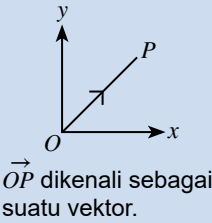
Koordinat Objek	Jumlah Unit Pergerakan Kanan/Kiri a	Jumlah Unit Pergerakan Atas/Bawah b	Bentuk Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$	Koordinat Imej
$A (\quad)$				$A' (\quad)$
$B (\quad)$				$B' (\quad)$
$C (\quad)$				$C' (\quad)$
$D (\quad)$				$D' (\quad)$
$E (\quad)$				$E' (\quad)$

Perbincangan:

(i) Adakah arah pergerakan objek sama dengan arah pergerakan anak panah?

(ii) Bagaimanakah penulisan pergerakan unit bagi vektor translasi $\begin{pmatrix} \text{Pergerakan kanan / kiri} \\ \text{Pergerakan atas / bawah} \end{pmatrix}$ dapat dibuat?

TIP



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms213 untuk melihat video demonstrasi translasi vektor.



IMBAS KEMBALI

Koordinat (x, y) . Nilai x ditulis dahulu diikuti nilai y .

Translasi boleh dihuraikan dengan menyatakan arah dan jarak pergerakan serta vektor, iaitu:

(a) Arah pergerakan : ke kanan, ke kiri, ke atas, ke bawah.

Jarak pergerakan : bilangan unit.

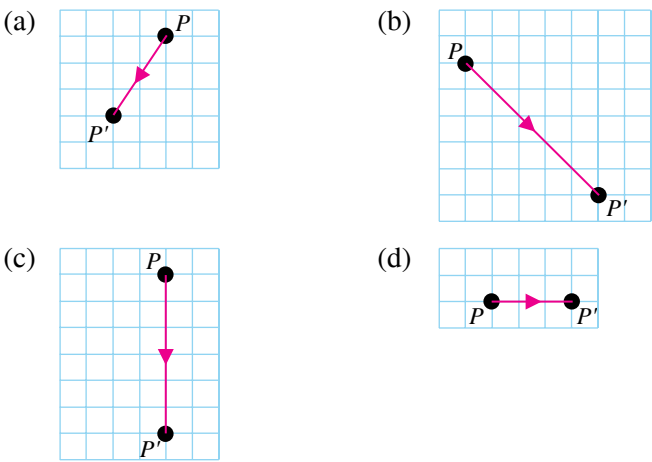
(b) Vektor translasi : $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

CONTOH 5

Tentukan kedudukan titik P dalam rajah yang diberikan bagi huraian translasi dan lukis vektor translasi tersebut.

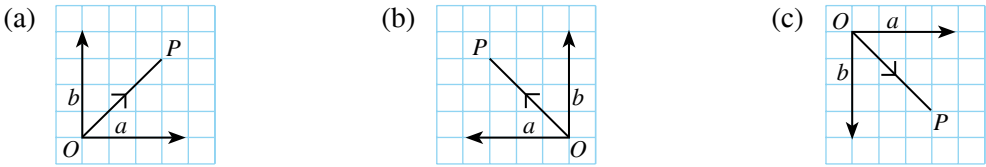
- (a) Titik P bergerak 2 unit ke kiri dan 3 unit ke bawah.
- (b) Titik P bergerak 5 unit ke kanan dan 5 unit ke bawah.
- (c) Titik P bergerak 6 unit ke bawah.
- (d) Titik P bergerak 3 unit ke kanan.

Penyelesaian:



CONTOH 6

Tentukan vektor translasi OP berdasarkan rajah di bawah.



Penyelesaian:

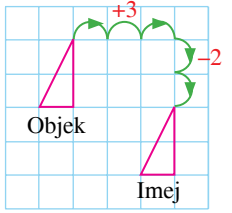
- (a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

TAHUKAH ANDA ?

Bentuk vektor translasi ditulis sebagai $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
 a mewakili pergerakan yang selari dengan paksi-x. a bernilai positif jika objek bergerak ke kanan dan bernilai negatif jika objek bergerak ke kiri.

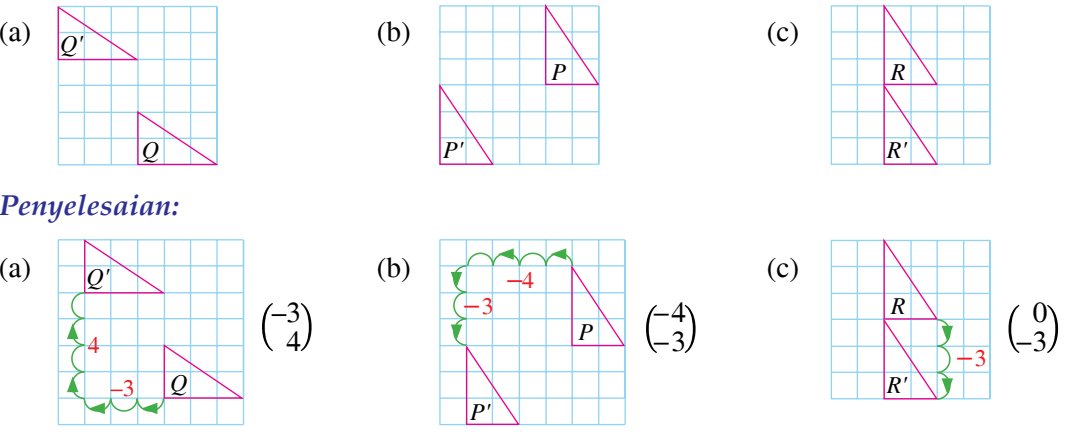
b mewakili pergerakan yang selari dengan paksi-y. b bernilai positif jika objek bergerak ke atas dan bernilai negatif jika objek bergerak ke bawah.

Oleh itu, translasi bagi imej yang dihasilkan oleh objek pada rajah di bawah ialah $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.



CONTOH 7

Tentukan translasi bagi rajah berikut.



Penyelesaian:

11.2.3 Imej dan objek dalam suatu translasi

RANGSANGAN MINDA Berkumpulan

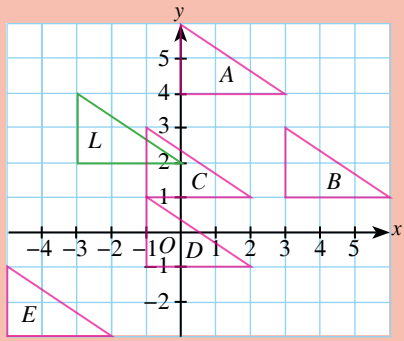
Tujuan: Mengenal pasti imej suatu objek dalam suatu translasi

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

- 1. Perhatikan rajah di sebelah, kenal pasti imej bagi objek L bagi translasi yang diberikan.
- 2. Lengkapkan jadual berikut.

Translasi	Imej
$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$	



Perbincangan:

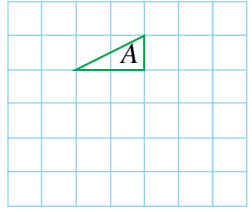
- (i) Bandingkan ukuran panjang sisi dan nilai sudut bagi objek serta imej.
- (ii) Kesimpulan tentang ciri-ciri translasi.

Imej bagi suatu objek dalam suatu translasi akan sentiasa sama dari segi bentuk, saiz dan orientasi.

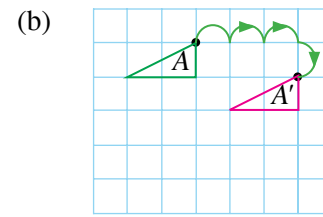
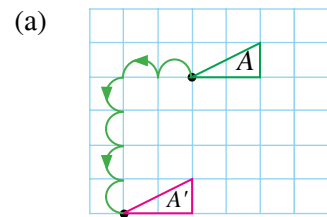
CONTOH 8

Lukis imej bagi objek A dalam rajah dengan translasi berikut.

- (a) $\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$



Penyelesaian:



► **Menentukan koordinat imej apabila koordinat objek diberikan**

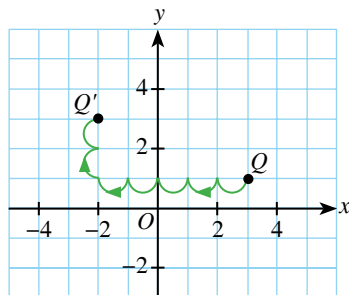
Untuk menentukan **imej** di bawah translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, koordinat objek $P(x, y)$ akan dipetakan $P'(x + a, y + b) = P'(x' y')$

CONTOH 9

Tentukan koordinat bagi imej titik $Q(3, 1)$ di bawah translasi $\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Penyelesaian:

Kaedah 1: Melukis satah Cartes



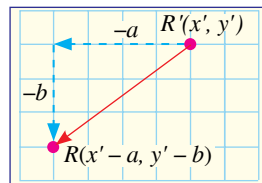
Kaedah 2: Mengira

- $Q(3, 1) \rightarrow Q'(3 + (-5), 1 + 2) = (-2, 3)$
- $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Maka, imej titik $Q(3, 1)$ ialah $(-2, 3)$.

► **Menentukan koordinat objek apabila koordinat imej diberikan**

Untuk menentukan **objek** di bawah translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, koordinat objek $R'(x', y')$ akan dipetakan $R(x' - a, y' - b) = R(x, y)$



CONTOH 10

Tentukan koordinat bagi objek titik A jika koordinat imejnya, A' di bawah translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ adalah seperti yang berikut.
(a) $(-6, 1)$ (b) $(9, 0)$

Penyelesaian:

- (a) Koordinat $A = [-6 - 3, 1 - (-2)] = (-9, 3)$ (b) Koordinat $A = [9 - 3, 0 - (-2)] = (6, 2)$

TIP

Kaedah alternatif
 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + x \\ b + y \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - x \\ b - y \end{pmatrix}$
Berlaku pertukaran bentuk vektor kepada pasangan tertib.
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow (x, y)$

TIP

Kaedah alternatif
(a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \end{pmatrix}$
(b) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

► **Menentukan vektor translasi jika diberi kedudukan imej dan objek**

CONTOH 11

Diberi $P'(3, 6)$ ialah imej kepada $P(2, 9)$. Tentukan translasi tersebut.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Vektor translasi} &= \begin{pmatrix} x' - x \\ y' - y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 - 2 \\ 6 - 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

TIP

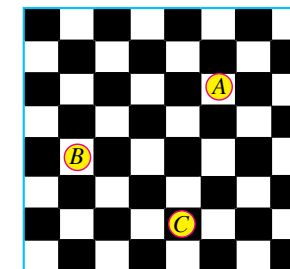
Diberi objek (x, y) dan imej (x', y') . Vektor translasi ialah $\begin{pmatrix} x' - x \\ y' - y \end{pmatrix}$

11.2.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 12

Agnes menggerakkan buah damnya dari A ke B dan kemudian ke C . Nyatakan pergerakannya dalam bentuk vektor translasi buah dam bertanda

- (a) A ke B .
(b) B ke C .



Penyelesaian:

Memahami masalah

Pergerakan translasi ke kiri atau ke kanan, ke atas atau ke bawah.

Merancang strategi

- (a) 4 unit ke kiri, 2 unit ke bawah.
(b) 3 unit ke kanan, 2 unit ke bawah.

Membuat kesimpulan

- (a) Maka, vektor translasi A ke B ialah $\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$.
(b) Maka, vektor translasi B ke C ialah $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Melaksanakan strategi

Menggunakan $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
(a) $\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$
(b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan translasi.

JOM FIKIR

Anda boleh cuba melontar peluru dengan dua gaya yang berlainan. Adakah gaya mempengaruhi arah lontaran? Bincangkan perkaitannya dengan konsep translasi.

TIP

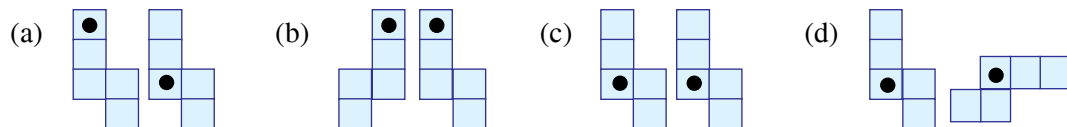
Pergerakan translasi sentiasa bermula dengan ke kiri atau ke kanan, kemudian baru ke atas atau ke bawah.

JOM FIKIR

Objek	Translasi	Imej
$A(-3, 4)$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	
$B(7, 9)$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}$	
	$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$P'(-5, 2)$
	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$	$Q'(4, 1)$

JOM CUBA 11.2

1. Antara pasangan bentuk berikut, yang manakah menunjukkan keadaan translasi?



2. Tentukan koordinat imej bagi objek $(5, -3)$ di bawah translasi

(a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$

3. Tentukan koordinat objek bagi imej $(-1, -4)$ di bawah translasi

(a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -8 \\ 0 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

4. Nyatakan vektor translasi bagi pasangan titik berikut.

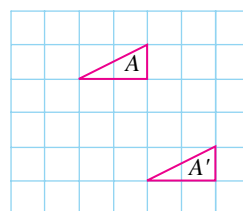
(a) $A(1, 2), A'(3, 6)$ (b) $B(5, 7), B'(-1, -1)$
(c) $C(4, 4), C'(8, 0)$ (d) $D(6, 4), D'(3, -3)$

5. Objek $L(1, 4)$ dipetakan kepada kedudukan $L'(3, -5)$ di bawah suatu translasi. Tentukan kedudukan imej atau objek dengan translasi yang sama bagi titik di bawah.

(a) $A(3, 1)$ (b) $S'(4, -2)$
(c) $J'(5, -6)$ (d) $D(-7, -8)$

6. Dengan menggunakan orientasi yang sama dengan rajah di sebelah, tentukan koordinat imej bagi titik berikut.

(a) $(-1, -4)$ (b) $(5, -5)$



11.3 Pantulan

11.3.1 Pantulan

Apabila Preveena melihat cermin sambil menyikat rambutnya, dia akan dapat melihat rupa parasnya pada cermin tersebut. Imej Preveena dalam cermin ialah hasil pantulan. Pantulan ialah transformasi yang berlaku apabila semua titik pada satah dibalikkan dalam satah yang sama pada suatu garis. Garis tersebut dinamakan **paksi pantulan**.

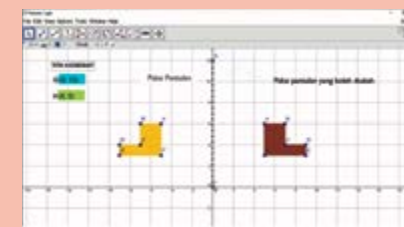


RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengenal pasti ciri-ciri pantulan

Bahan: Perisian geometri dinamik



Langkah:

1. Buka fail MS219 yang telah disediakan.
2. Perhatikan perubahan paksi pantulan apabila titik G dan titik H berubah.
3. Perhatikan perubahan yang berlaku pada imej.

Perbincangan:

- (i) Apakah yang anda fahami tentang paksi pantulan?
- (ii) Apakah yang akan terjadi kepada imej berwarna kuning apabila paksi garisan GH digerakkan?
- (iii) Apakah sifat-sifat simetri yang anda fahami daripada aktiviti tersebut?

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms219 untuk melihat video demonstrasi ciri-ciri pantulan.



Di bawah suatu pantulan,

- (i) objek dan imej berada pada sebelah yang bertentangan dengan paksi pantulan.
- (ii) objek dan imejnya mempunyai jarak serenjang yang sama dari paksi pantulan.
- (iii) bentuk dan saiz imej adalah sama dengan objek, tetapi orientasinya songsang.
- (iv) imej bagi suatu titik yang ada pada paksi pantulan ialah titik itu sendiri.

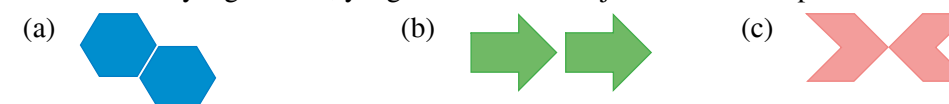
Simetri ialah suatu padanan dari segi saiz dan bentuk di antara satu bahagian atau sisi suatu arah objek. Garis simetri ialah garisan yang membahagikan suatu bentuk kepada dua bahagian yang kongruen. Garis ini ialah pembahagi dua sama serenjang bagi garis yang menyambungkan objek dan imej. Garis simetri ialah paksi pantulan bagi imej dan objek.

Sifat imej bagi pantulan ialah

- (a) sama bentuk dan sama saiz dengan objek.
- (b) imej mempunyai orientasi berbeza, bersongsang sisi dan membentuk imej cermin antara satu sama lain.

CONTOH 13

Antara corak yang berikut, yang manakah menunjukkan orientasi pantulan?



Penyelesaian:

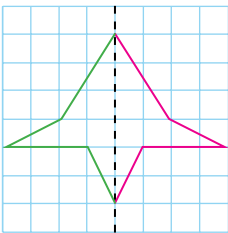
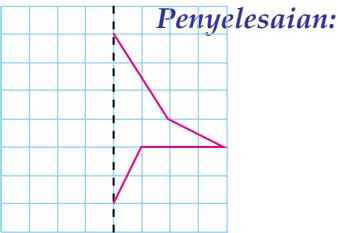
- (a) Ya (b) Tidak (c) Ya

TIP

Semua titik yang terletak pada paksi pantulan tidak berubah kedudukannya semasa mengalami suatu transformasi.

CONTOH 14

Lengkapkan lukisan di bawah.



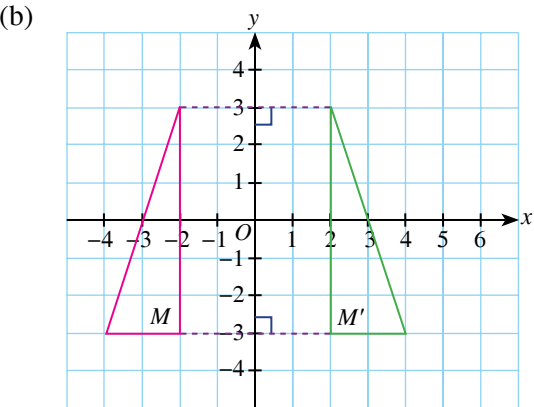
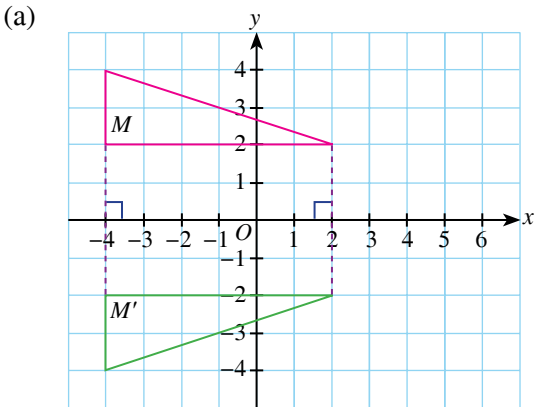
JOM FIKIR

Objek	Transformasi	Imej
(3, 4)	Pantulan pada paksi-x	
(-3, -5)	Pantulan pada paksi-x	
(3, 4)	Pantulan pada paksi-y	
(-3, -5)	Pantulan pada paksi-y	

11.3.2 Penerangan tentang pantulan

CONTOH 15

Dalam rajah berikut, segi tiga M' ialah imej kepada segi tiga M di bawah suatu pantulan. Huraikan pantulan tersebut.



Penyelesaian:

(a) Objek M dipantulkan pada paksi-x.

(b) Objek M dipantulkan pada paksi-y.

11.3.3 Imej bagi suatu objek

CONTOH 16

Lukis imej bagi segi tiga ABC di bawah pantulan pada garis LM .

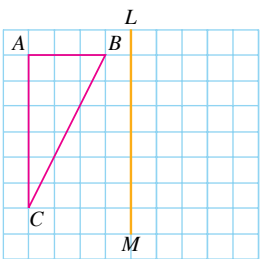
Penyelesaian:

Langkah 1: Pilih mana-mana bucu dan bina garis serenjang dari bucu tersebut ke garisan LM dan panjangkan melebihi paksi pantulan tersebut.

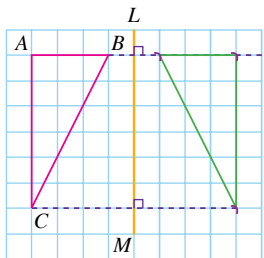
Langkah 2: Selarikan garisan tersebut kepada semua bucu yang lain.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan imej dan objek bagi suatu pantulan.



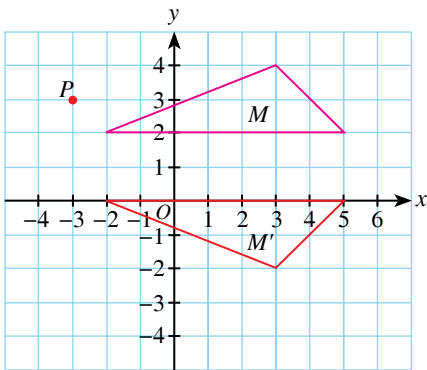
Langkah 3: Tentukan jarak bucu masing-masing dari paksi pantulan dan tandakan jarak yang sama dari paksi di atas garisan yang sama. Lakukan perkara yang sama pada semua bucu.



11.3.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 17

Dalam rajah di sebelah, M' ialah imej bagi M di bawah suatu pantulan. Tentukan koordinat P' di bawah paksi pantulan yang sama.



Penyelesaian:

Memahami masalah

M' ialah imej bagi M .
Tentukan paksi pantulan.

Merancang strategi

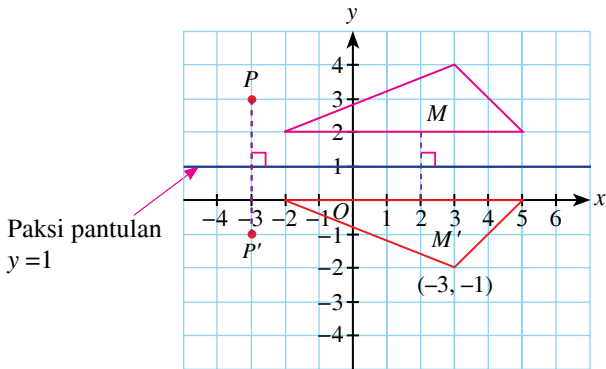
Tentukan pasangan bucu bagi imej dan objek.
Lukis garis serenjang bagi kedua-dua pasangan bucu.
Bina atau tentukan pembahagi dua bagi garis serenjang tersebut.

Membuat kesimpulan

Dengan paksi pantulan $y = 1$,
Koordinat P' ialah $(-3, -1)$.

Melaksanakan strategi

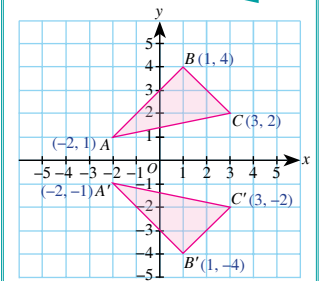
Paksi pantulan ditentukan pada $y = 1$.
Gunakan paksi tersebut untuk
mendapatkan P' .



STANDARD PEMBELAJARAN

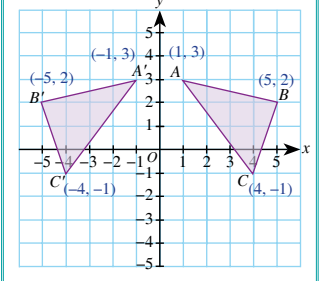
Menyelesaikan masalah yang melibatkan pantulan.

TAHUKAH ANDA?



Pantulan titik (x, y) pada paksi-x ialah titik $(x, -y)$

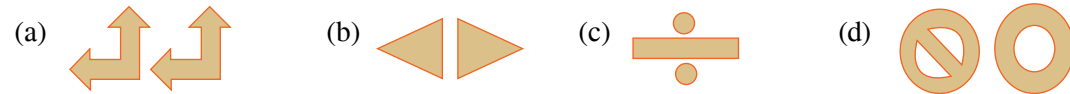
TAHUKAH ANDA?



Pantulan titik (x, y) pada paksi-y ialah titik $(-x, y)$

JOM CUBA 11.3

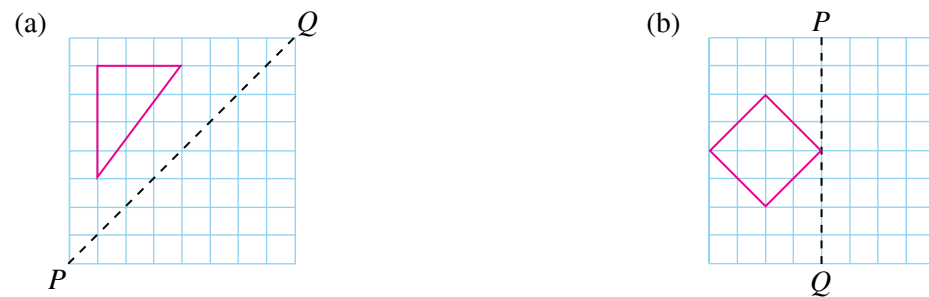
1. Antara berikut, yang manakah menunjukkan pantulan?



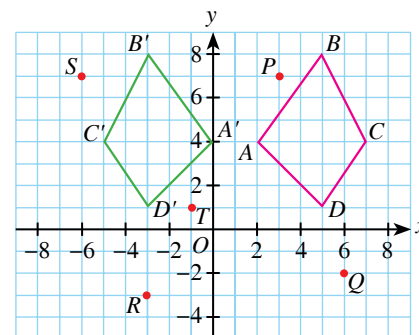
2. Lengkapi lukisan di bawah.



3. Bina imej bagi objek di bawah pantulan garisan PQ .



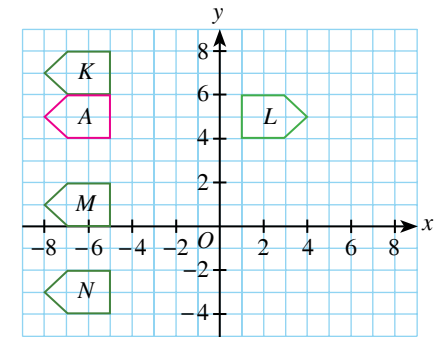
4. $A'B'C'D'$ ialah imej bagi objek $ABCD$ di bawah suatu paksi pantulan. Tentukan koordinat imej bagi titik objek P , Q , R dan S menggunakan paksi pantulan yang sama.



5. Lukis paksi pantulan bagi gambar rajah berikut.



6. Merujuk kepada satah Cartes di sebelah, huraikan pantulan yang memetakan poligon A kepada poligon (a) K (b) L (c) M (d) N



7. Kenal pasti paksi pantulan dan huraikan suatu perwakilan pantulan bagi pasangan titik di bawah.
 (a) $A(3, 1)$ dan $A'(-3, 1)$ (b) $B(-4, 2)$ dan $B'(-4, -2)$
 (c) $C(5, 6)$ dan $C'(-5, 6)$ (d) $D(2, 2)$ dan $D'(4, 2)$

8. Jika $L(4, 1)$ dipetakan kepada $L'(4, 5)$ di bawah satu pantulan, tentukan
 (a) koordinat imej bagi $(-3, -1)$ di bawah paksi pantulan yang sama.
 (b) koordinat objek bagi $(7, 2)$ di bawah pantulan yang sama.

11.4 Putaran

11.4.1 Putaran

Dapatkan anda mengenal pasti pergerakan objek yang berputar di sekeliling anda seperti jarum jam, kipas siling dan pergerakan tayar? Jarum jam melakukan putaran penuh setiap dua belas jam. Namun begitu, putaran tayar bergantung pada arah pergerakan sama ada ke depan atau ke belakang. Semua pergerakan tersebut mempunyai pusat putarannya.



RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengenal putaran

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

1. Buka fail MS223 untuk menonton video animasi putaran.
2. Seret butang hijau dan perhatikan animasi putaran.
3. Laraskan butang tersebut untuk melihat objek yang diputar.

Perbincangan:

- (i) Dapatkah anda mengenal pasti imej segi tiga yang bergerak apabila sudut putaran dilaraskan? Apakah kesimpulan yang boleh anda buat terhadap imej segi tiga itu?
- (ii) Apakah sifat imej dalam aktiviti di atas?



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms223 untuk melihat video animasi putaran.



Sifat imej bagi putaran:

- (a) Imej yang dihasilkan mempunyai bentuk, saiz dan orientasi yang sama dengan objek.
- (b) Pusat putaran ialah satu titik pegun.
- (c) Jarak semua titik imej ke pusat putaran adalah sama dengan jarak objek ke pusat putaran.

11.4.2 Putaran dalam pelbagai perwakilan

Apabila kita memerihalkan suatu putaran, kita perlu menyatakan **pusat**, **sudut** dan **arah putaran** yang memetakan objek kepada imej.



Ikut arah jam



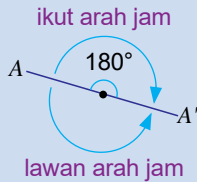
Lawan arah jam

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan putaran menggunakan pelbagai perwakilan.

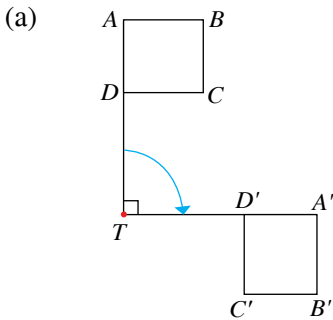
TIP

Imej yang dihasilkan melalui putaran 180° ikut arah jam adalah sama dengan putaran 180° lawan arah jam.

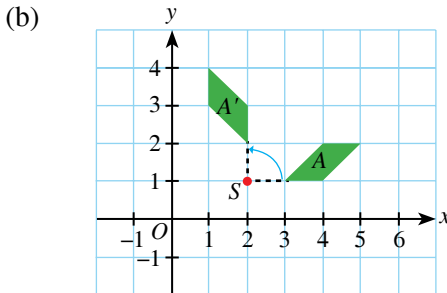


CONTOH 18

Perihalkan putaran bagi rajah di bawah.



- (a) Putaran 90° ikut arah jam pada titik *T*.
- (b) Putaran 90° lawan arah jam pada titik *S*.



Penyelesaian:

11.4.3 Menentukan imej dan objek bagi putaran

Kita boleh menggunakan kertas surih, protractor dan jangka lukis untuk menentukan imej atau objek di bawah suatu putaran.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan imej dan objek bagi suatu putaran.

CONTOH 19

Tentukan imej bagi $\triangle PQR$ apabila diputar 90° lawan arah jam pada titik *M*.

Penyelesaian:

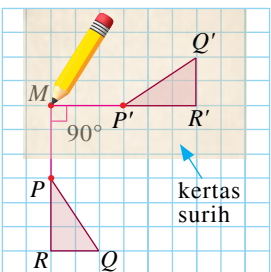
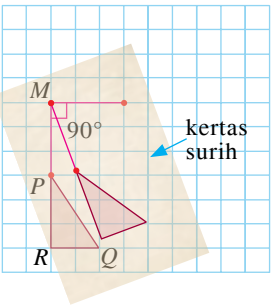
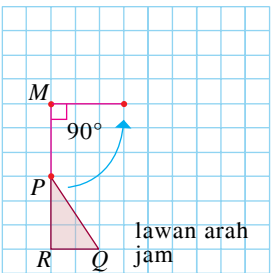
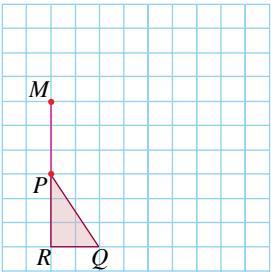
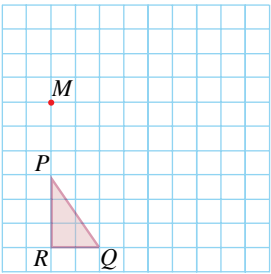
Kaedah 1 (Menggunakan kertas surih)

Langkah 1: Lukiskan garisan pada titik *M* ke titik *P*.

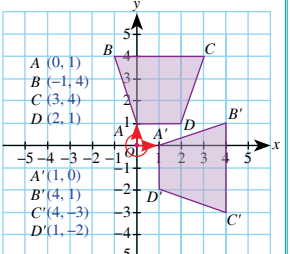
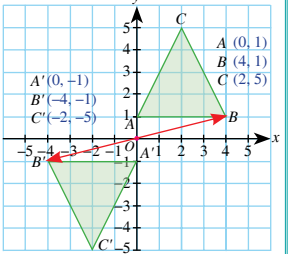
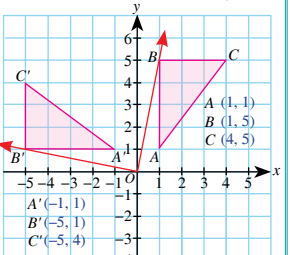
Langkah 2: Tentukan sudut 90° lawan arah jam.

Langkah 3: Lukis semula bentuk segi tiga *PQR* di atas kertas surih.

Langkah 4: Tekan dengan mata pensel pada titik *M*, putarkan kertas surih 90° lawan arah jam.



TAHUKAH ANDA?



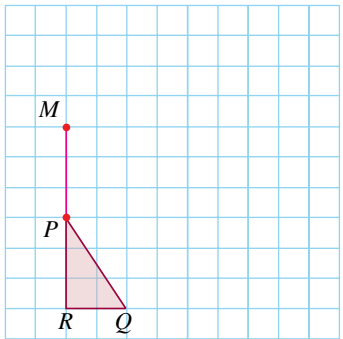
Putaran 90° lawan arah jam pada asalan	$(x, y) \rightarrow (-y, x)$
Putaran 180° pada asalan	$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$
Putaran 270° lawan arah jam pada asalan	$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

JOM FIKIR

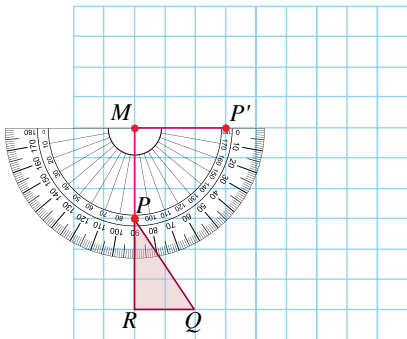
Objek	Transformasi	Imej
(5, 2)	Putaran 90° ikut arah jam pada titik (0, 0)	
(-3, 4)	Putaran 90° lawan arah jam pada titik (2, 1)	
(-4, 7)	Putaran 180° pada titik (-1, 3)	

Kaedah 2 (Menggunakan protractor)

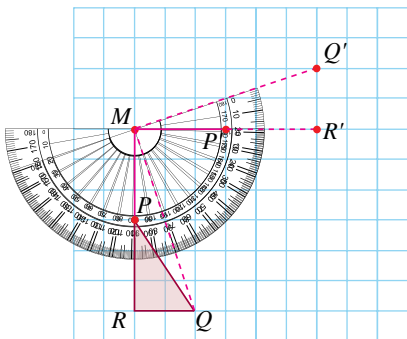
Langkah 1: Bina garisan MP .



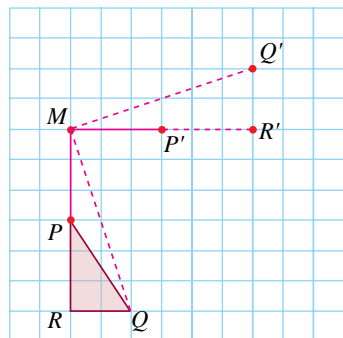
Langkah 2: Dengan menggunakan protractor, lukis satu garisan MP' berukuran 90° lawan arah jam dengan jarak yang sama dengan MP .



Langkah 3: Ulangi langkah 2 dengan garisan MR dan MQ .



Langkah 4: Sambungkan semua titik P' , R' dan Q' menjadi sebuah segi tiga yang sama dengan PRQ .



JOM FIKIR

Objek	Transformasi	Imej
	Putaran 90° ikut arah jam pada titik $(-2, 3)$	$(-3, 1)$
	Putaran 90° lawan arah jam pada titik $(1, 3)$	$(3, 2)$
	Putaran 180° pada titik $(-3, 4)$	$(2, 1)$

TIP

Jika soalan menggunakan grid segi empat sama, maka putaran 90° , 180° dan 270° tidak perlu menggunakan protractor.

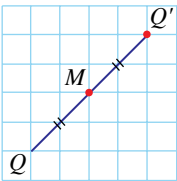
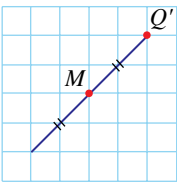
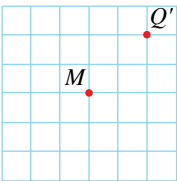
CONTOH 20

Tentukan objek bagi titik Q' apabila diputar 180° ikut arah jam pada titik M .

Penyelesaian:

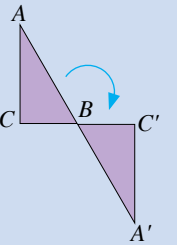
Langkah 1: Lukis garisan yang menyambungkan titik M dan Q' serta panjangkannya dengan jarak yang sama dengan MQ' di arah yang bertentangan.

Langkah 2: Tandakan titik Q pada garisan yang dipanjangkan dengan $MQ = MQ'$.



TIP

Jika B ialah pusat putaran, maka kedudukan imej B tidak akan berubah.



STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan putaran.

11.4.4 Penyelesaian masalah

Tahukah anda sekiranya objek dan imej suatu putaran diberi, pusat, sudut dan arah putaran dapat ditentukan dengan menggunakan kaedah pembinaan geometri.

► Menentukan pusat, sudut dan arah putaran

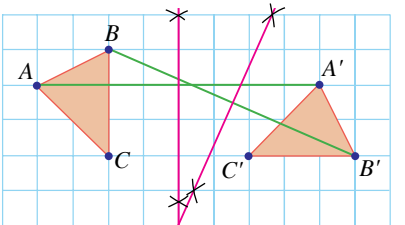
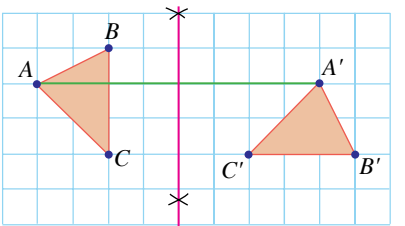
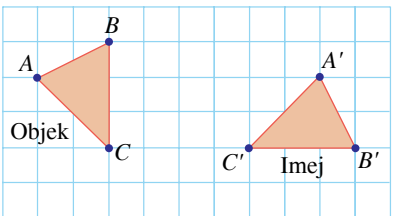
CONTOH 21

$A'B'C'$ ialah imej bagi ABC di bawah suatu putaran. Tentukan pusat, sudut dan arah putaran itu.

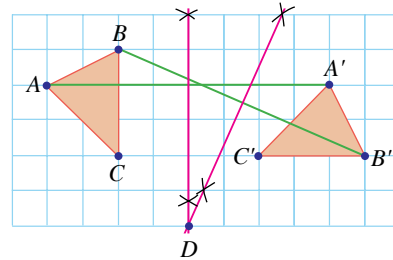
Penyelesaian:

Langkah 1: Sambungkan titik A ke A' . Bina pembahagi dua sama serenjang bagi tembereng garis AA' .

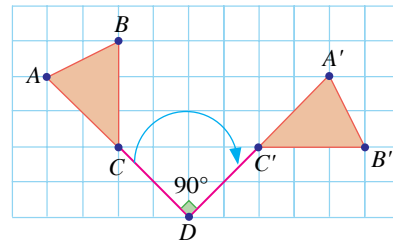
Langkah 2: Ulangi langkah 1 bagi garis BB' atau CC' .



Langkah 3: Titik persilangan dua garisan pembahagi dua serenjang itu ialah pusat putaran. Tandakan pusat putaran itu sebagai D .



Langkah 4: Ukur sudut CDC' menggunakan protractor.



Maka, imej di bawah putaran 90° ikut arah jam pada pusat D .

► Menentukan koordinat imej apabila koordinat objek diberikan

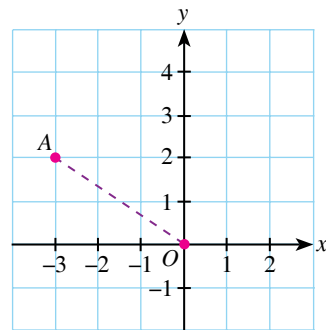
CONTOH 22

Tentukan koordinat imej bagi titik $A(-3, 2)$ di bawah suatu putaran 90° ikut arah jam pada asalan O .

Penyelesaian:

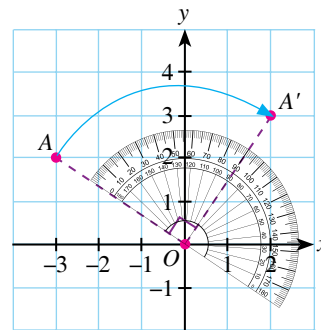
Langkah 1:

Sambung garis OA .



Langkah 2:

Putar garis OA pada asalan O menggunakan protractor ikut arah jam dengan sudut 90° .
Daripada rajah, koordinat bagi imej A' ialah $(2, 3)$.



► Menentukan koordinat objek apabila koordinat imej diberi

CONTOH 23

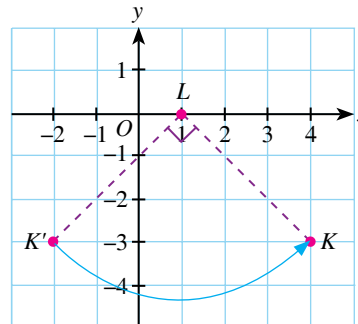
Sekiranya $K'(-2, -3)$ ialah imej bagi K di bawah putaran 90° ikut arah jam pada titik $L(1, 0)$, tentukan koordinat K .

Penyelesaian:

Langkah 1: Terbalikkan arah putaran untuk mencari koordinat objek, iaitu titik K .

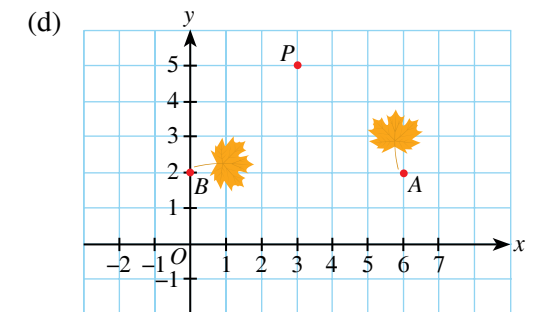
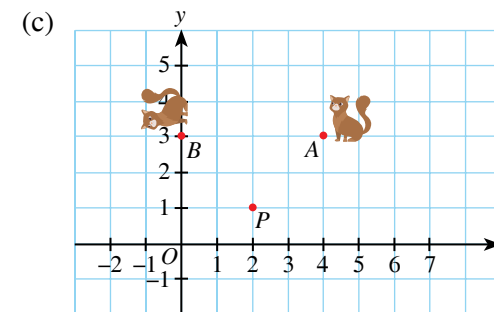
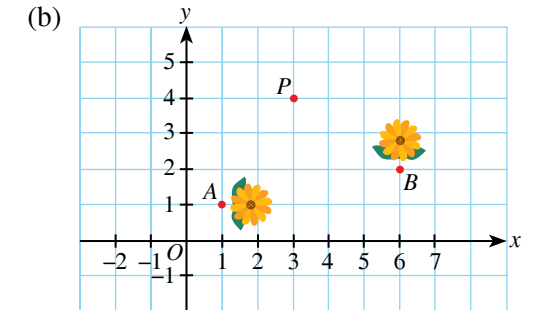
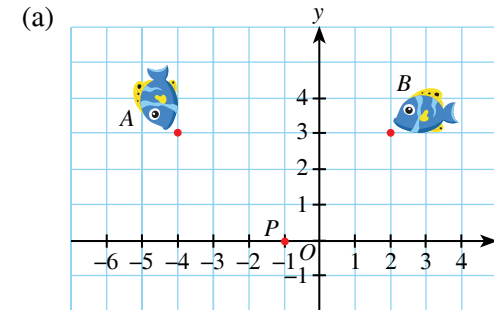
Langkah 2: Dengan menggunakan protractor, putar garis $K'L$ pada titik L , 90° lawan arah jam.

Daripada rajah, koordinat bagi titik K ialah $(4, -3)$.

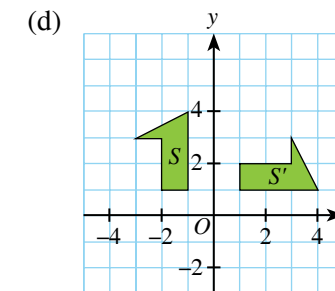
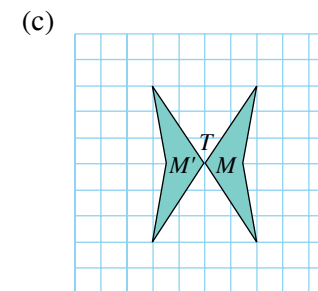
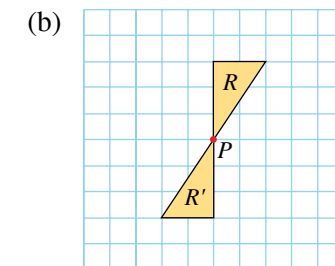
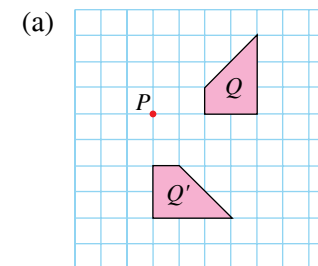


JOM CUBA 11.4

1. Perihalkan putaran di bawah yang berpusat di P jika A ialah objek dan B ialah imej.



2. Perihalkan putaran yang memetakan objek kepada imejnya.



3. Lukis imej bagi R di bawah satu putaran.

Putaran 90° lawan arah jam pada pusat O .

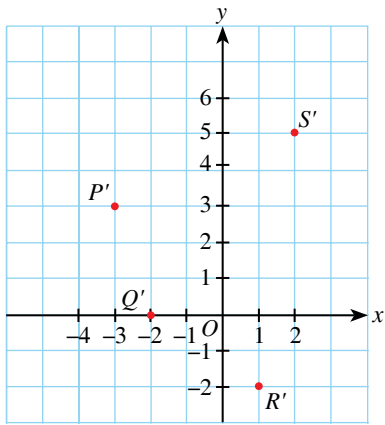


Putaran 180° pada pusat O .



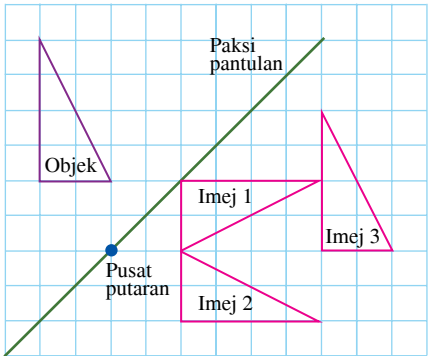
4. Tentukan koordinat objek bagi titik berikut di bawah putaran yang diberikan.

Titik	Putaran			Koordinat
	Pusat	Sudut	Arah	
P	$(-2, 1)$	90°	ikut arah jam	
Q	$(0, 0)$	90°	lawan arah jam	
R	$(0, -1)$	90°	lawan arah jam	
S	$(0, 4)$	90°	ikut arah jam	



11.5 Translasi, Pantulan dan Putaran sebagai Isometri

11.5.1 Hubungan translasi, pantulan dan putaran dengan isometri



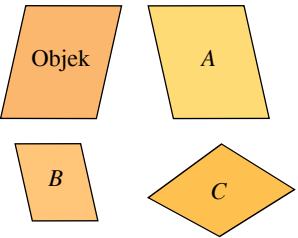
Anda telah mempelajari transformasi bagi translasi, pantulan dan putaran bagi suatu objek. Masing-masing mempunyai sifat tertentu. Perhatikan rajah di sebelah, dapatkah anda mengenali transformasi bagi Imej 1, Imej 2 dan Imej 3? Apakah yang boleh anda kaitkan dengan jarak di antara objek dengan imej? Jika objek dipetakan kepada suatu imej yang sentiasa kongruen, maka itu merupakan suatu isometri. Isometri ialah suatu transformasi yang mengekalkan jarak di antara sebarang dua titik pada objek asal. Transformasi isometri akan mengekalkan bentuk dan saiz asal objek.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyiasat hubungan antara kesan translasi, pantulan dan putaran terhadap jarak di antara dua titik pada objek dan imej, dan seterusnya menerangkan isometri.

CONTOH 24

Antara rajah A, B dan C, yang manakah merupakan imej isometri bagi objek yang berlorek di bawah suatu isometri?

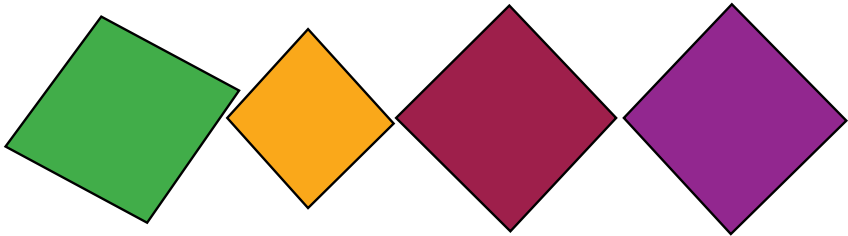


Penyelesaian:
Rajah A ialah imej isometri kerana bentuk dan saiznya sama.
Rajah B bukan imej isometri kerana saiznya tidak sama.
Rajah C bukan isometri kerana bentuk dan saiznya tidak sama.

Anda dapat mengenal pasti translasi, pantulan dan putaran ialah isometri.

11.5.2 Hubungan isometri dan kekongruenan

Perhatikan objek yang berwarna ungu. Bolehkah anda nyatakan imej yang kongruen di bawah suatu transformasi pantulan? Dapatkah anda tentukan paksi pantulan bagi transformasi isometri ini?



STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan hubungan antara isometri dengan kekongruenan.

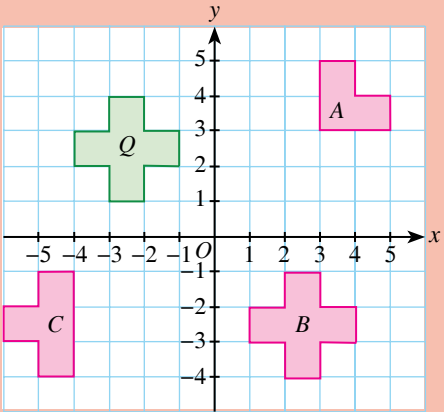
IMBAS KEMBALI

Dua rajah adalah kongruen jika bentuk dan saiz adalah sama.

ABC dan KLM adalah kongruen di bawah suatu translasi.

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Mengenal pasti perkaitan antara isometri dengan kekongruenan
Bahan: Kertas surih dan pembaris



- Langkah:**
- Perhatikan gambar rajah di atas. Q ialah objek kepada suatu imej.
 - Bersama-sama dengan rakan, kenal pasti imej yang kongruen.
 - Kenal pasti juga isometri yang memungkinkan kekongruenan pada imej tersebut.
- Perbincangan:**
- Jika imej A dan C bukan kongruen, adakah imej itu boleh dikatakan suatu isometri?
 - Apakah perkaitan antara isometri dengan kekongruenan?

Di bawah suatu isometri, objek dan imej adalah sama bentuk dan sama saiz. Oleh itu, objek dan imej adalah **kongruen**. Isometri ialah transformasi yang imejnya kongruen dengan objek.

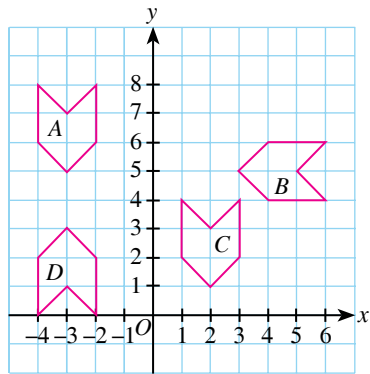
CONTOH 25

Objek A , B , C dan D adalah kongruen. Nyatakan isometri yang memetakan

- (a) objek A kepada objek B .
- (b) objek A kepada objek C .
- (c) objek A kepada objek D .

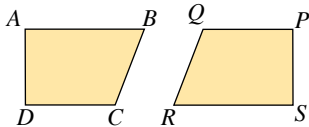
Penyelesaian:

- (a) Putaran
- (b) Translasi
- (c) Pantulan



11.5.3 Penyelesaian masalah

Apabila menamakan poligon yang kongruen, tertib huruf mesti berdasarkan bucu atau sudut yang sepadan.

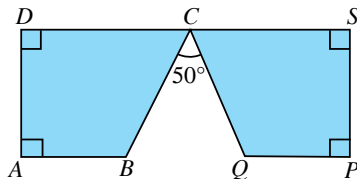


Sisi empat $ABCD$ dan sisi empat $SRQP$ adalah kongruen.

CONTOH 26

Dalam rajah di sebelah, $ABCD$ ialah imej bagi $PQCS$ di bawah suatu isometri. Diberi DCS ialah garis lurus, hitung $\angle PQC$.

Penyelesaian:



Memahami masalah

$ABCD$ ialah imej bagi $PQCS$.
 DCS ialah garis lurus.
 $\angle PQC$ sebahagian daripada sudut segi empat $PQCS$.

Merancang strategi

Tentukan

$$\begin{aligned}\angle QCS &= \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} \\ &= \frac{130^\circ}{2} \\ &= 65^\circ\end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

Oleh itu, $\angle PQC$ ialah 115° .

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}\angle PQC &= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 65^\circ \\ &= 115^\circ\end{aligned}$$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan isometri dan kekongruenan.

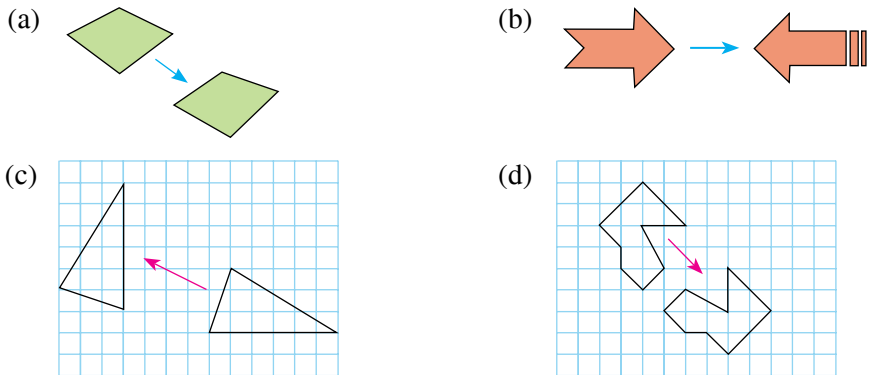
IMBAS KEMBALI

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms232 untuk menonton video animasi kongruen.



JOM CUBA 11.5

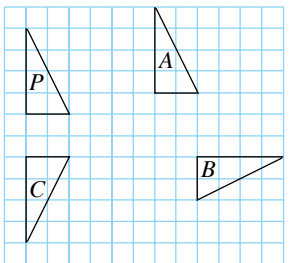
1. Tentukan sama ada setiap transformasi yang berikut ialah isometri atau bukan.



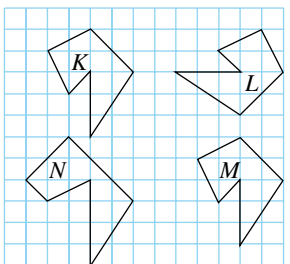
2. Tentukan sama ada transformasi berikut merupakan suatu isometri.

- (a) Suatu pantulan diikuti suatu pantulan.
- (b) Suatu translasi.
- (c) Suatu putaran secara berturut-turut.

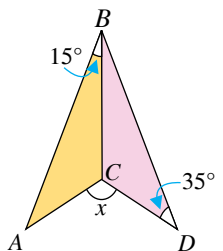
3. Dalam rajah di sebelah, A , B dan C ialah imej bagi objek P . Nyatakan jenis transformasinya.



4. Rajah di sebelah menunjukkan beberapa bentuk. Nyatakan bentuk yang kongruen.



5. Dalam rajah di sebelah, $\triangle ABC$ ialah imej bagi $\triangle BCD$, di bawah suatu transformasi isometri. Hitung nilai x .



11.6 Simetri Putaran

11.6.1 Simetri putaran

Suatu bentuk mempunyai simetri putaran jika bentuk tersebut tidak berubah selepas putaran walaupun kurang daripada satu putaran.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan simetri putaran.

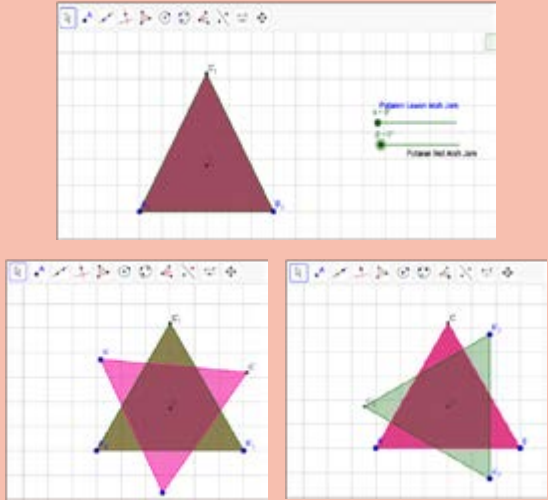
RANGSANGAN MINDA

Berkumpulan

Tujuan: Mengenal pasti simetri putaran

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms234 untuk menonton video animasi simetri putaran.



TAHUKAH ANDA ?



Simbol kitar semula merupakan contoh suatu simetri putaran.

1. Buka fail MS234 yang telah disediakan.

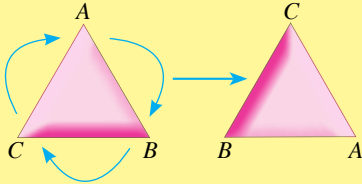
2. Gerakkan butang hijau putaran lawan arah jam dengan sudut 120°, 240° dan 360°. Perhatikan perubahan yang berlaku pada segi tiga berwarna hijau. Gerakkan semula butang tersebut kepada kedudukan asal.

3. Gerakkan butang hijau putaran arah jam dengan sudut 120°, 240° dan 360°. Perhatikan perubahan yang berlaku pada segi tiga berwarna merah muda.

Perbincangan:

(i) Dapatkah anda kenal pasti simetri putaran bagi poligon tersebut?

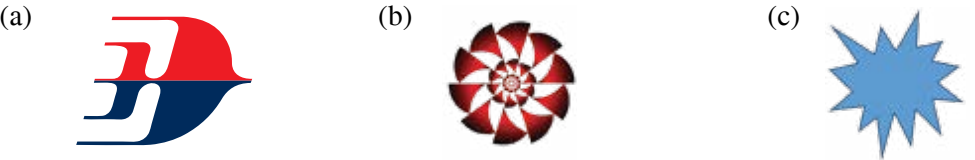
(ii) Jika D ialah pusat putaran, apakah yang anda fahami tentang simetri putaran?



Simetri merupakan padanan tepat dari segi saiz dan bentuk antara satu bahagian atau sisi suatu arah atau objek. Bagi simetri putaran, bentuk atau imej yang diputar kurang daripada 360° pada satu titik tetap, bentuknya masih kelihatan sama.

CONTOH 27

Kenal pasti objek berikut, yang manakah mempunyai simetri putaran?



Penyelesaian:

- (a) Tidak
- (b) Ya
- (c) Tidak

11.6.2 Peringkat simetri putaran bagi objek

Bilangan imej yang boleh dihasilkan dalam suatu pusat putaran yang sama dan menjadi seperti objek asal adalah dinamakan peringkat simetri putaran. Peringkat simetri putaran sama dengan bilangan paksi simetri suatu objek.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan peringkat simetri putaran bagi suatu objek.

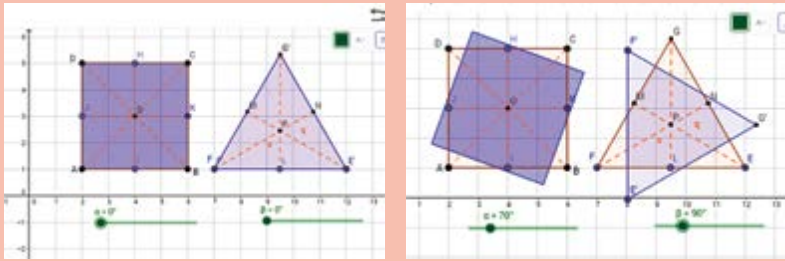
RANGSANGAN MINDA

Berkumpulan

Tujuan: Kenal pasti peringkat simetri putaran

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms235 untuk menonton video tentang aktiviti ini.



1. Buka fail MS235 yang telah disediakan.

2. Terdapat dua bentuk geometri.

3. Gerakkan butang sudut untuk mendapatkan bentuk asal.

4. Hitung bilangan pergerakan putaran untuk mendapatkan bentuk asal objek.

Perbincangan:

(i) Adakah bilangan peringkat simetri putaran sama dengan bilangan paksi simetri?

(ii) Dapatkah anda tentukan bilangan peringkat simetri putaran?

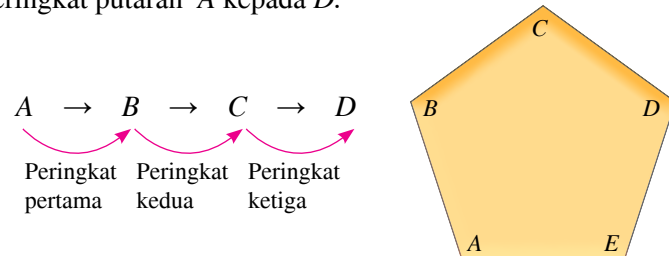
Peringkat simetri putaran ialah bilangan kali sesuatu bentuk menepati dirinya sendiri dalam satu putaran lengkap. Bilangan paksi simetri adalah sama dengan peringkat simetri putaran.

CONTOH 28

Tentukan peringkat simetri putaran apabila kedudukan A berada di kedudukan D dalam rajah di sebelah.

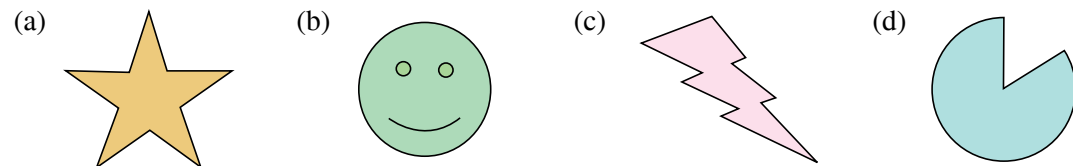
Penyelesaian:

Dengan menggunakan kertas surih, lukis dan tentukan pergerakan peringkat putaran A kepada D.

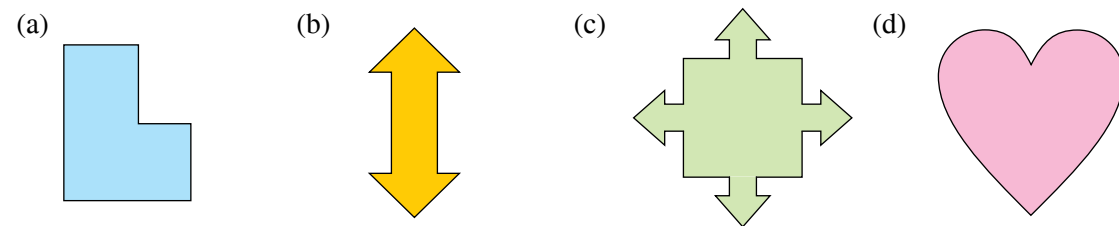


JOM CUBA 11.6

1. Antara objek berikut, yang manakah mempunyai simetri putaran?

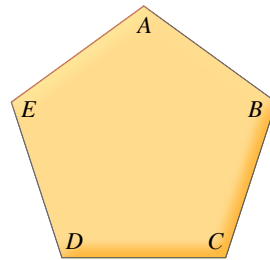
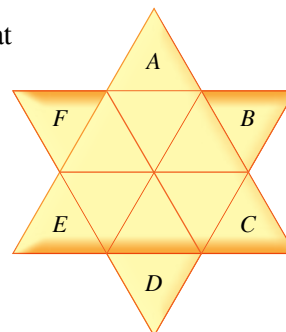


2. Tentukan peringkat simetri putaran bagi objek berikut.

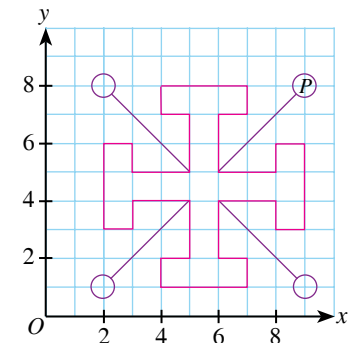


3. Objek simetri berikut diputar pada suatu titik. Nyatakan peringkat simetri putaran jika

- (i) kedudukan A berada di kedudukan C.
- (ii) kedudukan B berada di kedudukan D.
- (iii) kedudukan C berada di kedudukan B.

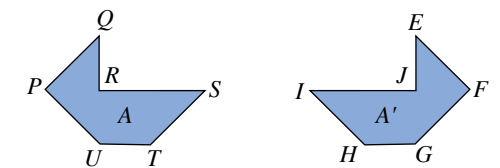


4. Objek tersebut terletak pada satah Cartes. Nyatakan koordinat bagi P di bawah simetri putaran peringkat ketiga.



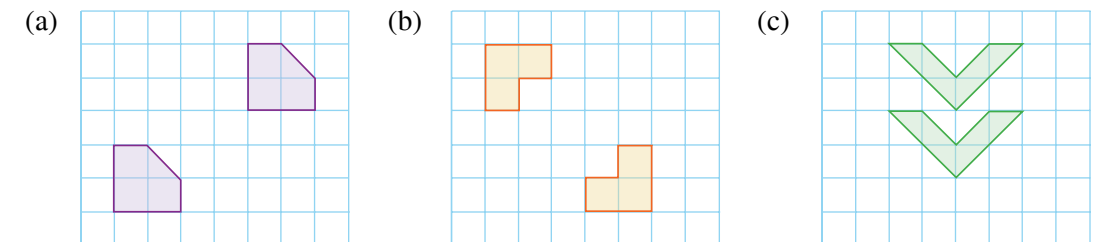
MENJANA KECEMERLANGAN

1. Rajah di sebelah menunjukkan bentuk poligon A dipetakan kepada poligon A' di bawah suatu pantulan. Kenal pasti padanan titik

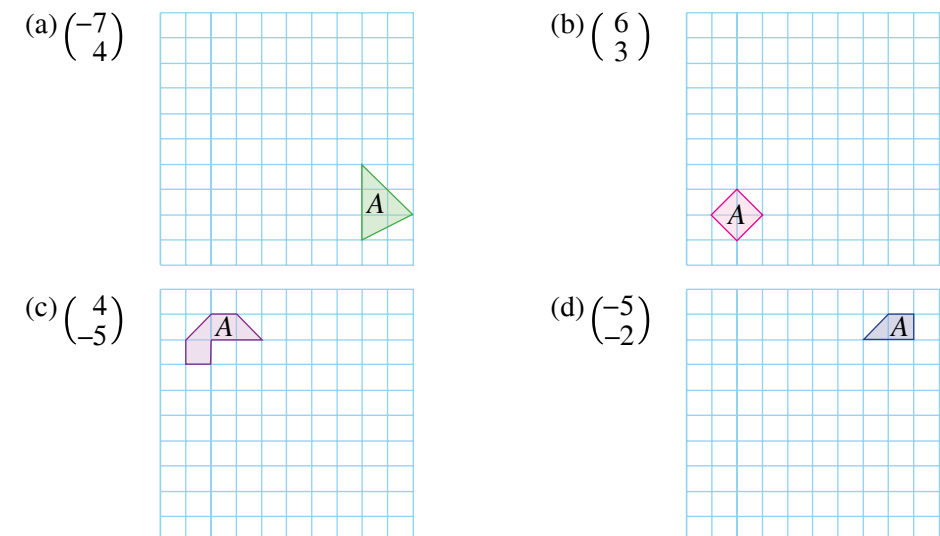


- (a) imej bagi titik P.
- (b) objek bagi titik G.

2. Antara rajah berikut, yang manakah translasi dan nyatakan sebabnya.



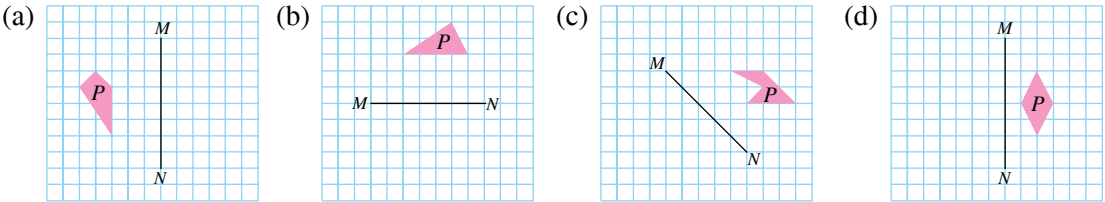
3. Lukis imej bagi objek A di bawah translasi yang diberikan.



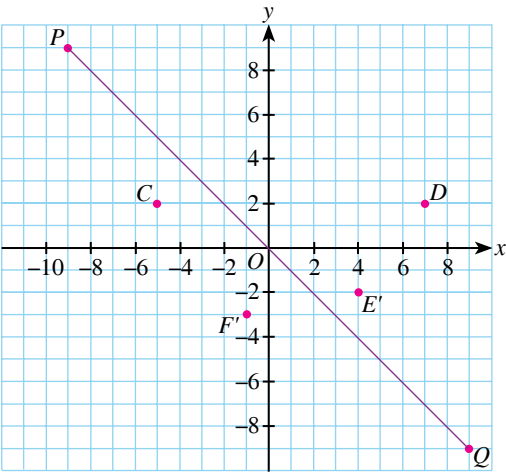
4. Jika titik $K(-2, -2)$ ialah objek, kenal pasti imej di bawah vektor translasi berikut.

- (a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (e) $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ (f) $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

5. Lukis imej P' bagi objek P di bawah pantulan pada garis MN .

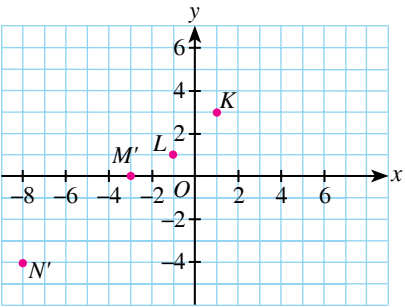


6. Tentukan koordinat imej atau objek bagi titik berikut, di bawah paksi pantulan yang diberikan.



Titik	Paksi pantulan pada	Koordinat
C	Paksi-y	$C' (\quad)$
D	Paksi-x	$D' (\quad)$
E'	Garisan PQ	$E (\quad)$
F'	Garisan PQ	$F (\quad)$

7. Tentukan koordinat imej atau objek bagi titik berikut di bawah suatu putaran yang diberikan.

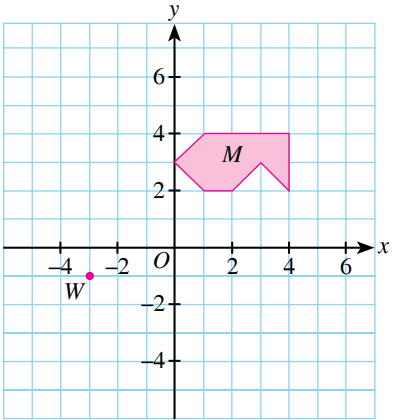


Titik	Putaran			Koordinat
	Pusat	Sudut	Arah	
K	(0, 0)	90°	ikut arah jam	$K' (\quad)$
L	(0, 2)	180°	ikut arah jam	$L' (\quad)$
M'	(0, 0)	90°	lawan arah jam	$M (\quad)$
N'	(-3, -4)	180°	ikut arah jam	$N (\quad)$

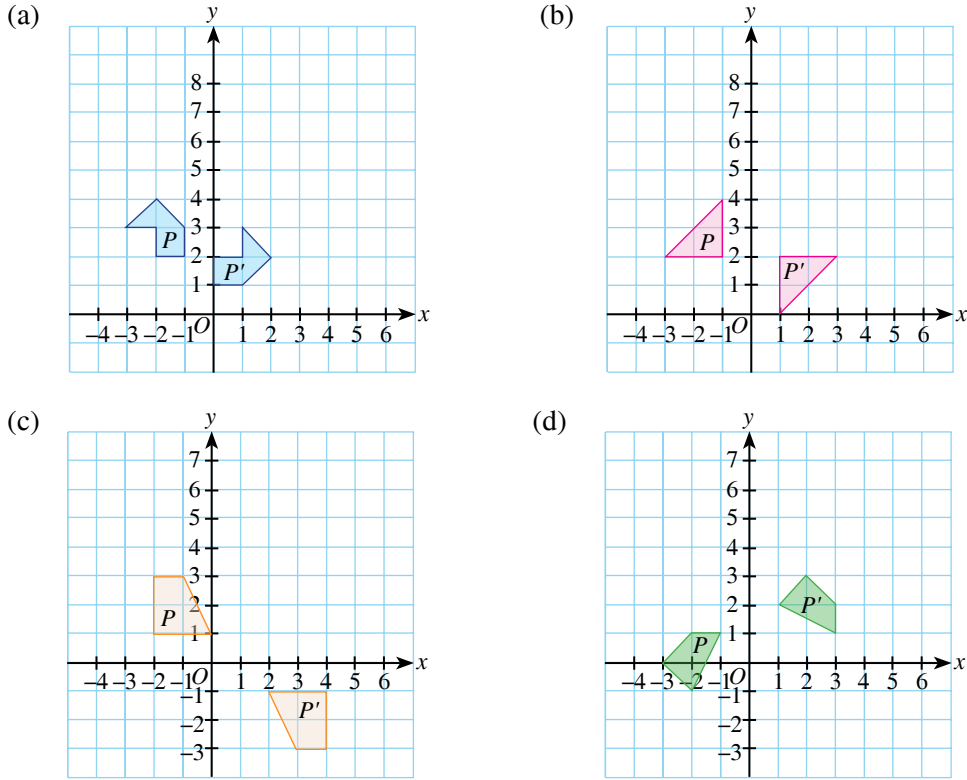
8. Yang manakah mempunyai simetri putaran?



9. (i) Pada rajah di sebelah, lukis imej bagi M di bawah pantulan pada paksi-x.
(ii) Nyatakan koordinat imej bagi titik W di bawah pantulan yang sama.

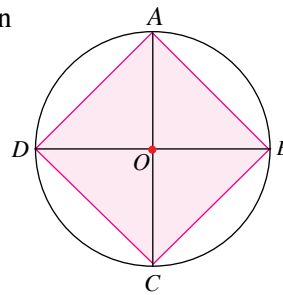


10. Diberi P' ialah imej bagi P di bawah suatu putaran. Huraikan putaran itu selengkapnya.



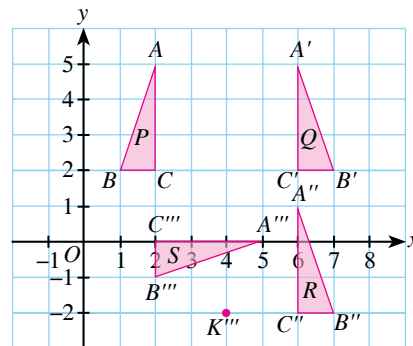
11. Dalam rajah di sebelah, $ABCD$ ialah sebuah segi empat sama. Nyatakan imej bagi segi tiga OAB di bawah putaran yang berikut.

- (i) Putaran 90° ikut arah jam pada titik O .
- (ii) Putaran 180° pada titik O .
- (iii) Putaran 270° lawan arah jam pada titik O .

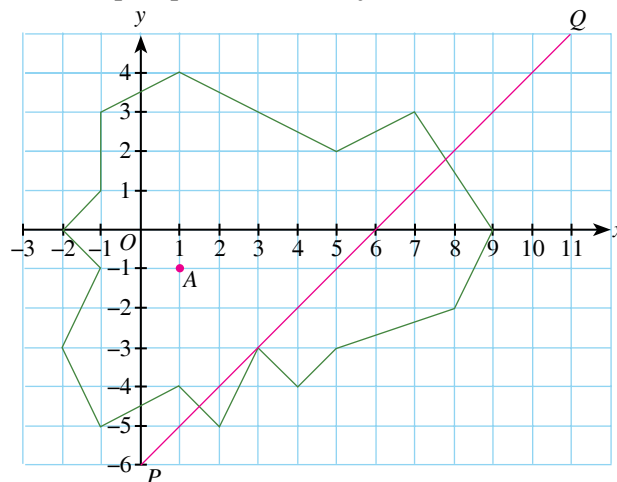


12. Rajah menunjukkan segi tiga ABC yang mengalami tiga kali transformasi, iaitu $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S$.

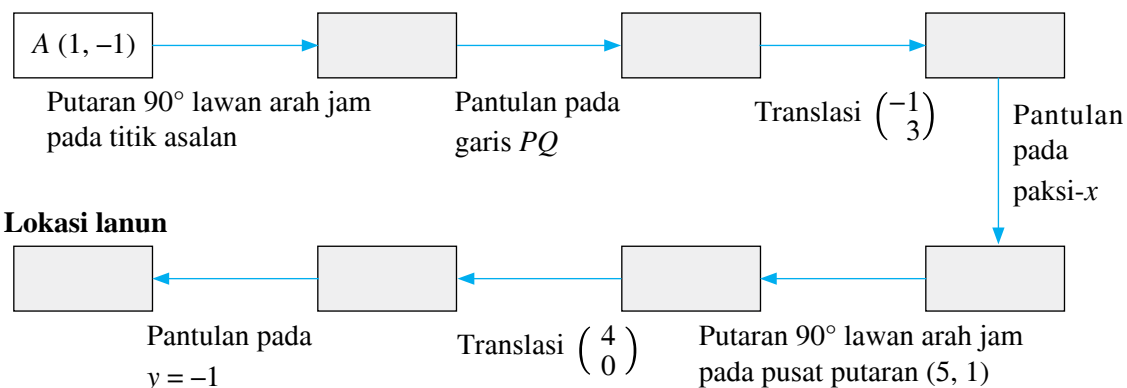
- Huraikan transformasi tersebut.
- Sekiranya titik K''' ialah imej bagi titik K , nyatakan koordinat objek K tersebut di bawah transformasi yang sama.



13. Rajah menunjukkan sebuah peta perairan laut Kejora.



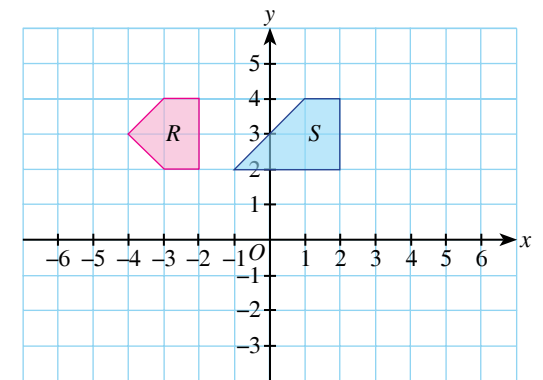
Titik A ialah kedudukan kapal tentera Makdis. Bantu tentera Makdis untuk mengesan lanun mengikut turutan transformasi berikut.



14. Rajah di sebelah menunjukkan objek R dan S .

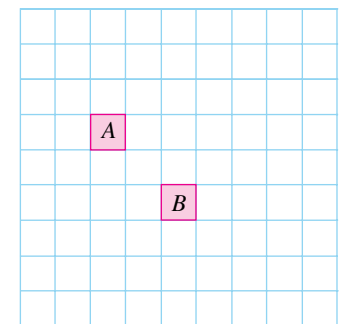
- (a) Lukis imej R di bawah
 - (i) putaran 90° lawan arah jam pada titik asalan diikuti translasi $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$.
 - (ii) pantulan pada garis lurus $x = 1$.
- (b) Lukis imej S di bawah pantulan pada paksi- x diikuti dengan translasi $\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan putaran 180° pada titik $(0, -1)$.

Seterusnya, nyatakan nama rajah poligon tersebut.



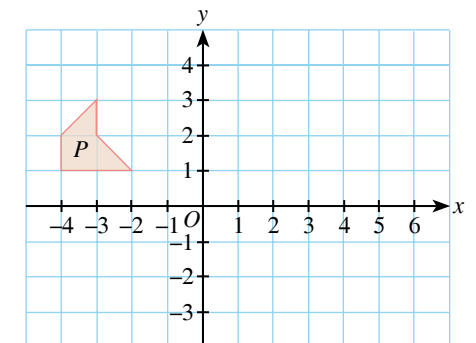
15. Rajah di sebelah menunjukkan segi empat A dan segi empat B yang dilukis pada grid segi empat sama.

Segi empat A ialah imej bagi segi empat B di bawah suatu transformasi. Huraikan selengkapnya lima transformasi yang mungkin.



16. Berdasarkan rajah di sebelah

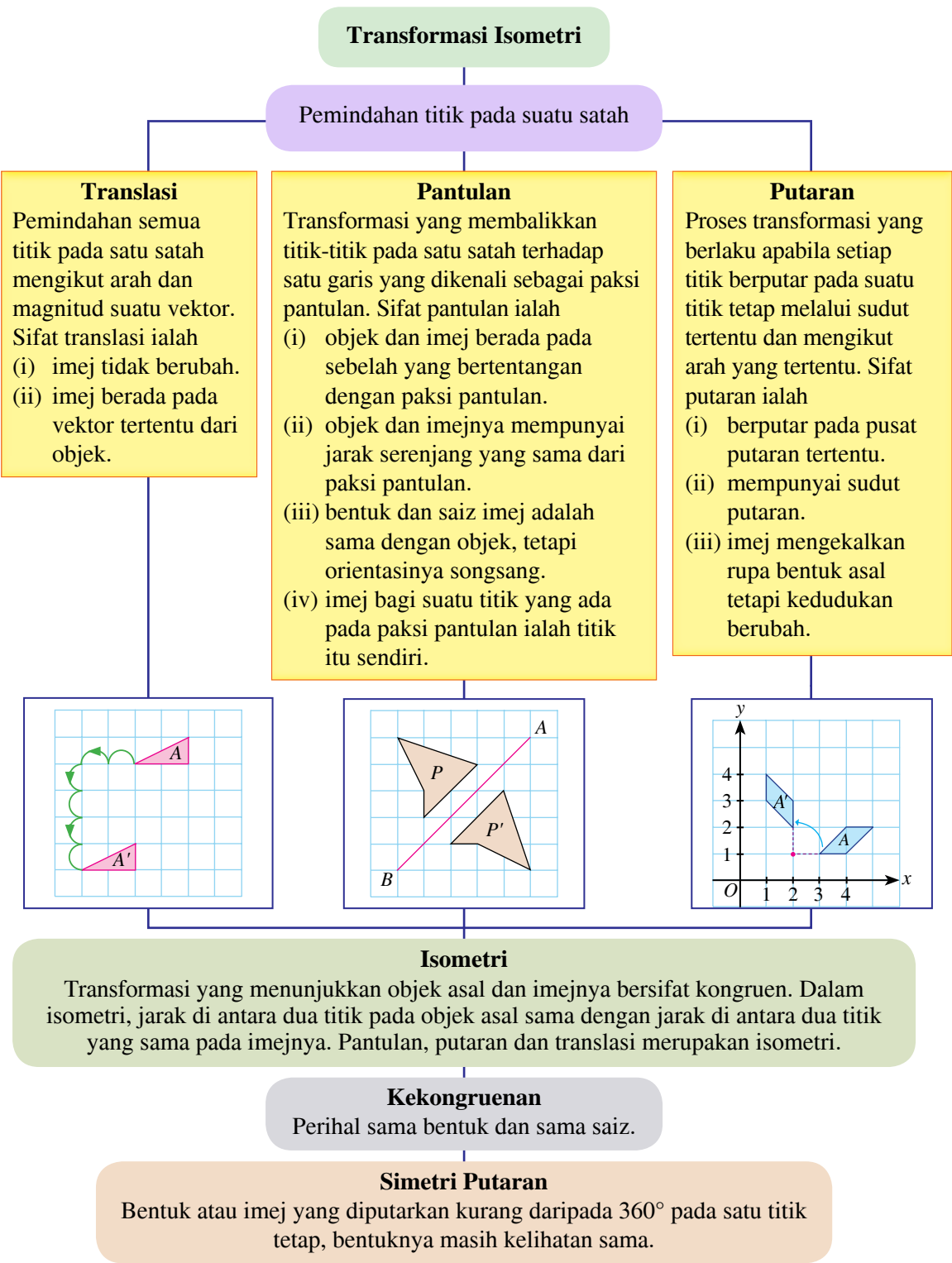
- putarkan objek P sebanyak 180° pada titik $(1, 1)$. Labelkan imej putaran sebagai Q .
- lakukan translasi $\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ terhadap Q dan labelkannya sebagai R .
- huraikan transformasi lain yang memetakan objek P kepada imej R .



17. Merujuk rajah di bawah, Fauzah dan Zainun masing-masing berkedudukan Tenggara dan Barat Daya. Jika mereka bercadang untuk berjumpa di suatu kawasan yang terletak di Timur Laut, nyatakan peringkat simetri putaran yang perlu dilalui oleh mereka berdua.



INTI PATI BAB



REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:

	  
1. Mengenal translasi, pantulan dan putaran.	  
2. Menentukan imej dan objek suatu translasi, pantulan dan putaran.	  
3. Menyelesaikan masalah yang melibatkan translasi, putaran dan pantulan.	  
4. Menyiasat hubungan antara kesan translasi, pantulan dan putaran terhadap jarak di antara dua titik pada objek dengan imej, dan seterusnya menerangkan isometri.	  
5. Menerangkan hubungan antara isometri dengan kekongruenan.	  
6. Menyelesaikan masalah yang melibatkan isometri dan kekongruenan.	  
7. Menerangkan simetri putaran.	  
8. Menentukan peringkat simetri putaran bagi suatu objek.	  

PROJEK MINI

Anda diminta untuk mereka bentuk suatu logo kelas anda yang melambangkan ciri-ciri kerjasama, perpaduan, bertoleransi, menghormati dan keazaman yang kuat. Ciri-ciri ini hendaklah diterjemahkan dalam bentuk transformasi isometri dengan mempelbagaikan corak yang bersifat kesederhanaan. Setelah itu, anda perlu memberikan makna yang mendalam kepada logo tersebut bagi setiap butiran yang anda pilih.

