



BAB

3

Penaakulan Logik

Anda akan mempelajari 

- ▶ Pernyataan
- ▶ Hujah

Parlimen ialah badan perundangan bagi kerajaan Persekutuan. Semua rang undang-undang perlulah dibahaskan dan diluluskan oleh Dewan Rakyat dan Dewan Negara sebelum mendapat perkenan Yang di-Pertuan Agong.

Tahukah anda mengapakah setiap rang undang-undang perlu dibahaskan di Parlimen?

Maslahat Bab

Selain perbahasan, penaakulan logik juga sering diaplikasikan dalam bidang elektronik terutamanya dalam kitaran elektronik. Penaakulan logik turut memainkan peranan penting dalam pengaturcaraan komputer dan reka bentuk perkakasan komputer. Dalam kehidupan harian kita, penaakulan logik penting diaplikasikan dalam proses menyelesaikan masalah kerana dapat mengasah kemahiran berfikir secara kritis dan analitis dalam diri seseorang itu.

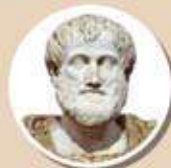




JARINGAN KATA

- akas
- deduktif
- hujah
- implikasi
- induktif
- kontrapositif
- penafian
- pengkuantiti
- pernyataan
- pernyataan majmuk
- songsangan
- *converse*
- *deductive*
- *argument*
- *implication*
- *inductive*
- *contrapositive*
- *negation*
- *quantifier*
- *statement*
- *compound statement*
- *inverse*

Imbasan Silam



Aristotle

(384 SM - 322 SM)

Menurut Aristotle, logik bukan sebahagian daripada falsafah tetapi sejenis instrumen yang digunakan oleh ahli falsafah dan ahli sains. Beliau menggunakan logik sebagai teknik perbahasan dan ilmu linguistik.



<http://yakini-pelajar.com/Aristotle/3.pdf>

3.1 Pernyataan

Q Apakah maksud pernyataan dan bagaimanakah anda menentukan nilai kebenaran bagi suatu pernyataan?



Standard Pembelajaran

Menerangkan maksud pernyataan dan seterusnya menentukan nilai kebenaran bagi suatu pernyataan.



Kebanyakan hasil matematik sering melibatkan pernyataan.

Pernyataan ialah suatu ayat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya, iaitu sama ada benar atau palsu, tetapi bukan kedua-duanya.

Ayat tanya, ayat seruan dan ayat perintah bukan pernyataan. Ayat-ayat ini tidak dapat ditentukan kebenarannya.

Kedua-dua jawapan yang diberikan dalam dialog di atas ialah pernyataan. Pernyataan “sebuah kuboid mempunyai 8 bucu” ialah pernyataan benar manakala pernyataan “sebuah kuboid mempunyai 12 bucu” ialah pernyataan palsu. Pernyataan boleh dibahagikan kepada pernyataan benar dan pernyataan palsu.

Contoh 1

Tentukan sama ada ayat-ayat di bawah ialah pernyataan atau bukan pernyataan. Berikan justifikasi anda.

- Tolong hantar buku kerja.
- Menara Kuala Lumpur ialah menara yang paling tinggi di Malaysia.
- Bagaimanakah anda datang ke sekolah?
- $x + 3 = 5$.
- $-6 < -8$.

Penyelesaian:

- Bukan pernyataan kerana ayat itu tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.
- Pernyataan kerana ayat itu benar.
- Bukan pernyataan kerana ayat itu tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.
- Bukan pernyataan kerana ayat itu tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.
- Pernyataan kerana ayat itu palsu.



Menara Kuala Lumpur terletak di kemuncak Bukit Nanas. Menara Kuala Lumpur dengan ketinggian 421 meter ialah menara komunikasi yang ke-7 paling tinggi di dunia dan paling tinggi di Asia Tenggara.

Rangsangan Minda 1

Tujuan: Menentukan nilai kebenaran bagi pernyataan yang diberikan.

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
2. Nyatakan sama ada ayat matematik yang diberikan dalam Lembaran Aktiviti ialah pernyataan benar atau pernyataan palsu dengan *Round Robin*.
3. Bincang dan buat kesimpulan daripada dapatan aktiviti.

Lembaran Aktiviti:

	Ayat matematik	Nilai kebenaran
(a)	$28 + 12 = 40$	
(b)	$3^2 + 4^2 = 7^2$	
(c)	$(2 + 3)(2 - 3) = 2^2 - 3^2$	
(d)	$\sqrt{729} = 81^{\frac{1}{2}}$	
(e)	$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$	
(f)	$\{a, b\}$ mempunyai 4 subset.	
(g)	5 ialah faktor bagi 400.	
(h)	Gandaan sepunya terkecil bagi nombor 4 dan 18 ialah 36.	

Perbincangan:

Adakah semua pernyataan matematik benar? Bincangkan sebab anda.

Hasil daripada Rangsangan Minda 1, didapati bahawa;

Bukan semua pernyataan matematik benar. Nilai kebenaran bagi semua pernyataan matematik boleh ditentukan.

Contoh 2

Tentukan sama ada pernyataan berikut benar atau palsu. Sekiranya palsu, buktikan.

- $(x + y)^2 = x^2 + 2xy - y^2$, $x \neq 0$, $y \neq 0$
- $(x + 5)^2 < 0$, $x \in \mathbf{R}$
- $2 + 6(4) > 4 + 6(2)$
- $2 \in \{\text{Faktor bagi } 8\}$
- $\{2, 5, 7\} \cup \{\text{Nombor Perdana}\} = \{2, 5, 7\}$

Penyelesaian:

- (a) Palsu Andaikan $x = 2$ dan $y = 3$,

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (2 + 3)^2 \\ &= 25 \\ x^2 + 2xy - y^2 &= 2^2 + 2(2)(3) - 3^2 \\ &= 7\end{aligned}$$

Maka $(x + y)^2 \neq x^2 + 2xy - y^2$

- (b) Palsu $(2 + 5)^2 = 49 > 0$

(c) Benar

(d) Benar

(e) Palsu

$$\{2, 5, 7\} \cup \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\} = \{\text{Nombor perdana}\}$$



ZON INFORMASI

$x \in \mathbf{R}$ bermaksud x unsur kepada nombor nyata.

- Nombor nyata boleh ditakrifkan sebagai sebarang nombor nisbah atau nombor bukan nisbah.

Contoh 3

Tentukan sama ada pernyataan matematik di bawah benar atau palsu. Sekiranya palsu, buktikan.

- Semua poligon mempunyai pepenjuru.
- Sebilangan nombor kuasa dua sempurna ialah nombor bulat.
- Semua nombor genap mempunyai faktor perdana.
- Sebilangan garis lurus memintas paksi-y.

Penyelesaian:

- Palsu. Segi tiga tidak mempunyai pepenjuru.
- Palsu. Semua nombor kuasa dua sempurna ialah nombor bulat.
- Benar
- Benar

**Praktis Kendiri 3.1a**

- Tentukan sama ada ayat-ayat di bawah pernyataan atau bukan pernyataan. Berikan justifikasi anda.
 - Marilah kita pergi bermain di padang.
 - Malaysia terletak di benua Asia.
 - Adakah $3 + 2 = 8$?
 - $x + 3 > x - 8$
 - $3x + 5 = -7$
- Bina satu pernyataan yang benar dengan menggunakan angka dan simbol yang diberikan.
 - $23, +, 9, 40, >$
 - $\{3, 6, 9\}, \{3\}, \subset$
 - $\frac{5}{6}, \frac{1}{4}, \times, \frac{10}{3}, =$
 - $x^2 + 3, \leq, (x + 3)^2$
 - $\sqrt[3]{}, 9, 27, 12, =, +$
- Tentukan sama ada pernyataan di bawah benar atau palsu.
 - Semua segi empat mempunyai sudut tepat.
 - Sebilangan rombus mempunyai empat sisi yang sama.
 - Semua segi tiga mempunyai sisi yang sama panjang.
 - Sebilangan poligon mempunyai lima sisi.
 - Semua bulatan boleh dibahagikan kepada lapan sektor yang sama saiz.



Bagaimanakah anda menafikan suatu pernyataan?

Kita menggunakan perkataan "tidak" atau "bukan" untuk menafikan suatu pernyataan. Penafian pernyataan p ditulis sebagai $\sim p$.



Menafikan suatu pernyataan.



Indikator

' $\sim p$ ' disebut sebagai 'tida p '

Contoh 4

Bentuk satu penafian ($\sim p$) bagi setiap pernyataan (p) berikut dengan menggunakan perkataan "tidak" atau "bukan".

- 12 ialah gandaan 5.
- 41 ialah nombor perdana.
- Semua gandaan 5 ialah gandaan 10.
- 0.4 m bersamaan dengan 400 mm.

Penyelesaian:

- 12 bukan gandaan 5.
- 41 bukan nombor perdana.
- Bukan semua gandaan 5 ialah gandaan 10.
- 0.4 m tidak bersamaan dengan 400 mm.

Rangsangan Minda 2

Tujuan: Menentukan nilai kebenaran suatu pernyataan selepas penafian.

Langkah:

- Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
- Tentukan kebenaran pernyataan di bawah.

- Semua nombor genap boleh dibahagi tepat dengan 2.
- Semua faktor 6 ialah faktor 8.
- 64 ialah nombor kuasa tiga sempurna.
- 50% daripada 600 ialah 30.
- $\{a, b, c\}$ ialah subset kepada $\{a, b\} \cap \{b, c\}$.

- Bentuk penafian bagi pernyataan-pernyataan dalam langkah 2 dengan menggunakan perkataan "bukan" atau "tidak".
- Tentukan nilai kebenaran penafian pernyataan dalam langkah 3.

Perbincangan:

Apakah yang boleh anda nyatakan tentang nilai kebenaran pernyataan-pernyataan dalam langkah 2 sebelum dan selepas penafian?

Hasil daripada Rangsangan Minda 2, didapati bahawa;

Nilai kebenaran bertukar daripada benar kepada palsu atau sebaliknya melalui proses penafian.

Praktis Kendiri 3.1b

Bentuk satu penafian ($\sim p$) bagi setiap pernyataan (p) berikut dengan menggunakan perkataan “tidak” atau “bukan”. Kemudian, tentukan nilai kebenaran penafian tersebut.

1. 819 ialah gandaan 9.
2. Lelayang mempunyai dua paksi simetri.
3. Kon mempunyai satu muka melengkung.
4. Dua garis selari mempunyai kecerunan yang sama.
5. Semua persamaan kuadratik mempunyai dua punca yang sama.

Q Bagaimanakah anda menentukan nilai kebenaran suatu pernyataan majmuk?

Pernyataan majmuk ialah gabungan dua atau lebih pernyataan dengan menggunakan perkataan “dan” atau “atau”.

Contoh 5

Gabungkan pernyataan p dan q berikut dengan perkataan

- (i) dan, (ii) atau.
- (a) p : Pentagon mempunyai dua pepenjuru.
 q : Heptagon mempunyai empat pepenjuru.
 - (b) p : Piramid mempunyai lima satah.
 q : Piramid mempunyai lima bucu.
 - (c) p : -4 ialah integer.
 q : 2 ialah integer.

Penyelesaian:

- (i) Pentagon mempunyai dua pepenjuru dan heptagon mempunyai empat pepenjuru.
(ii) Pentagon mempunyai dua pepenjuru atau heptagon mempunyai empat pepenjuru.
- (i) Piramid mempunyai lima satah dan lima bucu.
(ii) Piramid mempunyai lima satah atau lima bucu.
- (i) -4 dan 2 ialah integer.
(ii) -4 atau 2 ialah integer.

Contoh 6

Tentukan dua pernyataan p dan q daripada ayat majmuk di bawah.

- (a) $5 + 3 > 5$ dan $5 - 3 < 5$.
- (b) 9 dan 91 ialah nombor perdana.
- (c) $2^2 = 4$ atau $2^3 = 8$.
- (d) $-9 < 10$ atau $9 < 10$.



Standard Pembelajaran

Menentukan nilai kebenaran suatu pernyataan majmuk.

Penyelesaian:

(a) $p : 5 + 3 > 5$.

$q : 5 - 3 < 5$.

(c) $p : 2^2 = 4$.

$q : 2^3 = 8$.

(b) $p : 9$ ialah nombor perdana.

$q : 91$ ialah nombor perdana.

(d) $p : -9 < 10$.

$q : 9 < 10$.

Perkataan “dan” dalam pernyataan matematik membawa maksud kedua-dua. Manakala perkataan “atau” membawa maksud salah satu atau kedua-dua.

Berdasarkan gambar rajah di sebelah, tiga pernyataan p , q , dan r dibentuk.

p : Rashid sedang berlari.

q : Kok Keong sedang berlari.

r : Melinda sedang berlari.

Anda boleh gabungkan dua pernyataan dengan menggunakan perkataan “dan” atau “atau”.

p dan q : Rashid dan Kok Keong sedang berlari.

p dan r : Rashid dan Melinda sedang berlari.

q atau r : Kok Keong atau Melinda sedang berlari.



Daripada tiga pernyataan majmuk di atas, kita dapati bahawa pernyataan “ p dan q ” benar kerana kedua-dua Rashid dan Kok Keong sedang berlari tetapi “ p dan r ” adalah palsu kerana bukan kedua-dua Rashid dan Melinda sedang berlari. Akan tetapi, pernyataan majmuk “ q atau r ” benar kerana sebahagian daripada pernyataan itu benar.

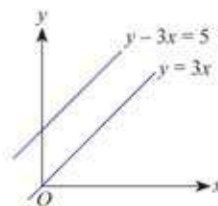
Maka, nilai kebenaran pernyataan majmuk boleh disimpulkan seperti yang ditunjukkan dalam jadual kebenaran berikut.

p	q	p dan q	p atau q
Benar	Benar	Benar	Benar
Benar	Palsu	Palsu	Benar
Palsu	Benar	Palsu	Benar
Palsu	Palsu	Palsu	Palsu

Contoh 7

Tentukan nilai kebenaran pernyataan majmuk yang berikut.

- (a) 2 dan -5 lebih besar daripada 4.
 (b) $x + 3 < x - 5$ dan 99 ialah nombor ganjil.
 (c) 81 ialah nombor kuasa dua sempurna dan 6 ialah faktor bagi 18.
 (d) $y = 3x$ selari dengan $y - 3x = 5$ dan pintasan- y bagi garis lurus $y - 3x = 5$ ialah 3.
 (e) $2 + 3 = 23$ atau $2 \times 3 = 23$.
 (f) $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ atau $\sqrt{125} = 5$.
 (g) Hasil tambah sudut pedalaman segi tiga atau segi empat ialah 360° .
 (h) $4 - (-7) = 11$ atau $4 + 7 = 11$.

**Penyelesaian:**

	Pernyataan		Kebenaran
(a)	p q p dan q	2 lebih besar daripada 4. -5 lebih besar daripada 4. 2 dan -5 lebih besar daripada 4.	Palsu Palsu Palsu
(b)	p q p dan q	$x + 3 < x - 5$. 99 ialah nombor ganjil. $x + 3 < x - 5$ dan 99 ialah nombor ganjil.	Palsu Benar Palsu
(c)	p q p dan q	81 ialah nombor kuasa dua sempurna. 6 ialah faktor bagi 18. 81 ialah nombor kuasa dua sempurna dan 6 ialah faktor bagi 18.	Benar Benar Benar
(d)	p q p dan q	$y = 3x$ selari dengan $y - 3x = 5$. Pintasan- y bagi garis lurus $y - 3x = 5$ ialah 3. $y = 3x$ selari dengan $y - 3x = 5$ dan pintasan- y bagi garis lurus $y - 3x = 5$ ialah 3.	Benar Palsu Palsu
(e)	p q p atau q	$2 + 3 = 23$. $2 \times 3 = 23$. $2 + 3 = 23$ atau $2 \times 3 = 23$.	Palsu Palsu Palsu
(f)	p q p atau q	$5 \times 5 \times 5 = 5^3$. $\sqrt{125} = 5$. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ atau $\sqrt{125} = 5$.	Benar Palsu Benar
(g)	p q p atau q	Hasil tambah sudut pedalaman segi tiga ialah 360° . Hasil tambah sudut pedalaman segi empat ialah 360° . Hasil tambah sudut pedalaman segi tiga atau segi empat ialah 360° .	Palsu Benar Benar
(h)	p q p atau q	$4 - (-7) = 11$. $4 + 7 = 11$. $4 - (-7) = 11$ atau $4 + 7 = 11$.	Benar Benar Benar

Praktis Kendiri 3.1c

- Gabungkan pernyataan p dan q berikut dengan menggunakan perkataan yang diberi dalam kurungan untuk membentuk pernyataan majmuk.

 - p : 2 ialah faktor perdana bagi 6. (atau)
 q : 3 ialah faktor perdana bagi 6.
 - p : Kon mempunyai satu bucu. (dan)
 q : Kon mempunyai satu satah.
 - p : Rombus ialah segi empat selari. (dan)
 q : Trapezium ialah segi empat selari.
- Tentukan nilai kebenaran pernyataan majmuk yang berikut.

 - 49 ialah gandaan 7 dan nombor kuasa dua sempurna.
 - 3 jam = 120 minit dan 4 minit = 240 saat.
 - Pekali bagi $9x$ ialah 9 dan $9^0 = 0$.
 - $3 \in \{1, 2, 5\}$ dan $\{8, 9\} \subset \{6, 7, 8\}$.
 - $\frac{2}{9}$ boleh diungkap sebagai perpuluhan berulang atau kurang daripada 1.
 - $\frac{4}{5}$ atau $\frac{5}{4}$ ialah pecahan wajar.
 - 6 atau 8 ialah nombor ganjil.
 - $\sqrt[4]{64} = 2$ atau $2^3 = 8$.

Bagaimanakah anda membina pernyataan dalam bentuk implikasi?

Standard Pembelajaran

Membina pernyataan dalam bentuk implikasi

- jika p , maka q
- p jika dan hanya jika q

Cikgu, bolehkah saya bermain bola di padang?



Jika kamu dapat menyiapkan semua soalan, maka kamu boleh bermain di padang.

Implikasi "Jika p , maka q "

Pernyataan "jika p , maka q " dikenali sebagai **implikasi** dengan keadaan

- p dikenali sebagai **antejadian**.
- q dikenali sebagai **akibat**.

Contoh 8

Bentuk implikasi “jika p , maka q ” dengan antejadian dan akibat berikut.

- (a) Antejadian : k boleh dibahagi tepat dengan 5. (b) Antejadian : Set K subset kepada set L .
 Akibat : k ialah gandaan 5. Akibat : $n(K) \leq n(L)$.

Penyelesaian:

- (a) Jika k boleh dibahagi tepat dengan 5, maka k ialah gandaan 5.
 (b) Jika set K subset kepada set L , maka $n(K) \leq n(L)$.



Contoh 9

Tentukan antejadian dan akibat daripada implikasi “jika p , maka q ” berikut.

- (a) Jika x ialah faktor bagi 16, maka x ialah faktor bagi 64.
 (b) Jika $x - y > 0$, maka $x > y$.

Penyelesaian:

- (a) Antejadian : x ialah faktor bagi 16. (b) Antejadian : $x - y > 0$.
 Akibat : x ialah faktor bagi 64. Akibat : $x > y$.

Implikasi “ p jika dan hanya jika q ”

Selain implikasi “jika p , maka q ”, implikasi “ p jika dan hanya jika q ” juga kerap digunakan dalam penaakulan logik.

Implikasi “ p jika dan hanya jika q ” terdiri daripada dua implikasi yang berikut:

- jika p , maka q
- jika q , maka p

Contoh 10

Bentuk implikasi “ p jika dan hanya jika q ” bagi implikasi yang berikut.

- (a) Jika k ialah nombor perdana, maka k mempunyai dua faktor sahaja.
 Jika k mempunyai dua faktor sahaja, maka k ialah nombor perdana.
 (b) Jika $y = ax^n + b$ ialah persamaan linear, maka $n = 1$.
 Jika $n = 1$, maka $y = ax^n + b$ ialah persamaan linear.

Penyelesaian:

- (a) k ialah nombor perdana jika dan hanya jika k mempunyai dua faktor sahaja.
 (b) $y = ax^n + b$ ialah persamaan linear jika dan hanya jika $n = 1$.

Contoh 11

Tulis dua implikasi berdasarkan implikasi “ p jika dan hanya jika q ” yang berikut.

- (a) $\sqrt{r} = 15$ jika dan hanya jika $r = 225$. (b) $x < 6$ jika dan hanya jika $x + 10 < 16$.

Penyelesaian:

- (a) Implikasi 1: Jika $\sqrt{r} = 15$, maka $r = 225$. (b) Implikasi 1: Jika $x < 6$, maka $x + 10 < 16$.
 Implikasi 2: Jika $r = 225$, maka $\sqrt{r} = 15$. Implikasi 2: Jika $x + 10 < 16$, maka $x < 6$.

Q Bagaimanakah anda menentukan dan menjustifikasikan kekuatan suatu hujah induktif dan seterusnya menentukan sama ada hujah yang kuat itu meyakinkan?

Hujah deduktif menekankan kesahan hujah manakala hujah induktif lebih menekankan kekuatan hujah. Kekuatan hujah induktif ditentukan daripada tahap kemungkinan kesimpulan itu benar dengan andaian bahawa semua premis adalah benar. Sesuatu hujah itu meyakinkan atau tidak, perlu dibincangkan berdasarkan kebenaran premis dan kesimpulannya.



Standard Pembelajaran

Menentukan dan menjustifikasikan kekuatan suatu hujah induktif dan seterusnya menentukan sama ada hujah yang kuat itu meyakinkan.

Contoh 21

Tentukan sama ada hujah yang diberi kuat atau lemah. Seterusnya, tentukan sama ada hujah yang kuat itu meyakinkan atau tidak meyakinkan dan berikan justifikasi anda.

- (a) Premis 1 : Kerusi di ruang tamu adalah merah.
 Premis 2 : Kerusi di ruang makan adalah merah.
 Premis 3 : Kerusi di bilik bacaan adalah merah.
 Premis 4 : Kerusi di bilik tidur adalah merah.
 Kesimpulan : Semua kerusi di rumah adalah merah.
- (b) Premis 1 : 27 ialah gandaan 3.
 Premis 2 : 81 ialah gandaan 3.
 Kesimpulan : Semua gandaan 9 ialah gandaan 3.
- (c) Premis 1 : Ikan kembung bernafas dengan insang.
 Premis 2 : Ikan yu bernafas dengan insang.
 Kesimpulan : Semua ikan bernafas dengan insang.
- (d) Premis 1 : $11 \times 5 = 55$
 Premis 2 : $12 \times 5 = 60$
 Kesimpulan : Semua gandaan 5 berakhir dengan digit 0 atau 5.
- (e) Premis 1 : 1 ialah nombor perdana.
 Premis 2 : 2 ialah nombor perdana.
 Premis 3 : 3 ialah nombor perdana.
 Premis 4 : 5 ialah nombor perdana.
 Kesimpulan : Semua nombor perdana boleh dibahagi tepat dengan 1 dan dirinya sendiri sahaja.

Penyelesaian:

- (a) Hujah ini lemah dan tidak meyakinkan kerana premis adalah benar tetapi kesimpulan mungkin palsu.
- (b) Hujah ini kuat dan meyakinkan kerana semua premis dan kesimpulan benar.
- (c) Hujah ini lemah dan tidak meyakinkan kerana premis adalah benar tetapi kesimpulan adalah palsu.
- (d) Hujah ini kuat dan meyakinkan kerana kesemua premis dan kesimpulan adalah benar.
- (e) Hujah ini kuat tetapi tidak meyakinkan kerana premis 1 adalah palsu.

- (b) Premis 1 : Jika Kai Meng menjadi johan dalam pertandingan catur peringkat negeri, maka dia mendapat hadiah tunai RM200.

Premis 2 : Kai Meng menjadi johan dalam pertandingan catur peringkat negeri.

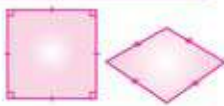
Kesimpulan :



- (c) Premis 1 : Jika sisi empat $PQRS$ ialah poligon sekata, maka sisi empat $PQRS$ ialah segi empat sama.

Premis 2 : Sisi empat $PQRS$ bukan segi empat sama.

Kesimpulan :



- (d) Premis 1 : Semua segi tiga sama kaki mempunyai satu paksi simetri.

Premis 2 : $\triangle ABC$ ialah segi tiga sama kaki.

Kesimpulan :



- (e) Premis 1 : Jika $3m = 2n$, maka $m : n = 2 : 3$.

Premis 2 : $3m = 2n$.

Kesimpulan :

- (f) Premis 1 : Jika $m + 3 \leq 2m - 9$, maka $m \geq 12$.

Premis 2 : $m < 12$.

Kesimpulan :

2. Tulis premis bagi setiap hujah deduktif berikut untuk membentuk hujah deduktif yang sah.

- (a) Premis 1 : Semua garis lurus yang mempunyai kecerunan sifar selari dengan paksi- x .

Premis 2 :

Kesimpulan : Garis lurus AB selari dengan paksi- x .

- (b) Premis 1 :

Premis 2 : 891 ialah gandaan 9.

Kesimpulan : 891 boleh dibahagi tepat dengan 3.

- (c) Premis 1 : Jika poligon P ialah nonagon, maka poligon P mempunyai sembilan bucu.

Premis 2 :

Kesimpulan : Poligon P mempunyai sembilan bucu.

- (d) Premis 1 :

Premis 2 : $x > 6$.

Kesimpulan : $x > 4$.

- (e) Premis 1 : Jika hari ini hujan, maka suhu bilik adalah kurang daripada 19°C .

Premis 2 :

Kesimpulan : Hari ini tidak hujan.

- (f) Premis 1 :

Premis 2 : $x \neq 8$.

Kesimpulan : $3x - 8 \neq 16$.

(b) Premis 1 : Jika $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai punca nyata, maka $b^2 - 4ac \geq 0$.

Premis 2 : $2x^2 + px - 2 = 0$ mempunyai punca nyata.

Kesimpulan : $p^2 - 4(2)(-2) \geq 0$.



MEMORI SAYA

Bagi $2x^2 + px - 2 = 0$
 $a = 2$, $b = p$ dan $c = -2$

(c) Premis 1 : Jika garis lurus $y = mx + c$ selari dengan paksi-x, maka $m = 0$.

Premis 2 : $m \neq 0$.

Kesimpulan : Garis lurus $y = mx + c$ tidak selari dengan paksi-x.

Contoh 20

Tulis premis bagi setiap hujah deduktif berikut untuk membentuk hujah deduktif yang sah dan munasabah.

(a) Premis 1 :

Premis 2 : 37 ialah nombor perdana.

Kesimpulan : 37 hanya mempunyai dua faktor.

(b) Premis 1 : Jika jualan tahunan Syarikat ANC melebihi tiga juta, maka pekerjaanya mendapat bonus tiga bulan gaji.

Premis 2 :

Kesimpulan : Jualan tahunan Syarikat ANC tidak melebihi tiga juta.

(c) Premis 1 : Jika $x = k$, maka k ialah punca bagi persamaan $3x^2 - 5 = 12$

Premis 2 :

Kesimpulan : $x \neq 9$.

Penyelesaian:

(a) Premis 1 : Semua nombor perdana hanya mempunyai dua faktor.

Premis 2 : 37 ialah nombor perdana.

Kesimpulan : 37 hanya mempunyai dua faktor.

(b) Premis 1 : Jika jualan tahunan Syarikat ANC melebihi tiga juta, maka pekerjaanya mendapat bonus tiga bulan gaji.

Premis 2 : Pekerja Syarikat ANC tidak mendapat bonus tiga bulan gaji.

Kesimpulan : Jualan tahunan Syarikat ANC tidak melebihi tiga juta.

(c) Premis 1 : Jika $x = k$, maka k punca bagi persamaan $3x^2 - 5 = 12$.

Premis 2 : 9 bukan punca bagi persamaan $3x^2 - 5 = 12$.

Kesimpulan : $x \neq 9$.



Praktis Kendiri 3.2c

1. Tulis kesimpulan bagi setiap hujah deduktif berikut untuk membentuk hujah deduktif yang sah dan munasabah.

(a) Premis 1 : Semua murid 4 Amanah menggunakan buku teks digital.

Premis 2 : Preevena seorang murid 4 Amanah.

Kesimpulan :

Q Bagaimanakah anda membentuk hujah deduktif yang sah bagi suatu situasi?



Standard Pembelajaran

Membentuk hujah deduktif yang sah bagi suatu situasi.

Contoh 18

Bentuk suatu hujah deduktif yang sah bagi setiap situasi yang berikut.

- (a) Semua mamalia menyusui anaknya. Kucing ialah mamalia. Kucing menyusui anaknya.
- (b) Jika x lebih besar daripada 0, maka x bernilai positif. 6 lebih besar daripada 0. 6 bernilai positif.
- (c) Jika x ialah nombor ganjil, maka $x + 1$ boleh dibahagi tepat dengan 2. $18 + 1$ tidak boleh dibahagi tepat dengan 2. 18 bukan nombor ganjil.

Penyelesaian:

- (a) Premis 1 : Semua mamalia menyusui anaknya.
Premis 2 : Kucing ialah mamalia.
Kesimpulan : Kucing menyusui anaknya.
- (b) Premis 1 : Jika x lebih besar daripada 0, maka x bernilai positif.
Premis 2 : 6 lebih besar daripada 0.
Kesimpulan : 6 bernilai positif.
- (c) Premis 1 : Jika x ialah nombor ganjil, maka $x + 1$ boleh dibahagi tepat dengan 2.
Premis 2 : $18 + 1$ tidak boleh dibahagi tepat dengan 2.
Kesimpulan : 18 bukan nombor ganjil.

Contoh 19

Tulis kesimpulan bagi setiap hujah deduktif berikut untuk membentuk hujah deduktif yang sah dan munasabah.

- (a) Premis 1 : Semua nombor bulat ialah nombor nyata.
Premis 2 : 38 ialah nombor bulat.
Kesimpulan : _____
- (b) Premis 1 : Jika $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai punca nyata, maka $b^2 - 4ac \geq 0$.
Premis 2 : $2x^2 + px - 2 = 0$ mempunyai punca nyata.
Kesimpulan : _____
- (c) Premis 1 : Jika garis lurus $y = mx + c$ selari dengan paksi- x , maka $m = 0$.
Premis 2 : $m \neq 0$.
Kesimpulan : _____

Penyelesaian:

- (a) Premis 1 : Semua nombor bulat ialah nombor nyata.
Premis 2 : 38 ialah nombor bulat.
Kesimpulan : 38 ialah nombor nyata.


Praktis Kendiri 3.2b

Adakah hujah di bawah sah dan munasabah? Sekiranya tidak, berikan justifikasi anda.

1. Premis 1: Semua gandaan 5 ialah gandaan 10.

Premis 2: 35 ialah gandaan 5.

Kesimpulan: 35 ialah gandaan 10.



2. Premis 1: Semua segi empat sama bersudut tepat.

Premis 2: $PQRS$ ialah segi empat sama.

Kesimpulan: $PQRS$ bersudut tepat.



3. Premis 1: Jika $\sqrt{x} < 3$, maka $x < 9$.

Premis 2: $\sqrt{4} < 3$.

Kesimpulan: $4 < 9$.

4. Premis 1: Jika $k - 5 < 9$, maka $k > 9$.

Premis 2: $10 - 5 < 9$.

Kesimpulan: $10 > 9$.

5. Premis 1: Jika x ialah faktor bagi 6, maka 6 boleh dibahagi tepat dengan x .

Premis 2: 6 boleh dibahagi tepat dengan 3.

Kesimpulan: 3 ialah faktor bagi 6.

6. Premis 1: Jika l_1 selari dengan l_2 , maka kecerunan $l_1 =$ kecerunan l_2 .

Premis 2: Kecerunan $l_1 \neq$ kecerunan l_2 .

Kesimpulan: l_1 tidak selari dengan l_2 .

7. Premis 1: Semua rombus mempunyai pepenjuru yang berserenjang.

Premis 2: $PQRS$ mempunyai pepenjuru yang berserenjang.

Kesimpulan: $PQRS$ ialah rombus.



8. Premis 1: Jika x nombor genap, maka $3x$ nombor genap.

Premis 2: $3x$ bukan nombor genap.

Kesimpulan: x bukan nombor genap.

9. Premis 1: Jika $k > 5$, maka $k^2 > 25$.

Premis 2: $k \leq 5$.

Kesimpulan: $k^2 \leq 25$.

10. Premis 1: Semua kubus ialah kuboid.

Premis 2: Objek P ialah kubus.

Kesimpulan: Objek P ialah kuboid.





Adakah semua
hujah yang sah
pasti munasabah?

Apabila anda membaca hujah pertama daripada muka surat 75, anda mungkin meragui bahawa "adakah semua pelakon pandai menari?". Jawapannya mungkin tidak. Daripada pengalaman, kita tahu bahawa premis 1 adalah tidak benar. Maka, selain daripada kesahan suatu hujah, kita juga perlu bincangkan sama ada hujah itu munasabah atau tidak.

Suatu hujah deduktif adalah munasabah jika hujah itu memenuhi dua syarat berikut:

- (i) hujah itu adalah sah, dan
- (ii) semua premis dan kesimpulannya adalah benar.

Contoh 17

Adakah hujah di bawah sah dan munasabah? Sekiranya tidak, berikan justifikasi anda.

- (a) Premis 1: Semua gandaan 16 ialah nombor genap.
Premis 2: 64 ialah gandaan 16.
Kesimpulan: 64 ialah nombor genap.
- (b) Premis 1: Semua bola keranjang berbentuk sfera.
Premis 2: Bumi berbentuk sfera.
Kesimpulan: Bumi ialah bola keranjang.
- (c) Premis 1: Jika $w < 9$, maka $w < 19$.
Premis 2: $4 < 9$.
Kesimpulan: $4 < 19$.
- (d) Premis 1: Jika $a \neq 0$, maka $ax^2 + bx + c$ ialah ungkapan kuadratik.
Premis 2: $a \neq 0$.
Kesimpulan: $ax^2 + bx + c$ ialah ungkapan kuadratik.
- (e) Premis 1: Jika k boleh dibahagi tepat dengan 8, maka k boleh dibahagi tepat dengan 4.
Premis 2: 12 tidak boleh dibahagi tepat dengan 8.
Kesimpulan: 12 tidak boleh dibahagi tepat dengan 4.
- (f) Premis 1: Jika k ialah nombor genap, maka $k + 1$ ialah nombor ganjil.
Premis 2: $8 + 1$ ialah nombor ganjil.
Kesimpulan: 8 ialah nombor genap.

Penyelesaian:

- (a) Sah dan munasabah.
- (b) Tidak sah kerana tidak mematuhi bentuk hujah deduktif yang sah. Oleh itu, hujah itu juga tidak munasabah.
- (c) Sah dan munasabah.
- (d) Sah tetapi tidak munasabah kerana premis 1 dan kesimpulan tidak benar.
- (e) Tidak sah kerana tidak mematuhi bentuk hujah deduktif yang sah. Oleh itu, hujah itu juga tidak munasabah.
- (f) Tidak sah kerana tidak mematuhi bentuk hujah deduktif yang sah. Oleh itu, hujah itu juga tidak munasabah.

Daripada contoh 21, didapati bahawa bilangan premis tidak menjamin hujah yang kuat kerana kekuatan suatu hujah bergantung pada nilai kebenaran kesimpulan. Hujah yang lemah adalah tidak meyakinkan, manakala hujah yang kuat hanya akan meyakinkan sekiranya semua premisnya benar.



Praktis Kendiri 3.2d

Tentukan sama ada hujah yang diberikan kuat atau lemah serta meyakinkan atau tidak meyakinkan. Berikan justifikasi anda.

- Premis 1 : Meja diperbuat daripada kayu.
 Premis 2 : Kerusi diperbuat daripada kayu.
 Premis 3 : Almari diperbuat daripada kayu.
 Kesimpulan: Semua perabot diperbuat daripada kayu.
- Premis 1 : $(k^5)^2 = k^{10}$
 Premis 2 : $(k^8)^2 = k^{16}$
 Kesimpulan: $(k^m)^n = k^{mn}$
- Premis 1 : 2^3 boleh dibahagi tepat dengan 4.
 Premis 2 : 2^5 boleh dibahagi tepat dengan 4.
 Kesimpulan: 2^n boleh dibahagi tepat dengan 4.
- Premis 1 : $2 \times 5 = 10$
 Premis 2 : $4 \times 5 = 20$
 Premis 3 : $6 \times 5 = 30$
 Kesimpulan: Hasil darab gandaan 2 dan 5 berakhir dengan digit 0.
- Premis 1 : 24 ialah gandaan 6.
 Premis 2 : 36 ialah gandaan 6.
 Premis 3 : 40 ialah gandaan 6.
 Kesimpulan: Semua gandaan 6 ialah nombor genap.
- Premis 1 : Tikus mempunyai 4 kaki.
 Premis 2 : Kucing mempunyai 4 kaki.
 Premis 3 : Kuda mempunyai 4 kaki.
 Kesimpulan: Semua haiwan mempunyai 4 kaki.

Q Bagaimanakah anda menentukan dan menjustifikasikan kesahan suatu hujah deduktif dan seterusnya menentukan sama ada hujah yang sah itu munasabah?

Hujah deduktif yang sah boleh dikategorikan kepada tiga bentuk berikut.

	Bentuk I	Bentuk II	Bentuk III
Premis 1	Semua A ialah B	Jika p , maka q	Jika p , maka q
Premis 2	C ialah A	p adalah benar	Bukan q adalah benar
Kesimpulan	C ialah B	q adalah benar	Bukan p adalah benar



Standard Pembelajaran

Menentukan dan menjustifikasikan kesahan suatu hujah deduktif dan seterusnya menentukan sama ada hujah yang sah itu munasabah.

Suatu hujah deduktif dikatakan munasabah jika semua premis dan kesimpulannya adalah benar.

Premis 1: Semua pelakon pandai menari.

Premis 2: Jasmine ialah pelakon.

Kesimpulan: Jasmine pandai menari.

Hujah di atas merupakan satu hujah yang sah. Walaupun kita tahu bahawa Premis 1 adalah palsu (bukan semua pelakon pandai menari) tetapi hujah ini masih sah kerana hujah ini memenuhi Bentuk I seperti dalam jadual di atas. Tetapi hujah di atas adalah tidak munasabah kerana Premis 1 adalah palsu.

Rangsangan Minda 6

Tujuan: Menentukan dan menjustifikasikan kesahan suatu hujah.

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
2. Perhatikan hujah di bawah.

Premis 1: Semua pelakon pandai menari.

Premis 2: Jasmine pandai menari.

Kesimpulan: Jasmine ialah pelakon.

Perbincangan:

1. Mengapakah hujah di atas tidak sah?
2. Adakah semua premis dalam suatu hujah benar menjamin kesahan suatu hujah?

Hasil daripada Rangsangan Minda 6, didapati bahawa;

Hujah di atas tidak sah kerana tidak mematuhi ketiga-tiga bentuk deduktif yang sah. Maka, premis yang benar tidak menjamin kesahan suatu hujah.

Secara generalisasi,

Kesahan suatu hujah ditentukan berdasarkan bentuk hujah tersebut, bukan berdasarkan kebenaran premis atau kesimpulan.

Penyelesaian:

(a) Premis 1:	Semua sudut tirus kurang daripada 90° . (Umum)
Kesimpulan:	Maka, sudut PQR kurang daripada 90° . (Khusus)

Hujah deduktif

(b) Premis 1:	Semua wakil pertandingan sudoku ialah ahli Persatuan Matematik. (Umum)
Kesimpulan:	Maka, Jamal ialah ahli Persatuan Matematik. (Khusus)

Hujah deduktif

(c) Premis 1:	Hasil tambah sudut peluaran segi tiga ialah 360° . (Khusus)
Kesimpulan:	Maka, hasil tambah sudut peluaran setiap poligon ialah 360° . (Umum)

Hujah induktif

(d) Premis 1:	Hasil tambah digit 18 boleh dibahagi tepat dengan 9. (Khusus)
Kesimpulan:	Maka, hasil tambah digit gandaan 9 boleh dibahagi tepat dengan 9. (Umum)

Hujah induktif



Praktis Kendiri 3.2a

Tentukan sama ada hujah berikut ialah hujah deduktif atau hujah induktif.

- Semua faktor bagi 6 ialah faktor bagi 12. 1, 2, 3 dan 6 ialah faktor bagi 6. Maka, 1, 2, 3 dan 6 ialah faktor bagi 12.
- $5^2 \times 5^3 = 5^5$, $5^3 \times 5^4 = 5^7$, $5^4 \times 5^5 = 5^9$. Maka, $5^m \times 5^n = 5^{m+n}$.
- $2(1) = 2$, $2(2) = 4$, $2(3) = 6$, Maka pola nombor 2, 4, 6, ... boleh ditulis sebagai $2n$; $n = 1, 2, 3, \dots$.
- Semua poligon sekata mempunyai sisi yang sama panjang. $ABCDEFGH$ ialah poligon sekata. Maka, $ABCDEFGH$ mempunyai sisi yang sama panjang.
- Semua gandaan 10 berakhir dengan digit 0. Nombor 50 ialah gandaan 10. Maka, nombor 50 berakhir dengan digit 0.
- $(1)^2 + 2 = 3$, $(2)^2 + 2 = 6$, $(3)^2 + 2 = 11$, Maka, pola nombor 3, 6, 11, ... boleh ditulis sebagai $n^2 + 2$; $n = 1, 2, 3, \dots$.
- $(1 + 1)^2 = 4$, $(1 + 2)^2 = 9$, $(1 + 3)^2 = 16$, Maka, pola nombor 4, 9, 16, ... boleh ditulis sebagai $(1 + n)^2$; $n = 1, 2, 3, \dots$.
- Semua gandaan 9 ialah gandaan 3. Nombor 72 ialah gandaan 9. Maka, nombor 72 ialah gandaan 3.
- Semua nombor nisbah boleh ditulis dalam bentuk pecahan. 1.5 ialah nombor nisbah. Maka 1.5 boleh ditulis dalam bentuk pecahan.
- Sudut penggenap bagi 60° ialah 120° . Sudut penggenap bagi 45° ialah 135° . Maka sudut penggenap bagi θ ialah $180^\circ - \theta$.

Lembaran Aktiviti B

	Premis 1	Kesimpulan	Jenis hujah
(a)	Luas sebuah bulatan ialah πr^2 . Umum / Khusus	Kesimpulannya, luas bulatan A ialah 154 cm^2 . Umum / Khusus	Hujah Deduktif
(b)	 Umum / Khusus	 Umum / Khusus	Hujah Deduktif
(c)	 Umum / Khusus	 Umum / Khusus	Hujah Induktif
(d)	 Umum / Khusus	 Umum / Khusus	Hujah Induktif
(e)	 Umum / Khusus	 Umum / Khusus	Hujah Deduktif
(f)	 Umum / Khusus	 Umum / Khusus	Hujah Induktif

Perbincangan:

Berdasarkan jenis hujah yang telah diberikan, berikan justifikasi bagi hujah deduktif dan hujah induktif.

Hasil daripada Rangsangan Minda 5, didapati bahawa;

- Hujah deduktif ialah proses kesimpulan khusus dibina berdasarkan premis umum.
- Hujah induktif ialah proses kesimpulan umum dibina berdasarkan premis khusus.

Contoh 16

Tentukan sama ada hujah berikut ialah hujah deduktif atau hujah induktif.

- Semua sudut tirus kurang daripada 90° . Sudut PQR ialah sudut tirus. Maka, sudut PQR kurang daripada 90° .
- Semua wakil pertandingan sudoku ialah ahli Persatuan Matematik. Jamal ialah wakil pertandingan sudoku. Maka, Jamal ialah ahli Persatuan Matematik.
- Hasil tambah sudut peluaran segi tiga ialah 360° . Hasil tambah sudut peluaran segi empat ialah 360° . Hasil tambah sudut peluaran pentagon ialah 360° . Maka, hasil tambah sudut peluaran setiap poligon ialah 360° .
- Hasil tambah digit 18 boleh dibahagi tepat dengan 9. Hasil tambah digit 27 boleh dibahagi tepat dengan 9. Hasil tambah digit 36 boleh dibahagi tepat dengan 9. Maka, hasil tambah digit gandaan 9 boleh dibahagi tepat dengan 9.

Hasil daripada Rangsangan Minda 4, didapati bahawa;

Pernyataan khusus ialah pernyataan yang khas merujuk suatu kes tertentu, manakala pernyataan umum ialah pernyataan yang menerangkan sesuatu konsep secara menyeluruh.

Terdapat dua jenis hujah, iaitu hujah deduktif dan hujah induktif. Cuba menjustifikasikan hujah induktif dan hujah deduktif melalui Rangsangan Minda 5 yang seterusnya.



Rangsangan Minda 5

Tujuan: Menjustifikasikan hujah deduktif dan hujah induktif.

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
2. Perhatikan hujah dalam Lembaran Aktiviti A.
3. Lengkapkan Lembaran Aktiviti B dengan menulis premis 1 dan kesimpulan bagi setiap hujah daripada Lembaran Aktiviti A. Seterusnya, tentukan jenis pernyataan bagi premis dan kesimpulan tersebut dan bulatkan perkataan khusus atau umum di bawah.

Lembaran Aktiviti A

Hujah	
(a) Luas sebuah bulatan ialah πr^2 . Bulatan A mempunyai jejari 7 cm. Kesimpulannya, luas bulatan A ialah 154 cm^2 .	(b) Semua gandaan 6 ialah gandaan 2 dan gandaan 3. 72 ialah gandaan 6. Maka, 72 ialah gandaan 2 dan gandaan 3.
(c) $1^0 = 1$ $2^0 = 1$ $3^0 = 1$ $4^0 = 1$ $\vdots$ Kesimpulannya $n^0 = 1$, dengan keadaan $n = 1, 2, 3, 4, \dots$	(d) $2(1)^3 - 4 = -2$ $2(2)^3 - 4 = 12$ $2(3)^3 - 4 = 50$ $2(4)^3 - 4 = 124$ $\vdots$ Maka, pola nombor $-2, 12, 50, 124, \dots$ boleh dirumus sebagai $2n^3 - 4$, dengan keadaan $n = 1, 2, 3, 4, \dots$
(e) Semua murid 4 Celik mendapat A dalam ujian Matematik. Camelia murid 4 Celik. Kesimpulannya, Camelia mendapat A dalam ujian Matematik.	(f) Harimau ialah karnivor. Singa ialah karnivor. Buaya ialah karnivor. Penguin ialah karnivor. Maka, semua haiwan ialah karnivor.

3.2 Hujah

Apakah maksud hujah? Apakah bezanya hujah deduktif dan hujah induktif?



Standard Pembelajaran

Menerangkan maksud hujah, dan membezakan hujah deduktif dan hujah induktif.

Jika Suhaimi menyiapkan semua kerja rumah matematik, maka Puan Sharipah akan puji kamu.



Muthu, Puan Sharipah tidak akan puji saya.

Daripada perbualan di atas, apakah kesimpulan yang boleh anda buat? Adakah Suhaimi telah menyiapkan kerja rumah matematiknya?

Proses membuat kesimpulan berdasarkan pernyataan dikenali sebagai penghujahan. Hujah boleh terdiri daripada beberapa premis dan satu kesimpulan. Premis merupakan satu pernyataan yang memberikan informasi sebelum satu kesimpulan dibuat dan kesimpulan merupakan suatu kesudahan pendapat atau keputusan. Suatu hujah ringkas biasanya terdiri daripada sekurang-kurangnya dua premis dan satu kesimpulan.

Rangsangan Minda 4

Tujuan: Membezakan pernyataan khusus dan pernyataan umum.

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
2. Bezakan pernyataan-pernyataan di bawah sama ada pernyataan khusus atau pernyataan umum. Bulatkan jawapan anda.

Pernyataan		Jenis pernyataan	
(a)	Luas segi tiga ABC ialah 8 cm^2 .	Khusus	Umum
(b)	Semua prisma mempunyai keratan rentas seragam.	Khusus	Umum
(c)	Semua gandaan 2 berakhir dengan digit genap.	Khusus	Umum
(d)	15 boleh dibahagi tepat dengan 3.	Khusus	Umum
(e)	$9^3 = 729$	Khusus	Umum
(f)	Isi padu kubus $= x^3$, dengan x ialah sisi kubus.	Khusus	Umum
(g)	Tinggi bagi silinder P ialah 80 cm.	Khusus	Umum
(h)	Semua nombor asas 5 terdiri daripada digit yang kurang daripada 5.	Khusus	Umum
(i)	$(x-2)(x+3) = 0$ mempunyai dua punca.	Khusus	Umum
(j)	Isi padu sfera ialah $\frac{4}{3}\pi r^3$, dengan keadaan r ialah jejari sfera.	Khusus	Umum

Perbincangan:

Berikan justifikasi anda.

Contoh 15

Tulis pernyataan matematik yang dikehendaki dalam kurungan bagi setiap yang berikut. Kemudian, tentukan nilai kebenaran bagi pernyataan yang ditulis. Sekiranya palsu, berikan satu contoh penyangkal untuk menyokong jawapan anda.

- (a) $6 \in \{3, 6, 9\}$. (Penafian)
- (b) Semua gandaan 10 ialah gandaan 2. (Penafian)
- (c) Jika $x > 5$, maka $x > 3$. (Akas)
- (d) Jika x punca kepada $x^3 - 1 = 0$, maka $x = 1$. (Songsangan)
- (e) Jika $k^2 > 0$, maka $k > 0$. (Kontrapositif)

Penyelesaian:

- (a) Penafian: $6 \notin \{3, 6, 9\}$. Palsu kerana 6 ialah unsur bagi $\{3, 6, 9\}$.
- (b) Penafian: Bukan semua gandaan 10 ialah gandaan 2. Palsu kerana semua gandaan 10 boleh dibahagi tepat dengan 2.
- (c) Akas: Jika $x > 3$, maka $x > 5$. Palsu kerana $4 > 3$ tetapi $4 < 5$.
- (d) Songsangan: Jika x bukan punca kepada $x^3 - 1 = 0$, maka $x \neq 1$. Benar.
- (e) Kontrapositif: Jika $k \leq 0$, maka $k^2 \leq 0$. Palsu kerana $-2 < 0$ tetapi $(-2)^2 = 4 > 0$.

**Praktis Kendiri 3.1f**

1. Tentukan nilai kebenaran bagi pernyataan matematik di bawah. Sekiranya palsu, berikan satu contoh penyangkal untuk menyokong jawapan anda.
 - (a) Semua segi empat tepat ialah segi empat sama.
 - (b) Sebilangan nombor kuasa dua sempurna boleh dibahagi tepat dengan 5.
 - (c) 5 atau 9 mempunyai dua faktor.
 - (d) 36 ialah gandaan 4 dan gandaan 14.
2. Tulis pernyataan matematik yang dikehendaki dalam kurungan bagi setiap yang berikut. Kemudian, tentukan nilai kebenaran bagi pernyataan yang ditulis. Sekiranya palsu, berikan satu contoh penyangkal untuk menyokong jawapan anda.
 - (a) $100_8 - 77_8 = 1_8$ (Penafian)
 - (b) Kuboid mempunyai empat keratan rentas seragam. (Penafian)
 - (c) Jika $y = 2x$ selari dengan $y = 2x - 1$, maka $y = 2x$ dan $y = 2x - 1$ mempunyai kecerunan yang sama. (Akas)
 - (d) Jika segi tiga ABC bersudut tepat di C , maka $c^2 = a^2 + b^2$. (Songsangan)
 - (e) Jika $w < 7$, maka $w < 5$. (Kontrapositif)



Praktis Kendiri 3.1e

- Tulis akas, songsangan dan kontrapositif bagi setiap implikasi yang berikut.
 - Jika $x + 3 > 2$, maka $x > -1$.
 - Jika $(k - 3) = 0$ maka $k = 3$
 - Jika $ABCD$ ialah sebuah segi empat selari, maka AB selari dengan CD .
- Tentukan nilai kebenaran implikasi, akas, songsangan dan kontrapositif bagi setiap pernyataan berikut.
 - Jika 2 ialah faktor bagi 10, maka 10 boleh dibahagi tepat dengan 2.
 - Jika 4 ialah punca bagi $x^2 - 16 = 0$, maka 4 bukan punca bagi $(x + 4)(x - 4) = 0$.
 - Jika segi empat tepat mempunyai empat paksi simetri, maka segi empat tepat mempunyai empat sisi.
 - Jika $55 + 55 = 4 \times 5$, maka $666 + 666 = 6 \times 6$.



Bagaimanakah anda menentukan contoh penyangkal untuk menafikan kebenaran pernyataan tertentu?



Standard Pembelajaran

Menentukan contoh penyangkal untuk menafikan kebenaran pernyataan tertentu.

Bagi setiap pernyataan palsu, sekurang-kurangnya satu contoh panyangkal boleh diberi untuk menafikan kebenaran pernyataan tersebut. Sebagai contoh, pernyataan "Semua poligon mempunyai dua atau lebih pepenjuru." adalah palsu kerana segi tiga tidak mempunyai pepenjuru. Segi tiga di sini merupakan contoh penyangkal untuk menyokong nilai palsu tersebut.

Contoh 14

Tentukan nilai kebenaran pernyataan matematik di bawah. Sekiranya palsu, berikan satu contoh penyangkal untuk menyokong jawapan anda.

- Semua poligon mempunyai hasil tambah sudut pedalaman 180° .
- Sebilangan nombor perdana ialah nombor genap.
- 4 dan 8 ialah faktor bagi 20.
- 6 atau 36 ialah gandaan 9.

Penyelesaian:

- Palsu kerana pentagon mempunyai hasil tambah sudut pedalaman 540° .
- Benar.
- Palsu kerana 8 bukan faktor bagi 20.
- Benar.

Perbincangan:

1. Bandingkan nilai kebenaran kontrapositif dengan nilai kebenaran implikasi “jika p , maka q ”.
2. Apakah hubungan antara akas dengan songsangan bagi implikasi “jika p , maka q ”?
3. Apakah perbezaan nilai kebenaran antara akas dan songsangan bagi implikasi “jika p , maka q ”?

Hasil daripada Rangsangan Minda 3, didapati bahawa;

1. Nilai kebenaran kontrapositif sama dengan nilai kebenaran implikasi “jika p , maka q ”.
2. Akas dan songsangan adalah kontrapositif kepada satu sama lain.
3. Akas dan songsangan juga mempunyai nilai kebenaran yang sama.

Maka, anda boleh menyenaraikan nilai kebenaran bagi implikasi “jika p , maka q ”, akas, songsangan dan kontrapositif yang sepadannya dengan jadual berikut:

p	q	Pernyataan	Akas	Songsangan	Kontrapositif
		Jika p , maka q .	Jika q , maka p .	Jika $\sim p$, maka $\sim q$.	Jika $\sim q$, maka $\sim p$.
Benar	Benar	Benar	Benar	Benar	Benar
Benar	Palsu	Palsu	Benar	Benar	Palsu
Palsu	Benar	Benar	Palsu	Palsu	Benar
Palsu	Palsu	Benar	Benar	Benar	Benar

Secara kesimpulannya,

Nilai kebenaran implikasi “jika p , maka q ” adalah sentiasa benar kecuali apabila p benar dan q palsu berlaku pada masa yang serentak. Jika sesuatu antejadian palsu, maka implikasi “jika p , maka q ” sentiasa benar tanpa bergantung pada nilai kebenaran akibatnya.

Contoh 13

Tentukan nilai kebenaran implikasi, akas, songsangan dan kontrapositif bagi implikasi

“Jika $2 \times 3 = 6$, maka $8 - 2 \times 3 = 18$.”

Penyelesaian:

		Antejadian	Akibat	Nilai kebenaran
Pernyataan:	Jika $2 \times 3 = 6$, maka $8 - 2 \times 3 = 18$.	Benar	Palsu	Palsu
Akas:	Jika $8 - 2 \times 3 = 18$, maka $2 \times 3 = 6$.	Palsu	Benar	Benar
Songsangan:	Jika $2 \times 3 \neq 6$, maka $8 - 2 \times 3 \neq 18$.	Palsu	Benar	Benar
Kontrapositif	Jika $8 - 2 \times 3 \neq 18$, maka $2 \times 3 \neq 6$.	Benar	Palsu	Palsu

Rangsangan Minda 3

Tujuan: Membandingkan nilai kebenaran akas, songsangan dan kontrapositif bagi suatu implikasi berikut.

Langkah:

1. Tentukan nilai kebenaran bagi pernyataan p dan q bagi setiap implikasi yang terdapat dalam Lembaran Aktiviti.
2. Tulis akas, songsangan dan kontrapositif bagi implikasi “jika p , maka q ”. Kemudian, tentukan nilai kebenaran bagi pernyataan-pernyataan itu.

Lembaran Aktiviti

	Pernyataan		Nilai kebenaran
(a)	p :	12 ialah nombor genap.	Benar
	q :	12 boleh dibahagi tepat dengan 2.	Benar
	Pernyataan:	Jika 12 ialah nombor genap, maka 12 boleh dibahagi tepat dengan 2.	Benar
	Akas:		
	Songsangan:		
	Kontrapositif:		
(b)	p :	50 ialah gandaan 10.	
	q :	50 ialah gandaan 20.	
	Pernyataan:		
	Akas:	Jika 50 ialah gandaan 20, maka 50 ialah gandaan 10.	Benar
	Songsangan:		
	Kontrapositif:		
(c)	p :	Pentagon $PQRST$ mempunyai hasil tambah sudut pedalaman 360° .	
	q :	Pentagon $PQRST$ ialah sisi empat.	
	Pernyataan:		
	Akas:		
	Songsangan:	Jika pentagon $PQRST$ tidak mempunyai hasil tambah sudut pedalaman 360° , maka pentagon $PQRST$ bukan sisi empat.	Benar
	Kontrapositif:		
(d)	p :	$x^2 < 0$.	
	q :	$x^2 + 3 > 0$.	
	Pernyataan:		
	Akas:		
	Songsangan:		
	Kontrapositif:	Jika $x^2 + 3 \leq 0$, maka $x^2 \geq 0$.	Benar

Bagaimanakah anda membina dan membandingkan nilai kebenaran akas, songsangan dan kontrapositif bagi suatu implikasi?



Standard Pembelajaran

Membina dan membandingkan nilai kebenaran akas, songsangan dan kontrapositif bagi suatu implikasi.

Sebelum membandingkan nilai kebenaran akas, songsangan dan kontrapositif suatu implikasi, perhatikan perbezaan antara empat jenis pernyataan tadi dengan contoh berikut.

Pernyataan : Jika Ali seorang pengawas, maka Ali seorang yang berdisiplin.
 Akas : Jika Ali seorang yang berdisiplin, maka Ali seorang pengawas.
 Songsangan : Jika Ali bukan seorang pengawas, maka Ali seorang yang tidak berdisiplin.
 Kontrapositif : Jika Ali seorang yang tidak berdisiplin, maka Ali bukan seorang pengawas.

Secara generalisasi,

Pernyataan : Jika p , maka q .
 Akas : Jika q , maka p .
 Songsangan : Jika $\sim p$, maka $\sim q$.
 Kontrapositif : Jika $\sim q$, maka $\sim p$.

Contoh 12

Tulis akas, songsangan dan kontrapositif bagi implikasi yang diberikan berikut.

- (a) Jika x ialah nombor positif, maka x lebih besar daripada 0.
 (b) Jika $p^2 - q^2 > 0$, maka $(p + q)(p - q) > 0$.
 (c) Jika $x = 5$, maka $x + 1 = 6$.

Penyelesaian:

- (a) Pernyataan : Jika x ialah nombor positif, maka x lebih besar daripada 0.
 Akas : Jika x lebih besar daripada 0, maka x ialah nombor positif.
 Songsangan : Jika x bukan nombor positif, maka x tidak lebih besar daripada 0.
 Kontrapositif : Jika x tidak lebih besar daripada 0, maka x bukan nombor positif.
 (b) Pernyataan : Jika $p^2 - q^2 > 0$, maka $(p + q)(p - q) > 0$.
 Akas : Jika $(p + q)(p - q) > 0$, maka $p^2 - q^2 > 0$.
 Songsangan : Jika $p^2 - q^2 \leq 0$, maka $(p + q)(p - q) \leq 0$.
 Kontrapositif : Jika $(p + q)(p - q) \leq 0$, maka $p^2 - q^2 \leq 0$.
 (c) Pernyataan : Jika $x = 5$, maka $x + 1 = 6$.
 Akas : Jika $x + 1 = 6$, maka $x = 5$.
 Songsangan : Jika $x \neq 5$, maka $x + 1 \neq 6$.
 Kontrapositif : Jika $x + 1 \neq 6$, maka $x \neq 5$.



TIP
 $\sim p$ merupakan pelengkap bagi p . Maka, pelengkap bagi $p^2 - q^2 > 0$ ialah $p^2 - q^2 \leq 0$.

Selepas mengenal pasti akas, songsangan dan kontrapositif suatu implikasi, anda akan menilai kebenaran pernyataan yang disebut tadi.


Praktis Kendiri 3.1d

- Bentuk implikasi “jika p , maka q ” dengan antejadian dan akibat berikut.
 - Antejadian : $x = 3$
Akibat : $x^4 = 81$
 - Antejadian : $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ialah persamaan kubik.
Akibat : $a \neq 0$
 - Antejadian : $n - 5 > 2n$
Akibat : $n < -5$
 - Antejadian : $\frac{m}{n} > 1$
Akibat : $m^2 > n^2$
- Tentukan antejadian dan akibat daripada implikasi “jika p , maka q ” berikut.
 - Jika x ialah nombor genap, maka x^2 ialah nombor genap.
 - Jika set $K = \emptyset$, maka $n(K) = 0$.
 - Jika x ialah nombor bulat, maka $2x$ ialah nombor genap.
 - Jika garis lurus AB ialah tangen kepada bulatan P , maka garis lurus AB hanya menyentuh bulatan P pada satu titik sahaja.
- Bentuk implikasi “ p jika dan hanya jika q ” bagi implikasi yang berikut.
 - Jika k ialah nombor kuasa dua sempurna, maka $\sqrt{k}$ ialah nombor bulat.
Jika $\sqrt{k}$ ialah nombor bulat, maka k ialah nombor kuasa dua sempurna.
 - Jika $P \cap Q = P$, maka $P \subset Q$.
Jika $P \subset Q$, maka $P \cap Q = P$.
 - Jika $pq = 1$, maka $p = q^{-1}$ dan $q = p^{-1}$.
Jika $p = q^{-1}$ dan $q = p^{-1}$, maka $pq = 1$.
 - Jika $k^2 = 4$, maka $(k + 2)(k - 2) = 0$.
Jika $(k + 2)(k - 2) = 0$, maka $k^2 = 4$.
- Tulis dua implikasi berdasarkan implikasi “ p jika dan hanya jika q ” yang berikut.
 - PQR ialah poligon sekata jika dan hanya jika $PQ = QR = PR$.
 - $\frac{m}{n}$ ialah pecahan tidak wajar jika dan hanya jika $m > n$.
 - 9 ialah pintasan- y bagi garis lurus $y = mx + c$ jika dan hanya jika $c = 9$.
 - $f(x) = ax^2 + bx + c$ mempunyai titik maksimum jika dan hanya jika $a < 0$.

Q Bagaimanakah anda membentuk hujah induktif yang kuat bagi suatu situasi?

Hujah induktif yang kuat dan meyakinkan bergantung pada premis dan kesimpulan yang benar. Premis yang diberikan merupakan bukti atau sokongan kepada kesimpulan yang akan dibuat. Penaakulan induktif boleh dijalankan mengikut langkah-langkah berikut.



Contoh 22

Bentuk satu kesimpulan induktif yang kuat bagi setiap pola nombor yang berikut.

(a) Pola $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

$$\begin{aligned}\frac{1}{1} &= 1^{-1} \\ \frac{1}{2} &= 2^{-1} \\ \frac{1}{3} &= 3^{-1} \\ \frac{1}{4} &= 4^{-1} \\ &\vdots\end{aligned}$$

(b) Pola 0.5, 0.25, 0.125, 0.0625, ...

$$\begin{aligned}0.5 &= (0.5)^1 \\ 0.25 &= (0.5)^2 \\ 0.125 &= (0.5)^3 \\ 0.0625 &= (0.5)^4 \\ &\vdots\end{aligned}$$

(c) Pola 1, 3, 5, 7, ...

$$\begin{aligned}1 &= 2(0) + 1 \\ 3 &= 2(1) + 1 \\ 5 &= 2(2) + 1 \\ 7 &= 2(3) + 1 \\ &\vdots\end{aligned}$$

(d) Pola 0, 9, 24, 45, ...

$$\begin{aligned}0 &= 3(1)^2 - 3 \\ 9 &= 3(2)^2 - 3 \\ 24 &= 3(3)^2 - 3 \\ 45 &= 3(4)^2 - 3 \\ &\vdots\end{aligned}$$

Penyelesaian:

(a) $n^{-1}; n = 1, 2, 3, 4, \dots$

(b) $(0.5)^n; n = 1, 2, 3, 4, \dots$

(c) $2n + 1; n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(d) $3n^2 - 3; n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Praktis Kendiri 3.2e

Bentuk satu kesimpulan induktif yang kuat bagi setiap pola nombor yang berikut.

1. Pola $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \dots$

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} &= (3 \times 1)^{-1} \\ \frac{1}{6} &= (3 \times 2)^{-1} \\ \frac{1}{9} &= (3 \times 3)^{-1} \\ \frac{1}{12} &= (3 \times 4)^{-1} \\ &\vdots\end{aligned}$$

2. Pola 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, ...

$$\begin{aligned}0.2 &= \frac{1}{5} \\ 0.4 &= \frac{2}{5} \\ 0.6 &= \frac{3}{5} \\ 0.8 &= \frac{4}{5} \\ &\vdots\end{aligned}$$

3. Pola 0, 3, 18, 57, ...

$$\begin{aligned}0 &= 2(0) \\ 3 &= 2(1) + 1 \\ 18 &= 2(8) + 2 \\ 57 &= 2(27) + 3 \\ &\vdots\end{aligned}$$

4. Pola 19, 16, 4, -44, ...

$$\begin{aligned}19 &= 20 - 4^0 \\ 16 &= 20 - 4^1 \\ 4 &= 20 - 4^2 \\ -44 &= 20 - 4^3 \\ &\vdots\end{aligned}$$

Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan penaakulan logik?

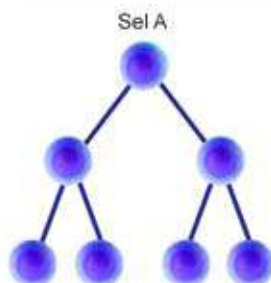


Standard Pembelajaran

Menyelesaikan masalah yang melibatkan penaakulan logik.

Contoh 23

Rajah di sebelah menunjukkan pertumbuhan sejenis sel bermula dengan sel A. Pada hari pertama, dua sel baharu dihasilkan. Setiap sel akan menghasilkan dua sel yang lain pada hari seterusnya. Diberi bilangan pertumbuhan sel ialah $P(t) = 2^t$, dengan keadaan t ialah bilangan hari.



- Berapakah bilangan sel baharu akan terhasil pada hari ke-8?
- Pada hari keberapakah bilangan sel baharu ialah 2 048?

Penyelesaian:

(a)

Memahami masalah

- Membina kesimpulan secara deduktif.
- Menghitung bilangan sel baharu pada hari ke-8.
- $t = 8$.
- Hitung $P(8)$

Merancang strategi

Gantikan t dengan 8 ke dalam $P(t) = 2^t$.

Kesimpulan

$P(8) = 256$
256 sel baharu akan terhasil pada hari ke-8.

Melaksanakan strategi

$$P(8) = 2^8 \\ = 256$$

Semak Jawapan

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256

(b)

Memahami masalah

- Hitung hari keberapakah bilangan baharu ialah 2 048.
- Hitung t , dengan $P(t) = 2\ 048$

Merancang strategi

Selesaikan $2^t = 2\ 048$.

Kesimpulan

$t = 11$
Pada hari ke-11 bilangan sel baharu ialah 2 048.

Melaksanakan strategi

$$2^t = 2\ 048 \\ 2^t = 2^{11}$$

Contoh 24

Jadual di bawah menunjukkan jumlah kereta mainan yang telah dihasilkan oleh Kilang TOY pada suatu pagi.

Masa	Jumlah kereta mainan
8:00 pagi	270
9:00 pagi	520
10:00 pagi	770
11:00 pagi	1 020



- (a) Bina satu rumus yang umum bagi bilangan kereta mainan yang telah dihasilkan oleh Kilang TOY berdasarkan jadual di atas.
- (b) Kilang TOY beroperasi dari pukul 7 pagi hingga pukul 10 malam 5 hari dalam seminggu.
- Berapakah kereta mainan dapat dihasilkan oleh Kilang TOY pada satu hari?
 - Kilang TOY menerima satu pesanan sebanyak 25 000 kereta mainan. Pesanan ini perlu disiapkan dalam masa seminggu. Adakah Kilang TOY dapat menyerahkan kereta mainan yang dipesan ini pada masa yang ditetapkan? Sekiranya tidak, cadangkan satu cara penyelesaian supaya Kilang TOY dapat menyiapkan pesanan ini.

Penyelesaian:

(a)

Memahami masalah

- Membina kesimpulan secara induktif.
- Membina rumus umum bagi bilangan kereta mainan.

Merancang strategi

Memperhatikan pola nombor yang dibentuk oleh kereta mainan yang dihasilkan.

Kesimpulan

Rumus yang umum bagi bilangan kereta mainan yang telah dihasilkan oleh Kilang TOY ialah $250n + 20$;
 $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}
 270 &= 250 + 20 \\
 520 &= 2(250) + 20 \\
 770 &= 3(250) + 20 \\
 1\,020 &= 4(250) + 20 \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

Maka, bilangan kereta mainan yang dihasilkan boleh dirumuskan dengan
 $250n + 20$; $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

(b) (i)

Memahami masalah

- Waktu beroperasi Kilang TOY ialah 15 jam sehari
- $n = 15$

Merancang strategi

Dengan rumus umum yang dibina di soalan (a), gantikan n dengan 15.

Kesimpulan

Kilang TOY menghasilkan 3 770 kereta mainan dalam satu hari.

Melaksanakan strategi

$$250(15) + 20 = 3\,770$$

(b) (ii)

Memahami masalah

- Kilang TOY perlu menghasilkan sekurang-kurangnya 25 000 kereta mainan dalam masa 5 hari
- Kilang TOY menghasilkan 3 770 kereta mainan dalam masa sehari

Merancang strategi

- Darabkan 3 770 dengan 5.
- Bandingkan hasil darab dengan 25 000 dan membuat kesimpulan.

Kesimpulan

Kilang TOY tidak dapat menyerahkan kereta mainan yang dipesan.
Cadangan: Kilang TOY memanjangkan waktu operasi kepada 20 jam sehari supaya dapat menghasilkan $250(20) + 20 = 5\,020$ kereta mainan.

Melaksanakan strategi

$$3\,770 \times 5 = 18\,850 (< 25\,000)$$

Semak Jawapan ✓

$$5\,020 \times 5 = 25\,100 (> 25\,000)$$


Praktis Kendiri 3.2f

1. Kadar bayaran letak kereta dalam Hotel Cahaya dihitung mengikut kadar berikut.

Masa	Bayaran
1 jam pertama atau sebahagian daripadanya	RM6.00
Setiap jam berikutnya hingga jam ke-6	RM5.00
Setiap jam yang seterusnya	RM3.00

Zamuddin meletakkan keretanya dari jam 0750 untuk menghadiri kursus di Hotel Cahaya. Selepas kursusnya, Zamuddin mengambil keretanya pada jam 1725. Hitung secara deduktif jumlah bayaran yang Zamuddin perlu bayar sebelum keluar dari tempat letak kereta.

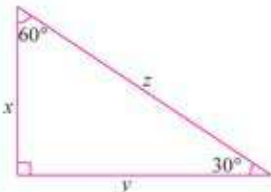
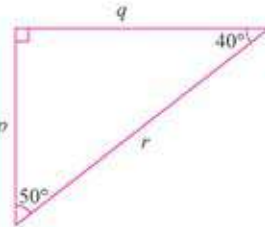
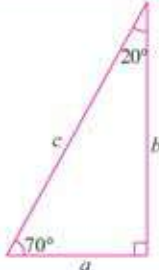
2. Jumlah penduduk di Taman Gembira mengikut formula $g(t) = 250(t^2 + t + 100)$, dengan keadaan t ialah bilangan tahun.
Diberi jumlah penduduk di Taman Gembira pada 1 Januari 2012 ialah 25 000 orang.
- (a) Buat kesimpulan secara deduktif mengenai jumlah penduduk Taman Gembira pada 31 Disember 2016.
- (b) Pada tahun keberapakah penduduk Taman Gembira akan mencapai 77 500 orang?
3. Bilangan kelahiran bayi di sebuah negara pada tahun 2014 ialah 536 100. Bilangan kelahiran bayi dari tahun 2015 hingga tahun 2017 di negara tersebut membentuk satu pola seperti yang berikut.



Tahun	Kelahiran bayi
2014	536 100
2015	521 100
2016	506 100
2017	491 100

- (a) Bina rumus berdasarkan pola bilangan kelahiran bayi.
- (b) Sekiranya bilangan kelahiran bayi dalam negara tersebut mengikut pola seperti di atas bagi 5 tahun yang seterusnya, anggarkan bilangan bayi yang dilahirkan pada tahun 2021.

4. Rajah berikut merupakan tiga segi tiga bersudut tegak.
(a) Lengkapkan jadual berikut.

		
$\sin 60^\circ =$ $\cos 30^\circ =$	$\sin 40^\circ =$ $\cos 50^\circ =$	$\sin 20^\circ =$ $\cos 70^\circ =$

- (b) Perhatikan hubungan antara sudut dengan nisbah fungsi sinus dan kosinus bagi setiap pasangan sudut di atas. Bina satu kesimpulan secara induktif bagi hubungan antara fungsi $\sin \theta$ dengan fungsi $\cos (90^\circ - \theta)$.
(c) Diberi $\sin 80^\circ = 0.9848$, berdasarkan kesimpulan induktif daripada soalan (b) di atas, nyatakan nilai $\cos 10^\circ$.

Praktis Komprehensif

- Tentukan sama ada ayat-ayat di bawah pernyataan atau bukan. Berikan justifikasi anda.
 - Kuboid mempunyai enam permukaan.
 - Selesaikan persamaan $x^3 = 3x^2 + 3x - 1$.
 - Setiap silinder mempunyai dua permukaan melengkung.
 - Jangan lupa bawa buku kerja esok.
 - $3x + 5 = 6$.
 - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
 - Amboi, cantiknya bunga ini!
 - Ahli PDRM ialah pegawai kerajaan.
 - $3 + 5 > 8$.
- Tentukan sama ada pernyataan di bawah benar atau palsu. Sekiranya palsu, berikan satu contoh penyangkal.
 - $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$.
 - Semua integer bernilai positif.
 - Nombor pecahan adalah lebih kecil daripada satu.
 - Semua pepenjuru adalah pembahagi dua sama seranjang.

3. Tentukan sama ada pernyataan majmuk berikut adalah benar atau palsu.
- $2^6 = 64$ dan $2 \times 6 = 26$.
 - $9^{-1} = \frac{1}{9}$ dan 9 ialah faktor bagi 72.
 - $\{2,5\} \subset \{2,3,6\} \cup \{5,7\}$ atau $n(\phi) = 0$.
 - $90 \times 80\% = 70$ atau $8 \times 8 \times 8 = 324$.
4. Tulis satu pernyataan yang benar dengan menggunakan pengkuantiti “semua” atau “sebilangan” bagi objek dan ciri-ciri yang berikut:

	Objek	Ciri-ciri
(a)	Heksagon	Mempunyai enam bucu.
(b)	Bulatan	Mempunyai jejari 18 cm.
(c)	Segi tiga	Mempunyai tiga paksi simetri.

5. (a) Tentukan antejadian dan akibat daripada pernyataan-pernyataan berikut:
- Jika $p < q$, maka $q - p > 0$.
 - Jika perimeter segi empat tepat A ialah $2(x + y)$, maka luas segi empat tepat A ialah xy .
- (b) Bina satu implikasi yang sesuai berdasarkan setiap pasangan implikasi berikut:
- Jika x ialah gandaan 10, maka x ialah gandaan 5.
Jika x ialah gandaan 5, maka x ialah gandaan 10.
 - Jika 6 ialah faktor bagi 12, maka 6 ialah faktor bagi 24.
Jika 6 ialah faktor bagi 24, maka 6 ialah faktor bagi 12.
- (c) Bina dua implikasi yang sesuai bagi setiap implikasi berikut:
- 20% daripada 30 ialah 6 jika dan hanya jika $0.2 \times 30 = 6$.
 - M boleh dibahagi tepat dengan 20 jika dan hanya jika M boleh dibahagi tepat dengan 2 dan 10.
6. Tulis pernyataan yang diminta dalam kurungan bagi setiap yang berikut dan tentukan nilai kebenaran bagi pernyataan yang ditulis. Sekiranya palsu, berikan justifikasi anda.
- Jika α dan β adalah dua sudut pelengkap, maka $\alpha + \beta = 90^\circ$. (Akas)
 - Jika $w > 20$, maka $w > 30$. (Kontrapositif)
 - Jika $p > 0$, maka $p^2 > 0$. (Songsangan)
 - Polygon mempunyai hasil tambah sudut peluaran 360° . (Penafian)
7. Lengkapkan hujah berikut untuk membentuk hujah deduktif yang sah dan munasabah.
- Premis 1 : Semua faktor bagi 4 ialah faktor bagi 8.
Premis 2 : 2 ialah faktor bagi 4.
Kesimpulan : _____
 - Premis 1 : Jika $x = 5$, maka $2x + 8 = 18$.
Premis 2 : _____
Kesimpulan : $2x + 8 = 18$.
 - Premis 1 : _____
Premis 2 : $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta \neq 1$.
Kesimpulan : $\alpha \neq \beta$.

- (d) Premis 1 : Jika p boleh dibahagi tepat dengan 18, maka p ialah gandaan bagi 18.
 Premis 2 : 54 boleh dibahagi tepat dengan 18.
 Kesimpulan : _____
- (e) Premis 1 : Jika $-4m < 0$, maka $m > 0$.
 Premis 2 : _____
 Kesimpulan : $-4m \geq 0$.
- (f) Premis 1 : Semua fungsi kuadratik mempunyai titik pusingan.
 Premis 2 : _____
 Kesimpulan : Fungsi $g(x)$ mempunyai titik pusingan.

8. (a) Diberi luas permukaan sebuah kon $= \pi r(j + s)$. Bina satu kesimpulan secara deduktif bagi luas permukaan lima kon yang sama dengan keadaan $j = 7$ cm dan $s = 13$ cm.
 (b) Diberi persamaan garis lurus ialah $y = mx + c$. Bina satu kesimpulan secara deduktif bagi persamaan garis lurus PQ dengan keadaan $m = 3$ dan $c = 5$.

9. Bina satu kesimpulan secara induktif kepada pola nombor berikut.

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| (a) $-4, -1, 4, 11, \dots$ | (b) $4, 5, 7, 11, \dots$ |
| $-4 = 1^2 - 5$ | $4 = 2^0 + 3$ |
| $-1 = 2^2 - 5$ | $5 = 2^1 + 3$ |
| $4 = 3^2 - 5$ | $7 = 2^2 + 3$ |
| $11 = 4^2 - 5$ | $11 = 2^3 + 3$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| (c) $5, 12, 21, 32, \dots$ | (d) $3, 8, 17, 30, \dots$ |
| $5 = 4(1) + 1$ | $3 = 3(1) + 2(0)^2$ |
| $12 = 4(2) + 4$ | $8 = 3(2) + 2(1)^2$ |
| $21 = 4(3) + 9$ | $17 = 3(3) + 2(2)^2$ |
| $32 = 4(4) + 16$ | $30 = 3(4) + 2(3)^2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |

10. Tentukan sama ada hujah berikut ialah hujah induktif atau hujah deduktif.

(a)

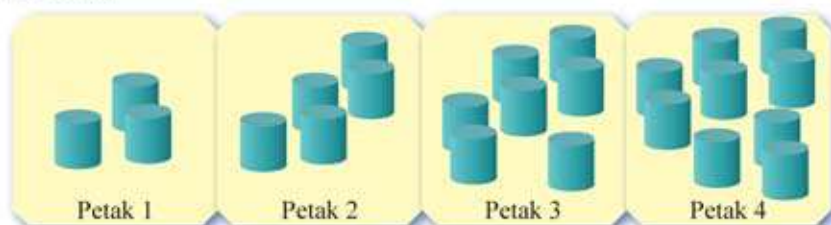
Semua murid 4 Bahagia membuat persembahan pada hari guru. Jayanthi murid 4 Bahagia. Maka, Jayanthi membuat persembahan pada hari guru.



(b)

Hasil tambah 1 dan 3 ialah nombor genap.
 Hasil tambah 3 dan 5 ialah nombor genap.
 Hasil tambah 5 dan 7 ialah nombor genap.
 Hasil tambah 7 dan 9 ialah nombor genap.
 Kesimpulannya, hasil tambah dua nombor ganjil ialah nombor genap.

11. Rajah di bawah menunjukkan susunan silinder yang sama saiz dalam petak mengikut nombor pola 3, 5, 7, 9, ...



- Bina satu kesimpulan secara induktif bagi pola bilangan silinder di atas.
- Sekiranya jejari dan tinggi bagi setiap silinder ialah 14 cm dan 10 cm masing-masing, hitung jumlah isi padu silinder pada petak 8.

12. Rajah di sebelah menunjukkan empat semi bulatan yang pertama disusun mengikut pola tertentu. Jejari semi bulatan yang terbesar ialah 32 cm.



- Hitung dan senaraikan perimeter-perimeter bagi empat semi bulatan ini, dalam sebutan π .
- Berdasarkan dapatan daripada (a), tunjukkan pola perimeter bagi empat semi bulatan ini ialah $2^{6-n}(\pi + 2)$; $n = 1, 2, 3, 4$.
- Hitung perimeter, dalam cm, bagi semi bulatan yang ke-8.



PROJEK

Peningkatan paras laut ialah satu isu yang kritikal bagi seluruh dunia sekarang. Peningkatan paras laut berkait rapat dengan perubahan suhu di permukaan bumi. Diberi keseimbangan paras laut dengan suhu dihubungkan dengan rumus iaitu

$$L = T(0.54T^2 + 0.39T + 7.7)$$

L ialah perubahan paras laut dan T ialah perubahan suhu.

Buat satu folio mengenai peningkatan paras laut dan perubahan suhu bagi lima tahun terkini. Folio anda perlu mengandungi

- Muka hadapan
- Isi kandungan
 - Pengenalan kepada isu peningkatan paras laut.
 - Kesimpulan secara deduktif mengenai perubahan paras laut bagi lima tahun terkini.
 - Faktor-faktor yang mengakibatkan peningkatan paras laut.
 - Kesan aktiviti manusia terhadap peningkatan paras laut.
 - Langkah-langkah untuk mengatasi peningkatan paras laut.
- Kesimpulan.



Penaakulan Logik

Pernyataan
Benar atau Palsu

Hujah

Penafian
"Tidak" atau "Bukan"

Contoh:
12 ialah gandaan 5.
Penafian: 12 bukan gandaan 5.

Pernyataan Majmuk
"atau" atau "dan"

Contoh:
 p : 12 ialah gandaan 5.
 q : 12 ialah gandaan 6.
• 12 ialah gandaan 5 atau gandaan 6.
• 12 ialah gandaan 5 dan gandaan 6.

Implikasi
"Jika p , maka q "
" p jika dan hanya jika q "

Contoh:
 p : 12 ialah gandaan 3.
 q : 12 ialah gandaan 6.
• Jika 12 ialah gandaan 3, maka 12 ialah gandaan 6.
• 12 ialah gandaan 3 jika dan hanya jika 12 ialah gandaan 6.

Akas: "Jika q , maka p "
Songsangan: "Jika $\sim p$, maka $\sim q$ "
Kontraposisif: "Jika $\sim q$, maka $\sim p$ "

Contoh:
Jika 12 ialah gandaan 3, maka 12 ialah gandaan 6.
Akas: Jika 12 ialah gandaan 6, maka 12 ialah gandaan 3.
Songsangan: Jika 12 bukan gandaan 3, maka 12 bukan gandaan 6.
Kontraposisif: Jika 12 bukan gandaan 6, maka 12 bukan gandaan 3.

Hujah Induktif
Kuat dan Meyakinkan

Kesimpulan umum dibina berdasarkan kes-kes khusus.

Contoh:
Premis 1: $2(1) - 1 = 1$
Premis 2: $2(2) - 1 = 3$
Premis 3: $2(3) - 1 = 5$
Premis 4: $2(4) - 1 = 7$
Kesimpulan:
 $2n - 1; n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Hujah Deduktif
Sah dan Munasabah

Kesimpulan khusus dibina berdasarkan premis umum

Premis 1: Semua A ialah B.
Premis 2: C ialah A.
Kesimpulan: C ialah B.

Contoh:
Premis 1: Semua gandaan 6 ialah gandaan 3.
Premis 2: 18 ialah gandaan 6.
Kesimpulan: 18 ialah gandaan 3.

Premis 1: Jika p , maka q .
Premis 2: p benar.
Kesimpulan: q benar.

Contoh:
Premis 1: Jika x ialah gandaan 6, maka x ialah gandaan 3.
Premis 2: 18 ialah gandaan 6.
Kesimpulan: 18 ialah gandaan 3.

Premis 1: Jika p , maka q .
Premis 2: Bukan q adalah benar.
Kesimpulan: Bukan p adalah benar.

Contoh:
Premis 1: Jika x ialah gandaan 6, maka x ialah gandaan 3.
Premis 2: 17 bukan gandaan 3.
Kesimpulan: 17 bukan gandaan 6.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

Melintang

1. pernyataan p ditulis sebagai $\sim p$.
4. Premis 1: Semua gandaan 6 ialah gandaan 2 dan gandaan 3.
Premis 2: 18 ialah gandaan 6.
Kesimpulan: 18 ialah gandaan 2 dan gandaan 3.
Hujah di atas ialah yang sah dan munasabah.
5. Hujah yang ringkas terdiri daripada dua atau lebih dalam satu kesimpulan.
6. Hujah merupakan kesimpulan umum dibuat berdasarkan kes-kes yang khusus.
7. dan songsangan mempunyai nilai kebenaran yang sama.

Menegak

1. Ayat yang dapat ditentukan nilai kebenaran dikenali sebagai .
2. Bina satu pernyataan majmuk yang benar bagi pernyataan berikut:
91 ialah gandaan 9 81 ialah gandaan 9.
3. Songsangan bagi "jika p , maka q " ialah "jika $\sim p$, maka $\sim q$."

**Eksplorasi Matematik**

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga sama sisi dengan panjang sisi 48 cm. Titik tengah setiap sisi disambung untuk membentuk satu segi tiga sama yang lain. Proses ini berulang tak terhingga.

Hitung jumlah perimeter semua segi tiga sama sisi yang tak terhingga ini.

