

BAB 5

Kekongruenan, Pembesaran dan Gabungan Transformasi

Apakah yang akan anda pelajari?

- Kekongruenan
- Pembesaran
- Gabungan Transformasi
- Teselasi

Maslahat Bab Ini

Ahli astronomi menggunakan teleskop untuk memerhati permukaan sesuatu planet. Permukaan planet yang jauh kelihatan diperbesarkan dengan menggunakan teleskop. Akan tetapi imej yang dihasilkan adalah songsang dengan objek asalnya. Pantulan diaplikasikan untuk mendapat gambaran yang sebenar.

Tahukah Anda?

Johannes Kepler (1571-1630) merupakan seorang ahli matematik dan astronomi Jerman yang telah membuat dokumentasi tentang kajian teselasi pada tahun 1619. Beliau menggunakan konsep teselasi untuk meneroka serta menjelaskan struktur emping salji.



Untuk maklumat lanjut:



bit.do/TahukahAndaBab5

GERBANG ISTILAH



faktor skala
kekongruenan
keserupaan
pantulan
pembesaran
putaran
teselasi
transformasi
translasi

*scale factor
congruency
similarity
reflection
enlargement
rotation
tessellation
transformation
translation*



Jambatan Angkat Terengganu yang terletak di Kuala Terengganu merupakan suatu mercu tanda baharu bagi Negeri Terengganu pada tahun 2019. Jambatan angkat ini merupakan jambatan angkat yang terpanjang di dunia dengan panjang 638 meter, menghubungkan Kuala Terengganu dan Kuala Nerus di muara Sungai Terengganu. Keistimewaan jambatan ini ialah boleh diangkat pada bahagian tengah untuk memudahkan laluan kapal-kapal besar di bawahnya. Perhatikan struktur jambatan tersebut, bahagian manakah kongruen?

5.1 Kekongruenan

Bagaimanakah membezakan antara bentuk kongruen dengan bukan kongruen?

Perhatikan setiap rajah di bawah. Apakah ulasan anda tentang saiz dan bentuk bagi pasangan objek yang ditunjukkan?



Dua keping jubin yang dipamerkan



Menara Berkembar Petronas



Tayar depan dan tayar belakang sebuah kereta

Standard Pembelajaran

Membezakan antara bentuk kongruen dan bukan kongruen berdasarkan sisi dan sudut.

Pasangan objek dalam setiap rajah di atas mempunyai saiz dan bentuk yang sama walaupun kedudukan atau susunannya berlainan. Pasangan objek tersebut dikatakan **kongruen**.

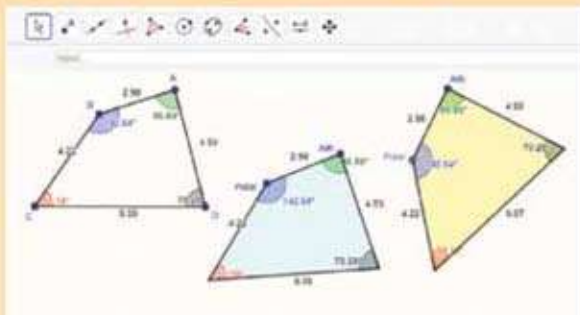
Apakah ciri-ciri yang digunakan untuk mengenal pasti dua objek adalah kongruen?

MOBILISASI MINDA 1 Berpasangan

Tujuan: Meneroka bentuk kongruen berdasarkan sisi dan sudut.

Langkah:

1. Buka fail GGB501 untuk aktiviti ini.



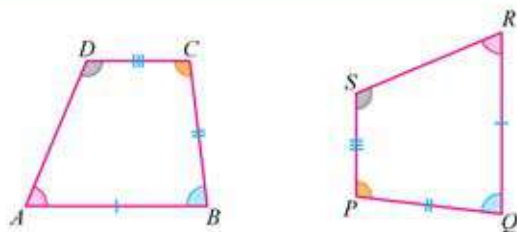
Imbas kod QR atau layari bit.do/GGB501 untuk mendapatkan fail GeoGebra aktiviti ini.

2. Perhatikan panjang sisi dan saiz sudut bagi setiap sisi empat yang dipaparkan.
3. Seret titik "Alih" dan "Putar" untuk menggerakkan sisi empat berwarna biru supaya bertindih dengan sisi empat $ABCD$. Adakah sisi empat berwarna biru bertindih secara penuh dengan sisi empat $ABCD$? Apakah pemerhatian anda terhadap panjang sisi dan saiz sudutnya?
4. Ulangi langkah 3 untuk sisi empat berwarna kuning.

Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda tentang kongruen berdasarkan sisi dan sudut?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 1, didapati bahawa dua poligon yang **kongruen** mempunyai ukuran yang sama pada panjang sisi sepadan dan sudut sepadan.

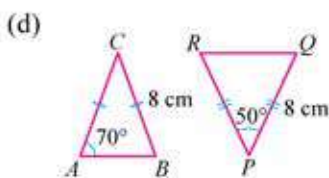
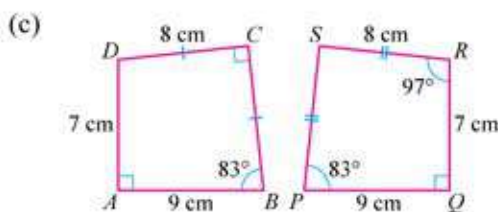
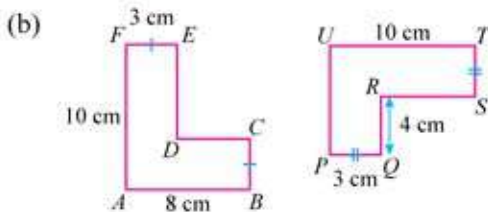
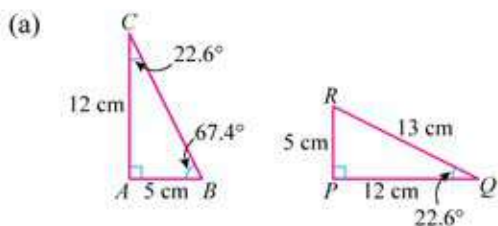


Dalam rajah di atas, sisi empat $ABCD$ dan $PQRS$ adalah kongruen dengan syarat yang ditunjukkan di dalam jadual berikut.

Panjang sisi sepadan	Sudut sepadan
$AB = RQ$ $BC = QP$ $CD = PS$ $AD = RS$	$\angle BAD = \angle QRS$ $\angle ABC = \angle RQP$ $\angle BCD = \angle QPS$ $\angle ADC = \angle RSP$

Contoh 1

Tentukan sama ada setiap pasangan rajah yang berikut adalah kongruen.



Penyelesaian:

(a) $BC = \sqrt{5^2 + 12^2}$ dan $\angle PRQ = 180^\circ - 90^\circ - 22.6^\circ$
 $= 13 \text{ cm}$ $= 67.4^\circ$
 $= RQ$ $= \angle ABC$

Ukuran semua panjang sisi sepadan dan sudut sepadan adalah sama. Maka, kedua-dua rajah itu adalah kongruen.

(b) $DC = 8 - 3$ atau $PU = 4 + 3$
 $= 5 \text{ cm}$ $= 7 \text{ cm}$
 $\neq RQ$ $\neq BA$

Maka, kedua-dua rajah itu bukan kongruen.

(c) $\angle ADC = 360^\circ - 90^\circ - 83^\circ - 90^\circ$
 $= 97^\circ$
 $= \angle QRS$

Ukuran semua panjang sisi sepadan dan sudut sepadan adalah sama. Maka, kedua-dua rajah itu adalah kongruen.

(d) $\angle ACB = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ$
 $= 40^\circ$
 $\neq \angle QPR$

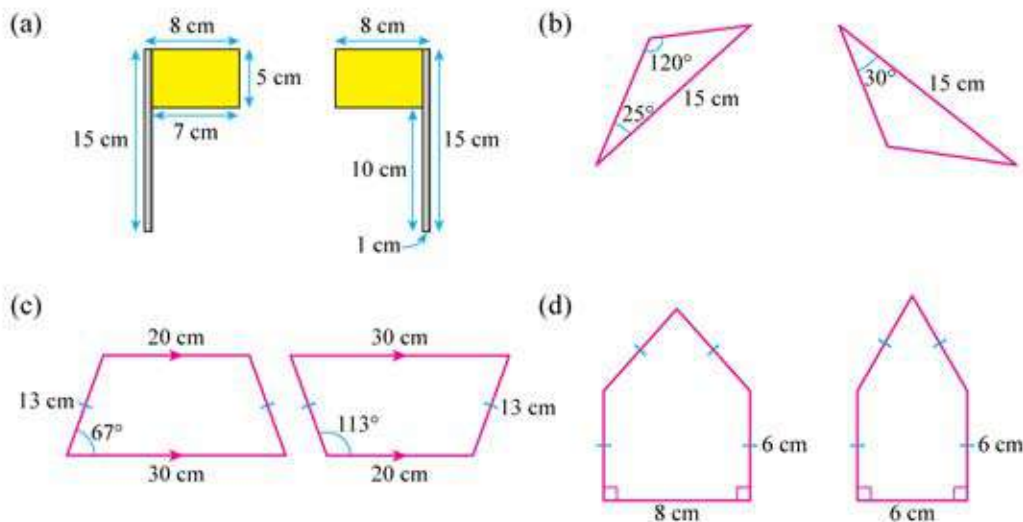
Maka, kedua-dua rajah itu bukan kongruen.

Jika terdapat satu daripada panjang sisi sepadan atau sudut sepadan yang tidak sama antara dua bentuk, maka kedua-dua bentuk itu bukan kongruen.

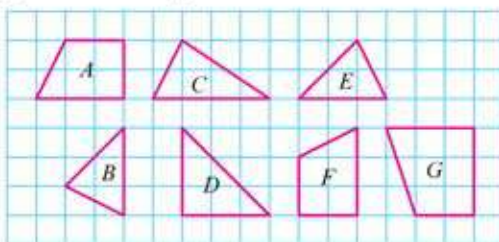
Segi tiga ABC dan PQR yang kongruen dapat ditulis sebagai $\triangle ABC \cong \triangle PQR$.

Latih Kendiri 5.1a

1. Tentukan sama ada setiap pasangan rajah yang berikut adalah kongruen.



2. Tentukan pasangan kongruen dalam rajah di bawah.



Apakah ciri-ciri kekongruenan segi tiga?

Dua segi tiga kongruen mempunyai panjang sisi sepadan dan sudut sepadan yang sama.



Bolehkah kita mengatakan dua segi tiga adalah kongruen sekiranya hanya membandingkan sebahagian sisi sepadan atau sudut sepadan?

Standard Pembelajaran

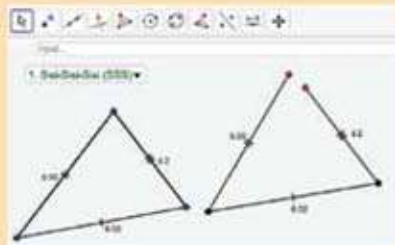
Membuat dan menentusahkan konjektur terhadap kekongruenan segi tiga berdasarkan sisi dan sudut.

MOBILISASI MINDA 2 Berkumpulan

Tujuan: Membuat dan menentusahkan konjektur terhadap kekongruenan segi tiga.

Langkah:

1. Buka fail GGB502 untuk aktiviti ini.



Imbas kod QR atau layari bit.do/GGB502 untuk mendapatkan fail GeoGebra aktiviti ini.



Imbas kod QR atau layari bit.do/LKBab5i untuk mendapatkan lembaran kerja aktiviti ini.

2. Pilih Sisi-Sisi-Sisi (SSS). Perhatikan ukuran yang dilabel pada kedua-dua rajah.
3. Seret titik-titik merah untuk membentuk satu segi tiga yang lengkap. Seret titik-titik hitam untuk mengubah kedudukan atau orientasi. Dapatkah anda membentuk segi tiga yang kongruen? Dapatkah anda menjumpai segi tiga bukan kongruen?
4. Seret titik-titik biru untuk mengubah bentuk segi tiga dan ulang langkah 3.
5. Pilih Sisi-Sudut-Sisi (SAS), Sudut-Sisi-Sudut (ASA), Sudut-Sudut-Sisi (AAS), Sudut-Sudut-Sudut (AAA) dan Sisi-Sisi-Sudut (SSA) dan ulang langkah 2 hingga 4 untuk penerokaan kekongruenan segi tiga yang lain.
6. Buka lembaran kerja untuk aktiviti ini. Lengkapkan berdasarkan penerokaan anda.

	Dapatkah anda membentuk segi tiga yang kongruen?	Dapatkah anda menjumpai segi tiga bukan kongruen?	Kesimpulan
Sisi-Sisi-Sisi (SSS)			Jika _____, maka segi tiga adalah kongruen.

Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda tentang kekongruenan segi tiga berdasarkan sisi dan sudut?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 2, didapati kekongruenan segi tiga mempunyai sifat-sifat yang tertentu seperti ditunjukkan dalam jadual berikut.

Sifat kekongruenan segi tiga	
<p>Sisi-Sisi-Sisi (Side-Side-Side – SSS)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Setiap sisi sepadan adalah sama panjang • $AC = PR$ $AB = PQ$ $BC = QR$ 	
<p>Sisi-Sudut-Sisi (Side-Angle-Side – SAS)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dua sisi sepadan adalah sama panjang dan sudut sepadan yang terangkum antara dua sisi itu adalah sama saiz • $AC = PR$ $\angle BAC = \angle QPR$ $AB = PQ$ 	
<p>Sudut-Sisi-Sudut (Angle-Side-Angle – ASA)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dua sudut sepadan adalah sama saiz dan satu sisi sepadan di antara kedua-dua sudut itu adalah sama panjang • $\angle BAC = \angle QPR$ $AC = PR$ $\angle ACB = \angle PRQ$ 	
<p>Sudut-Sudut-Sisi (Angle-Angle-Side – AAS)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dua sudut sepadan adalah sama saiz dan satu daripada sisi sepadan yang bukan terletak di antara dua sudut itu adalah sama panjang • $\angle BAC = \angle QPR$ $\angle ACB = \angle PRQ$ $BC = QR$ 	
<p>Sudut-Sudut-Sudut (Angle-Angle-Angle – AAA)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ketiga-tiga sudut sepadan adalah sama saiz • Luas pasangan segi tiga mestilah sama • $\angle BAC = \angle QPR$ $\angle ACB = \angle PRQ$ $\angle ABC = \angle PQR$ 	
<p>Sisi-Sisi-Sudut (Side-Side-Angle – SSA)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dua sisi sepadan adalah sama panjang dan satu daripada sudut sepadan yang bukan terangkum antara dua sisi itu adalah sama saiz • Luas pasangan segi tiga mestilah sama • $AC = PR, AB = PQ, \angle ACB = \angle PRQ$ 	

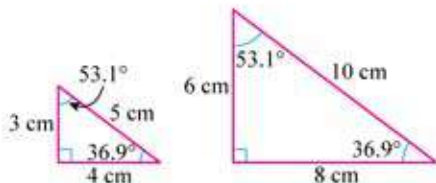
Contoh 2

Tentukan sama ada setiap pasangan segi tiga yang berikut memenuhi sifat kekongruenan segi tiga. Justifikasikan jawapan anda.

(a)



(b)



Penyelesaian:

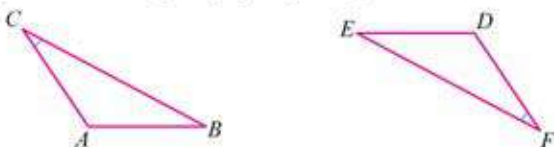
- (a) Tidak. Walaupun kedua-dua segi tiga mempunyai dua sisi sepadan dan satu sudut sepadan yang sama, tetapi ukuran sisi dan sudut yang lain adalah berbeza. Luas adalah tidak sama.
- (b) Tidak. Walaupun kedua-dua segi tiga mempunyai tiga sudut sepadan yang sama, tetapi ukuran semua sisi sepadan adalah berbeza. Luas adalah tidak sama.

TiP Bestari

Sisi-Sisi-Sudut (SSA) dan Sudut-Sudut-Sudut (SSS) tidak boleh digunakan untuk menentukan dua segi tiga adalah kongruen kecuali luas dua segi tiga itu adalah sama.

Contoh 3

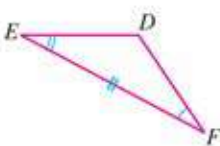
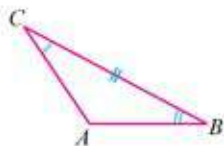
Rajah di bawah menunjukkan dua segi tiga yang kongruen.



Diberi sifat kekongruenan segi tiga yang digunakan untuk menentukan kedua-dua segi tiga itu adalah kongruen ialah Sudut-Sisi-Sudut (ASA). Lengkapkan jadual di bawah dengan ciri-ciri lain yang terlibat dalam Sudut-Sisi-Sudut (ASA).

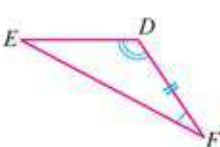
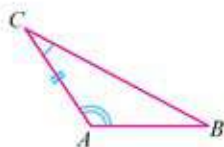
Sudut	$\angle ACB = \angle DFE$
Sisi	
Sudut	

Penyelesaian:



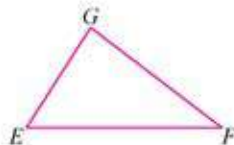
Sudut	$\angle ACB = \angle DFE$
Sisi	$BC = EF$
Sudut	$\angle ABC = \angle DEF$

atau



Sudut	$\angle ACB = \angle DFE$
Sisi	$AC = DF$
Sudut	$\angle BAC = \angle EDF$

Rajah di bawah menunjukkan satu segi tiga EFG .



Diberi satu lagi segi tiga KLM mempunyai bentuk dan saiz yang sama dengan segi tiga EFG . Nyatakan sifat kekongruenan segi tiga yang digunakan untuk menentukan kedua-dua segi tiga itu adalah kongruen sekiranya

- (a) $\angle EGF = \angle KML$, $\angle EFG = \angle KLM$, $EF = KL$
- (b) $EG = KM$, $FG = LM$, $EF = KL$
- (c) $EF = KL$, $\angle FEG = \angle LKM$, $EG = KM$

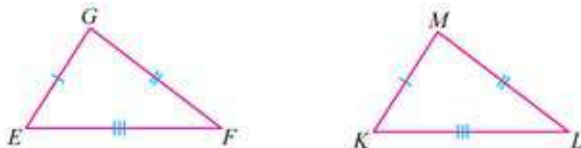
Penyelesaian:

(a)



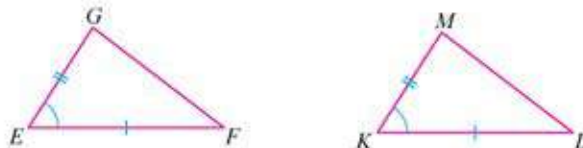
Diberi dua sudut sepadan dan satu sisi sepadan yang bukan di antara kedua-dua sudut itu. Oleh itu, sifat kekongruenan segi tiga ialah Sudut-Sudut-Sisi (AAS).

(b)



Diberi tiga sisi sepadan. Oleh itu, sifat kekongruenan segi tiga ialah Sisi-Sisi-Sisi (SSS).

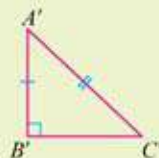
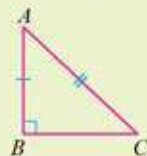
(c)



Diberi dua sisi sepadan dan satu sudut sepadan terangkum antara dua sisi itu. Oleh itu, sifat kekongruenan segi tiga ialah Sisi-Sudut-Sisi (SAS).

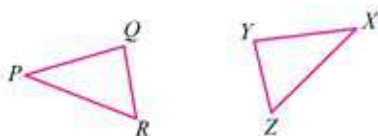
Buletin Ilmiah

Sudut Tegak-Hipotenus-Sisi (RHS) juga merupakan suatu sifat kekongruenan khas untuk segi tiga bersudut tegak. Jika dua segi tiga bersudut tegak mempunyai hipotenus dan satu daripada sisi sepadan bukan hipotenus yang sama, maka kedua-dua segi tiga itu kongruen. Sifat kekongruenan segi tiga ini berasaskan sifat Sisi-Sisi-Sudut (SSA).



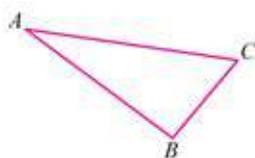
Latih Kendiri 5.1b

1. Rajah di bawah menunjukkan dua segi tiga, PQR dan XYZ .



Diberi bahawa kedua-dua segi tiga PQR dan XYZ adalah kongruen. Jika $PQ = XY$, nyatakan ciri-ciri lain yang terlibat jika setiap berikut digunakan.

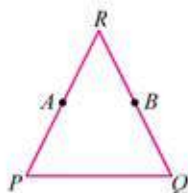
- Sisi-Sudut-Sisi
 - Sisi-Sisi-Sudut
2. Rajah di sebelah menunjukkan satu segi tiga ABC . Diberi bahawa satu lagi segi tiga PQR adalah kongruen dengan segi tiga ABC . Nyatakan sifat kekongruenan segi tiga yang terlibat jika
- $AB = PQ$, $BC = QR$ dan $AC = PR$
 - $AB = PQ$, $\angle ABC = \angle PQR$ dan $\angle BAC = \angle QPR$



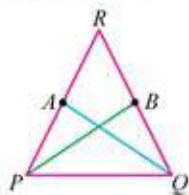
Bagaimanakah menyelesaikan masalah yang melibatkan kekongruenan?

Contoh 5

Rajah di sebelah menunjukkan satu segi tiga sama kaki PQR dengan keadaan $PR = QR$. A dan B masing-masing ialah titik tengah bagi sisi PR dan QR . Tunjukkan bahawa segi tiga PBR dan QAR adalah kongruen.



Penyelesaian:



Berdasarkan rajah di sebelah,

- $PR = QR$
- $\angle PRB = \angle QRA$
- $BR = AR$

Segi tiga PBR dan QAR memenuhi sifat Sisi-Sudut-Sisi (SAS). Maka, segi tiga PBR dan QAR adalah kongruen.

Standard Pembelajaran

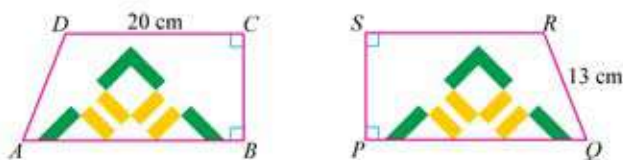
Menyelesaikan masalah yang melibatkan kekongruenan.

Aplikasi & Kerjaya



Dalam bidang kejuruteraan, konsep kekongruenan segi tiga digunakan untuk membina penyokong jambatan supaya jambatan itu dapat disokong dalam keadaan yang seimbang.

Siva menyediakan dua keping kad berbentuk trapezium yang kongruen seperti ditunjukkan dalam rajah di bawah. Setiap kad itu dilukis dengan separuh logo.



Siva mencantumkan dua keping kad itu untuk membentuk satu pentagon yang berlogo lengkap. Jika perimeter pentagon itu ialah 90 cm, hitung luas dalam cm^2 pentagon itu.

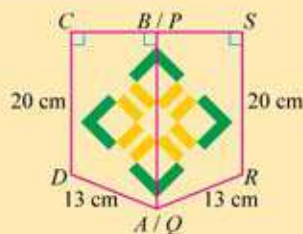
Penyelesaian:

Kaedah 1

Memahami masalah

- Trapezium $ABCD$ dan trapezium $QPSR$ adalah kongruen.
- $AB = QP$, $BC = PS$, $CD = SR$, $AD = QR$.
- Perimeter cantuman dua keping kad itu ialah 90 cm.
- Hitung luas pentagon yang terbentuk.

Merancang strategi



- $CS = 90 \text{ cm} - AD - DC - QR - RS$
- Hitung panjang AB
- Luas pentagon = $2 \times$ luas trapezium

Melaksanakan strategi

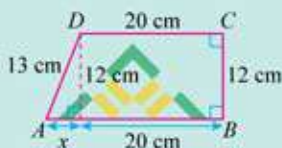
$$CS = 90 - 13 - 20 - 13 - 20 = 24 \text{ cm}$$

$$CB = 12 \text{ cm}$$

$$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ cm}$$

$$AB = 20 + 5 = 25 \text{ cm}$$

$$\text{Luas pentagon} = 2 \times \frac{1}{2}(20 + 25)(12) = 540 \text{ cm}^2$$



Membuat kesimpulan

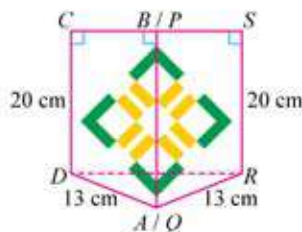
Maka, luas bagi pentagon itu ialah 540 cm^2 .

Kaedah 2

$$\text{Luas segi empat tepat } CDRS = 24 \times 20 = 480 \text{ cm}^2$$

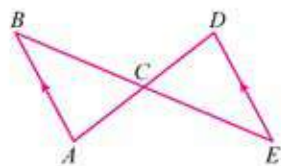
$$\text{Luas segi tiga } DRA = \frac{1}{2}(24)(5) = 60 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Luas pentagon} &= \text{luas segi empat tepat } CDRS + \text{luas segi tiga } DRA \\ &= 480 + 60 \\ &= 540 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

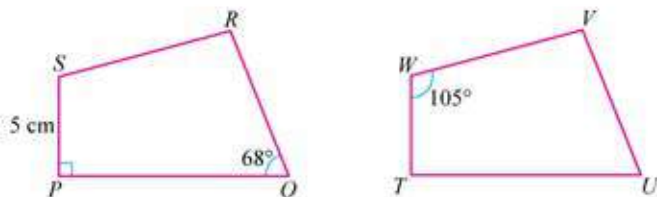


Latih Kendiri 5.1c

1. Dalam rajah di sebelah, garis AB dan DE adalah selari. BE dan AD ialah garis lurus. C ialah titik tengah bagi AD . Tunjukkan bahawa segi tiga ABC dan DEC adalah kongruen.

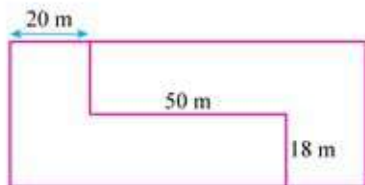


2. Rajah di bawah menunjukkan dua sisi empat yang kongruen.



Diberi bahawa panjang pepenjuru WU ialah 13 cm, hitung

- (a) panjang PQ dalam cm,
 - (b) $\angle SRQ$.
3. Muizuddin membahagikan tanahnya yang berbentuk segi empat tepat kepada dua bahagian yang kongruen seperti ditunjukkan dalam rajah di sebelah. Hitung
 - (a) perimeter dalam m bagi setiap bahagian tanah,
 - (b) luas dalam m^2 bagi setiap bahagian tanah.



5.2 Pembesaran

Apakah maksud keserupaan objek geometri?

Gambar di bawah menunjukkan model rumah yang serupa dengan rumah sebenar. Hal ini bermaksud model rumah tersebut mempunyai **bentuk yang sama** dengan rumah sebenar walaupun **saiz berbeza**. Apakah sifat yang terdapat pada keserupaan dua objek geometri?



Standard Pembelajaran

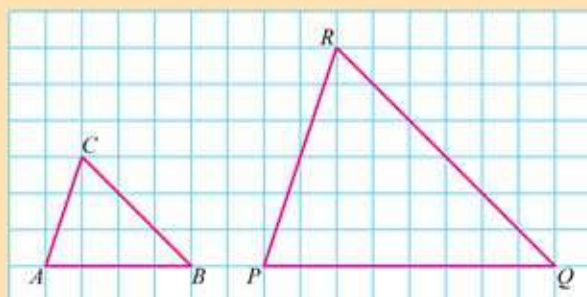
Menjelaskan maksud keserupaan objek geometri.

Tujuan: Mengenal keserupaan objek geometri.

Bahan: Pembaris dan protractor

Langkah:

1. Dengan menggunakan pembaris dan protractor, ukur sudut pada setiap bucu dan panjang setiap sisi bagi kedua-dua segi tiga dalam rajah berikut.



2. Lengkapkan jadual di bawah dengan pengukuran anda.

Saiz sudut		Panjang sisi		Nisbah sisi sepadan
Segi tiga ABC	Segi tiga PQR	Segi tiga ABC	Segi tiga PQR	
$\angle A =$	$\angle P =$	$AB =$	$PQ =$	$\frac{PQ}{AB} =$
$\angle B =$	$\angle Q =$	$BC =$	$QR =$	$\frac{QR}{BC} =$
$\angle C =$	$\angle R =$	$CA =$	$RP =$	$\frac{RP}{CA} =$

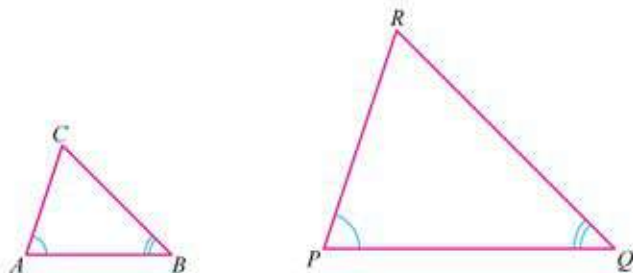
Perbincangan:

Kedua-dua segi tiga itu adalah serupa, nyatakan kesimpulan anda tentang

- (a) sudut sepadan kedua-dua segi tiga itu.
- (b) sisi sepadan kedua-dua segi tiga itu.

Hasil daripada Mobilisasi Minda 3, didapati bahawa dua objek geometri adalah **serupa** apabila

- semua sudut sepadan adalah sama, iaitu $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ dan $\angle C = \angle R$.
- semua nisbah sisi sepadan adalah sama, iaitu $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RP}{CA}$.

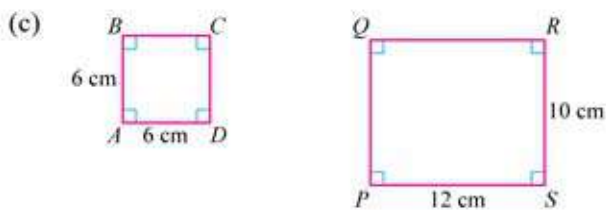
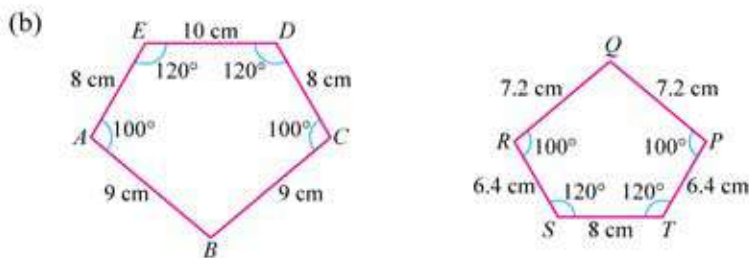
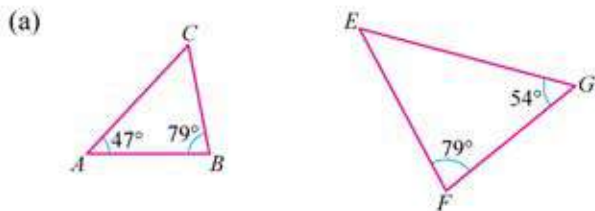


TiP Bestari

Jika semua sisi sepadan bagi sepasang segi tiga berkadar, maka semua sudut sepadan adalah sama saiz dan sebaliknya.

Contoh 7

Tentukan sama ada setiap pasangan objek geometri yang berikut adalah serupa.



Penyelesaian:

(a) $\angle C = 180^\circ - 47^\circ - 79^\circ$
 $= 54^\circ$
 $= \angle G$
 $\angle B = \angle F = 79^\circ$
 $\angle A = \angle E = 47^\circ$

Bagi sepasang segi tiga, semua sisi sepadan berkadarannya apabila semua sudut sepadan adalah sama. Maka, segi tiga ABC dan segi tiga EFG adalah serupa.

(b) Semua sudut sepadan adalah sama.

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{9}{7.2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{AE}{PT} = \frac{CD}{RS} = \frac{8}{6.4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{ED}{TS} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

Semua nisbah sisi sepadan adalah sama. Maka, pentagon $ABCDE$ dan pentagon $PQRST$ adalah serupa.

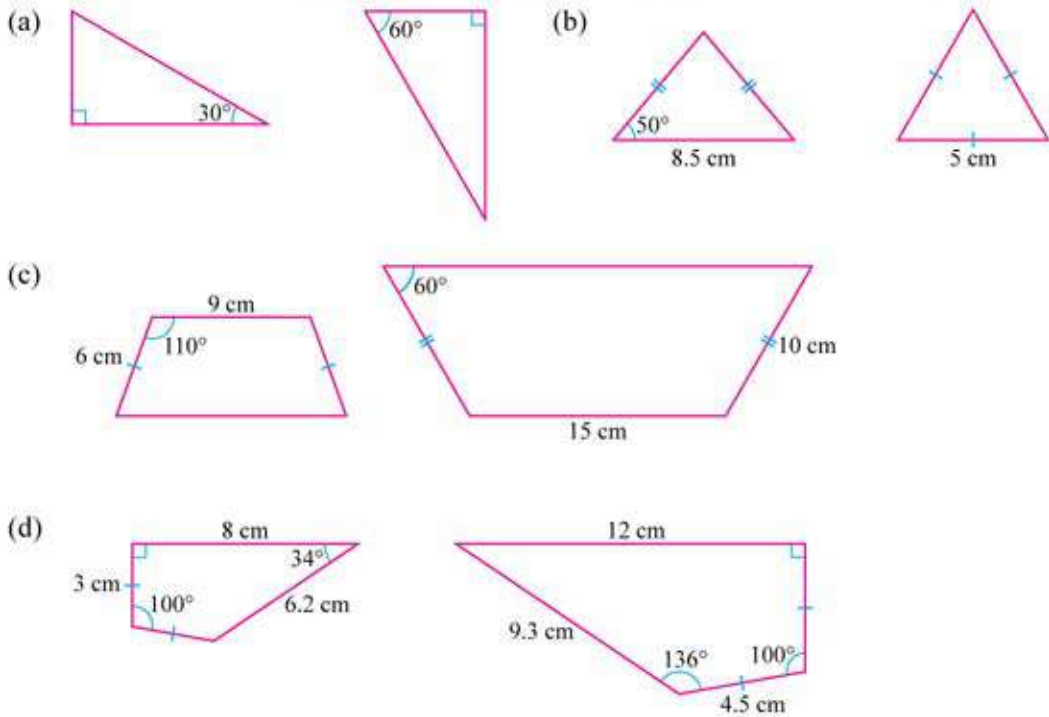
(c) Semua sudut sepadan adalah sama.

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{DC}{SR} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

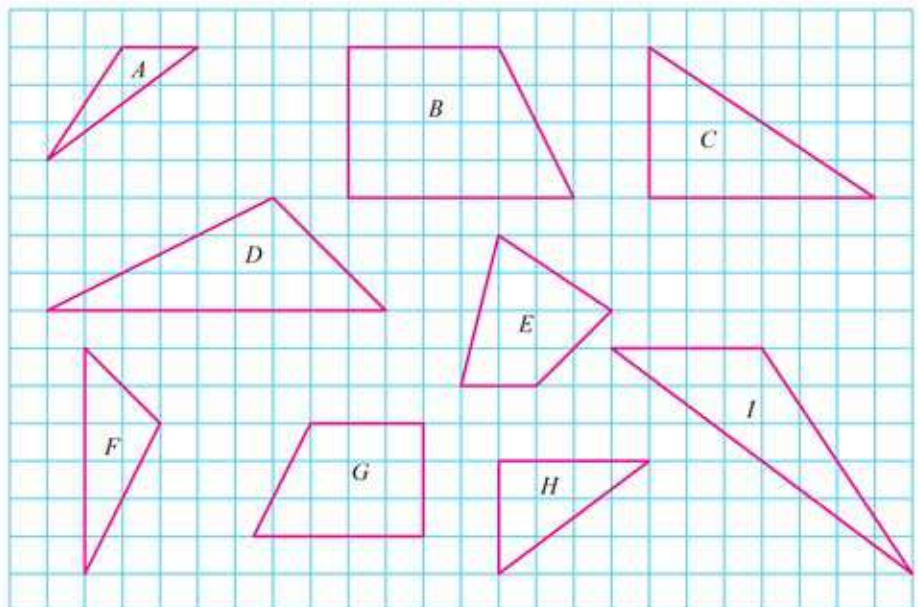
$$\frac{AD}{PS} = \frac{BC}{QR} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Nisbah sisi sepadan tidak sama. Maka, sisi empat $ABCD$ dan sisi empat $PQRS$ tidak serupa.

1. Tentukan sama ada setiap pasangan objek geometri yang berikut adalah serupa.



2. Tentukan pasangan objek yang serupa dalam rajah di bawah.



Apakah hubungan antara keserupaan dengan pembrebaran dan bagaimanakah memerihalkan pembrebaran?

Ahli biologi menggunakan mikroskop untuk memerhati sel tumbuhan. Imej yang terhasil melalui mikroskop mempunyai saiz beribu-ribu kali ganda lebih besar daripada objeknya. Adakah objek dan imej yang terhasil memenuhi sifat keserupaan?

Standard Pembelajaran

Membuat perkaitan antara keserupaan dengan pembrebaran dan seterusnya memerihalkan pembrebaran menggunakan pelbagai perwakilan.

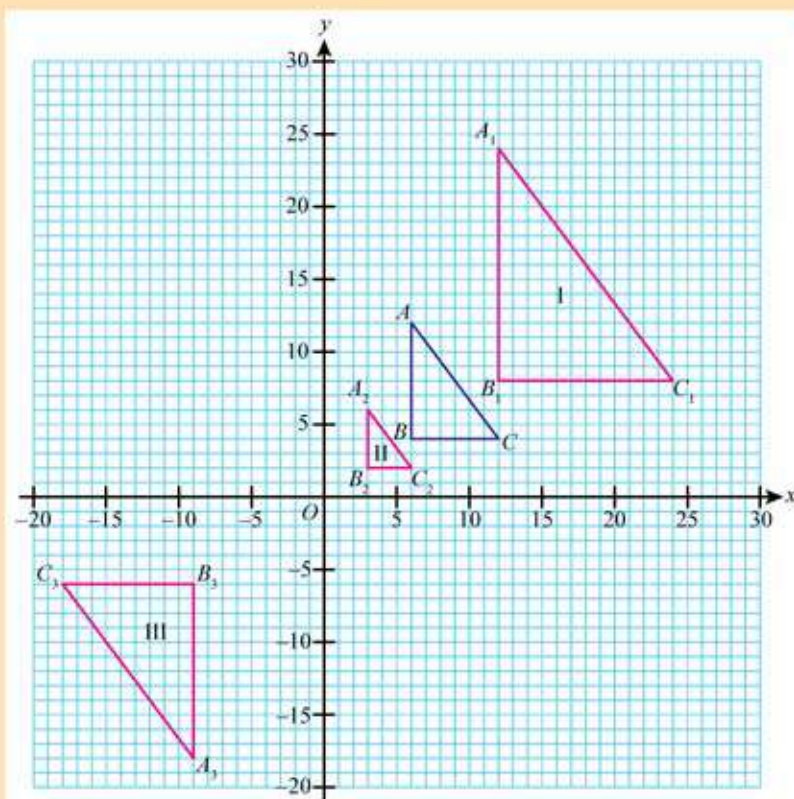
MOBILISASI MINDA 4 Berpasangan

Tujuan: Membuat perkaitan antara keserupaan dengan pembrebaran.

Bahan: Pembaris dan protractor

Langkah:

- Perhatikan rajah di bawah dengan $\Delta A_1B_1C_1$, $\Delta A_2B_2C_2$ dan $\Delta A_3B_3C_3$ masing-masing ialah imej bagi ΔABC di bawah suatu pembrebaran.



- Sambungkan titik-titik yang sepadan untuk semua imej segi tiga. Tandakan titik persilangan bagi ketiga-tiga garis lurus itu sebagai titik P .

3. Ukur panjang, dalam unit, sisi dan sudut bagi setiap segi tiga dan lengkapkan jadual yang berikut.

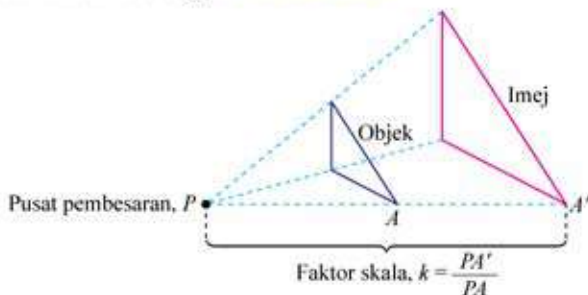
Segi tiga	Nisbah panjang sisi sepadan	Nisbah jarak bucu dari titik P	Sudut sepadan sama? (Ya / Tidak)	Serupa dengan segi tiga ABC ? (Ya / Tidak)
I	$\frac{A_1B_1}{AB} =$	$\frac{A_1P}{AP} =$		
	$\frac{B_1C_1}{BC} =$	$\frac{B_1P}{BP} =$		
	$\frac{A_1C_1}{AC} =$	$\frac{C_1P}{CP} =$		
II	$\frac{A_2B_2}{AB} =$	$\frac{A_2P}{AP} =$		
	$\frac{B_2C_2}{BC} =$	$\frac{B_2P}{BP} =$		
	$\frac{A_2C_2}{AC} =$	$\frac{C_2P}{CP} =$		
III	$\frac{A_3B_3}{AB} =$	$\frac{A_3P}{AP} =$		
	$\frac{B_3C_3}{BC} =$	$\frac{B_3P}{BP} =$		
	$\frac{A_3C_3}{AC} =$	$\frac{C_3P}{CP} =$		

Perbincangan:

1. Apakah ulasan anda tentang nisbah panjang sisi sepadan dan saiz sudut sepadan antara segi tiga ABC dengan imejnya?
2. Tentukan sama ada setiap imej serupa dengan segi tiga ABC .
3. Buat kesimpulan daripada hasil dapatan anda.

Hasil daripada Mobilisasi Minda 4, objek dan imej di bawah suatu pembesaran adalah serupa.

Pembesaran ialah suatu transformasi dengan semua titik objek bergerak dari satu titik tetap dengan satu nisbah malar. Titik tetap itu dikenali sebagai **pusat pembesaran** dan nisbah malar itu dikenali sebagai **faktor skala**.



i-Teknologi

Imbas kod QR atau layari bit.do/GGB503 untuk meneroka faktor skala bagi pembesaran.

Secara umumnya, faktor skala k , bagi suatu pembesaran dapat ditentukan seperti berikut.

$$k = \frac{\text{jarak titik sepadan imej dari } P}{\text{jarak titik objek dari } P}$$

atau

$$k = \frac{\text{panjang sisi sepadan imej}}{\text{panjang sisi objek}}$$

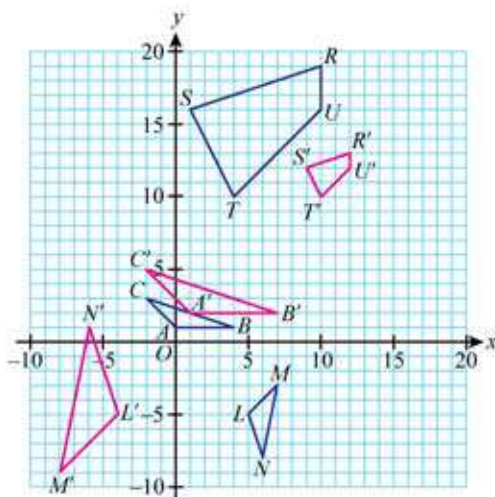
Nilai faktor skala yang berbeza mempunyai kesan pembesaran yang berbeza:

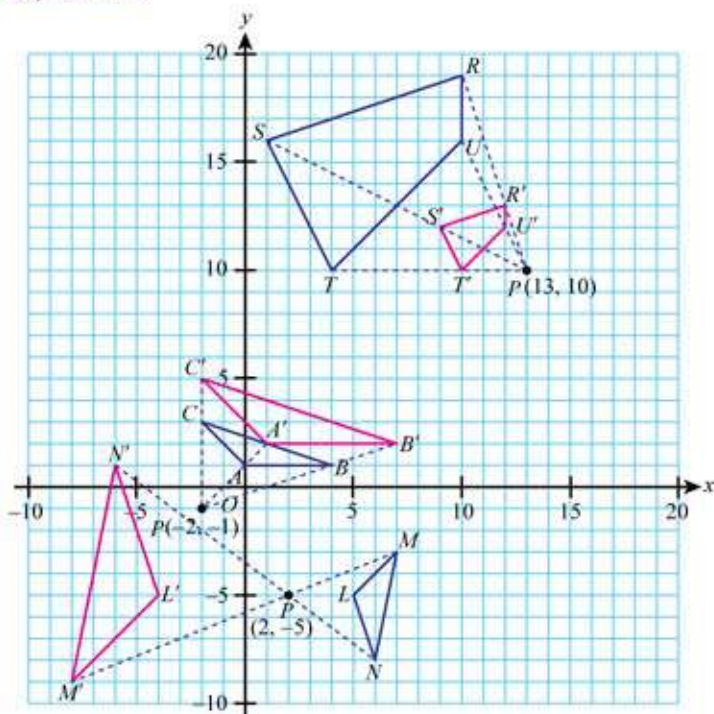
Faktor skala, k	Saiz imej	Kedudukan imej terhadap pusat pembesaran P
$k > 1$	Lebih besar daripada saiz objek	Berada di sebelah yang sama dengan objek
$k = 1$	Sama saiz dengan objek	Berada di sebelah yang sama dengan objek
$0 < k < 1$	Lebih kecil daripada saiz objek	Berada di sebelah yang sama dengan objek
$-1 < k < 0$	Lebih kecil daripada saiz objek	Berada di sebelah yang bertentangan dengan objek
$k = -1$	Sama saiz dengan objek	Berada di sebelah yang bertentangan dengan objek
$k < -1$	Lebih besar daripada saiz objek	Berada di sebelah yang bertentangan dengan objek

Contoh 8

Rajah di sebelah menunjukkan tiga objek dan imejnya di bawah transformasi pembesaran. Perihalkan pembesaran dengan menentukan faktor skala dan pusat pembesaran untuk yang berikut.

- (a) objek ABC
- (b) objek $RSTU$
- (c) objek LMN





(a) Faktor skala = $\frac{A'B'}{AB}$
 $= \frac{6}{4}$
 $= \frac{3}{2}$ ← $k > 1$, imej lebih besar daripada objek

$A'B'C'$ ialah imej bagi ABC di bawah suatu pembesaran pada pusat $(-2, -1)$ dengan faktor skala $\frac{3}{2}$.

(b) Faktor skala = $\frac{U'R'}{UR}$
 $= \frac{1}{3}$ ← $0 < k < 1$, imej lebih kecil daripada objek

$R'S'T'U'$ ialah imej bagi $RSTU$ di bawah suatu pembesaran pada pusat $(13, 10)$ dengan faktor skala $\frac{1}{3}$.

(c) Faktor skala = $\frac{\text{jarak } L' \text{ dari pusat pembesaran}}{\text{jarak } L \text{ dari pusat pembesaran}}$
 $= -\frac{6}{3}$ ← Tanda negatif menunjukkan imej berada di sebelah yang bertentangan dengan objek.
 $= -2$ ← $k < -1$, imej lebih besar daripada objek.

$L'M'N'$ ialah imej bagi LMN di bawah suatu pembesaran pada pusat $(2, -5)$ dengan faktor skala -2 .

TiP Bestari

Pusat pembesaran dapat ditentukan daripada titik persilangan antara semua garis lurus yang menyambungkan setiap pasangan titik sepadan.

Buletin Ilmiah

Dalam transformasi pembesaran, setiap pasang sisi sepadan antara objek dengan imej adalah selari.

TiP Bestari

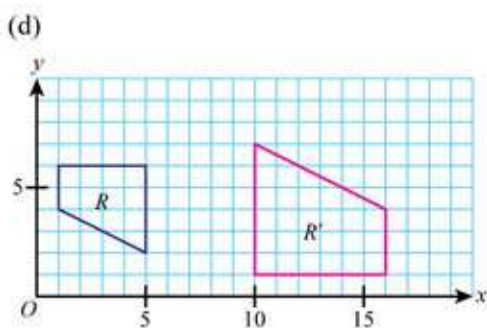
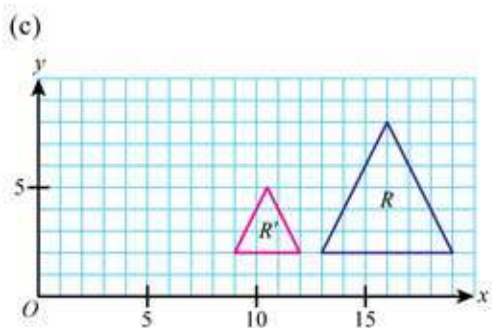
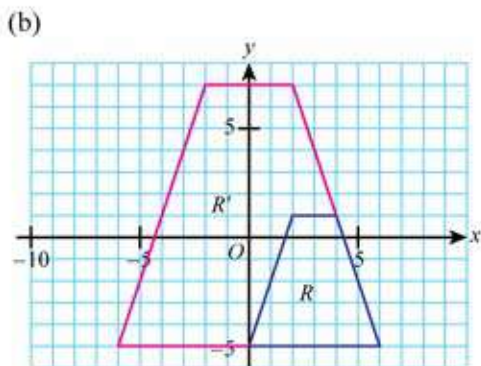
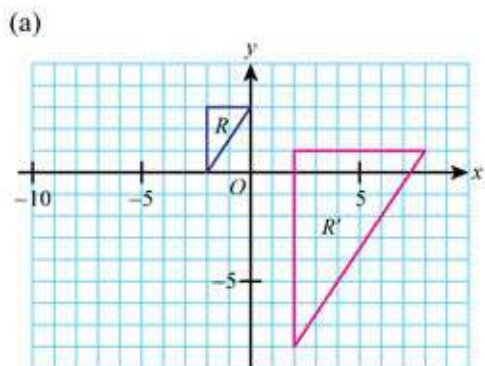
Apabila memerhatikan suatu pembesaran, kita perlu menyatakan pusat pembesaran dan faktor skala.

TiP Bestari

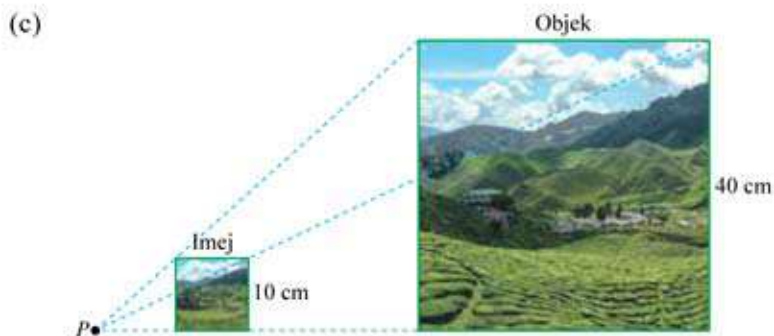
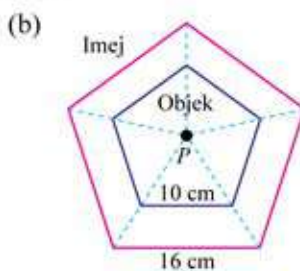
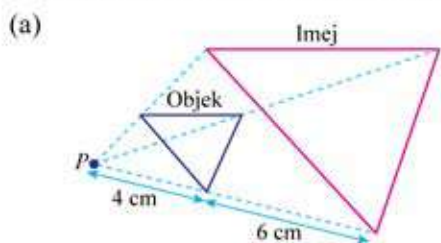
Faktor skala yang negatif akan menyebabkan pembesaran berlaku di sebelah pusat pembesaran yang bertentangan dengan objek dan imej songsang dihasilkan.

Latih Mandiri 5.2b

1. Diberi R' ialah imej bagi objek R . Perihalkan pembesaran bagi setiap yang berikut.



2. Perihalkan pembesaran dalam setiap yang berikut.

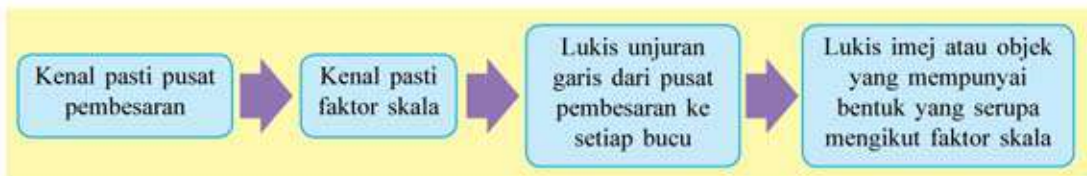


Bagaimanakah menentukan imej dan objek bagi suatu pembesaran?

Standard Pembelajaran

Menentukan imej dan objek bagi suatu pembesaran.

Carta alir di bawah menunjukkan langkah-langkah untuk menentukan imej atau objek bagi suatu pembesaran.

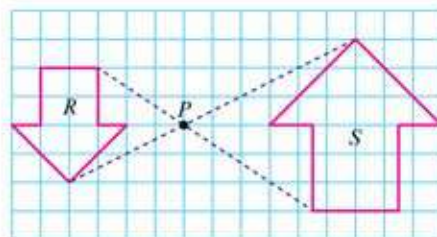
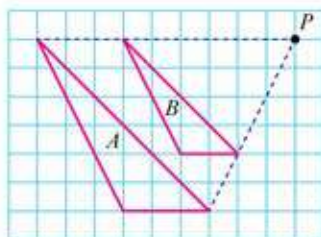


Contoh 9

Berdasarkan faktor skala yang diberi, tentukan objek dan imej bagi setiap pembesaran berikut.

(a) Faktor skala, $k = \frac{2}{3}$

(b) Faktor skala, $k = -1.5$



Penyelesaian:

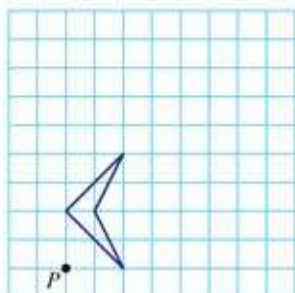
(a) Apabila $k = \frac{2}{3}$, saiz imej lebih kecil daripada objek. A ialah objek dan B ialah imej.

(b) Apabila $k = -1.5$, saiz imej lebih besar daripada objek. R ialah objek dan S ialah imej.

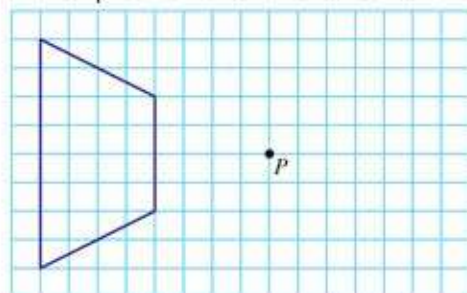
Contoh 10

Lukis imej bagi setiap objek yang berikut di bawah pembesaran pada pusat P , berdasarkan faktor skala berikut.

(a) $k = 2$

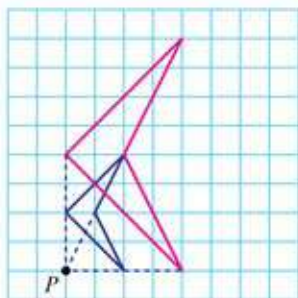


(b) $k = -\frac{3}{4}$

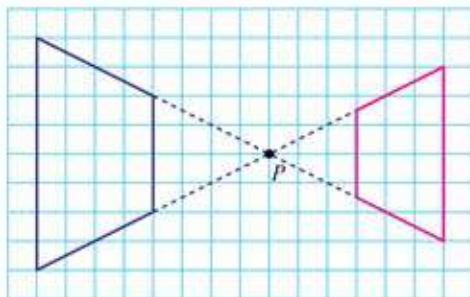


Penyelesaian:

- (a) Apabila $k = 2$, jarak setiap bucu imej dari P ialah 2 kali jarak bucu sepadan objek dari P pada arah yang sama.

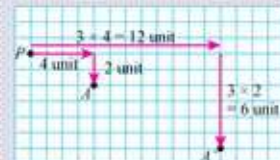


- (b) Apabila $k = -\frac{3}{4}$, jarak setiap bucu imej dari P ialah $\frac{3}{4}$ daripada jarak bucu sepadan objek dari P pada arah yang bertentangan.



TiP Bestari

Kita boleh menggunakan jarak mengufuk dan jarak mencancang untuk menentukan nisbah jarak suatu titik dari pusat pembesaran seperti contoh di bawah.



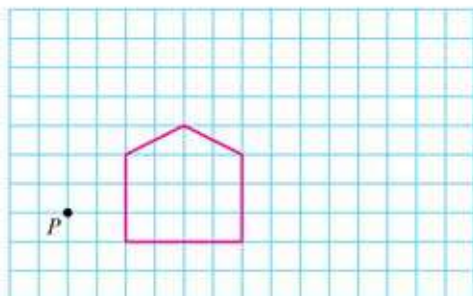
Diberi titik A ialah objek dan titik A' ialah imejnya, P ialah pusat pembesaran dan $k = 3$.

Apabila $k = 3$, jarak mencancang dan jarak mengufuk bagi A' dari P kepada A dari P adalah mengikut nisbah $3 : 1$.

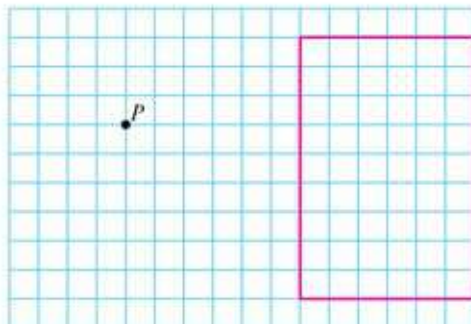
Contoh 11

Lukis objek bagi setiap imej yang berikut di bawah pembesaran pada pusat P , berdasarkan faktor skala berikut.

- (a) $k = \frac{1}{2}$



- (b) $k = -3$

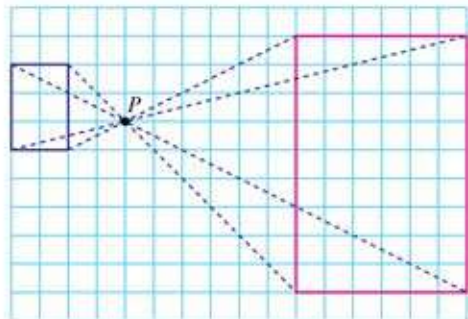


Penyelesaian:

- (a) Apabila $k = \frac{1}{2}$, jarak setiap bucu objek dari P ialah 2 kali jarak bucu sepadan imej dari P pada arah yang sama.



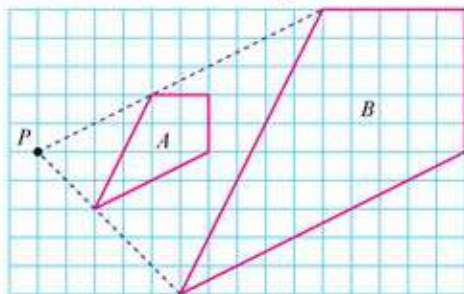
- (b) Apabila $k = -3$, jarak setiap bucu objek dari P ialah $\frac{1}{3}$ daripada jarak bucu sepadan imej dari P pada arah yang bertentangan.



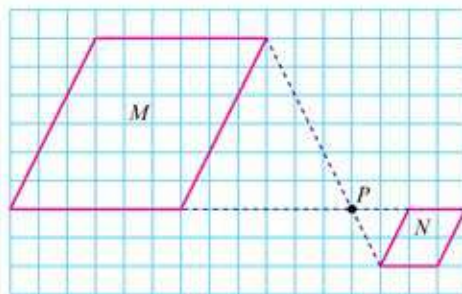
Latih Kendiri 5.2c

1. Berdasarkan faktor skala yang diberi, tentukan objek dan imej bagi pembesaran berikut.

- (a) Faktor skala, $k = \frac{5}{2}$

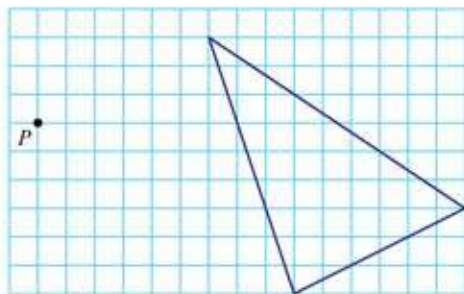


- (b) Faktor skala, $k = -3$

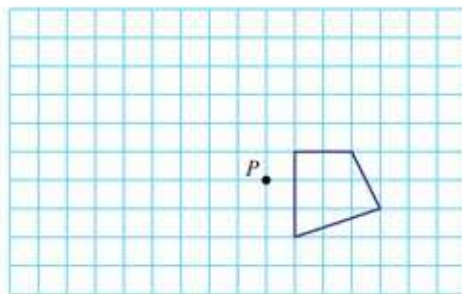


2. Lukis imej bagi setiap objek yang berikut di bawah pembesaran pada pusat P , berdasarkan faktor skala yang diberi.

- (a) $k = \frac{1}{3}$

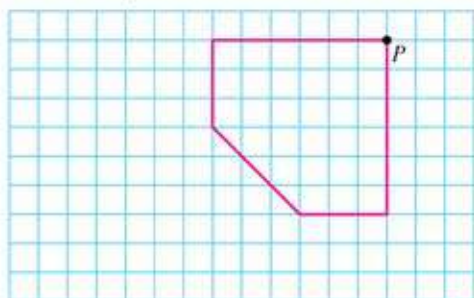


- (b) $k = -2$

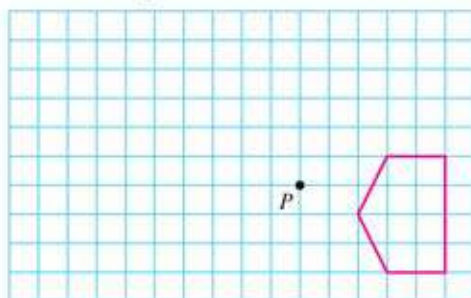


3. Lukis objek bagi setiap imej yang berikut di bawah pembesaran pada pusat P , berdasarkan faktor skala yang diberi.

(a) $k = \frac{3}{4}$



(b) $k = -\frac{1}{2}$



Apakah hubungan antara luas imej dengan luas objek bagi suatu pembesaran?

Semasa pembesaran, panjang setiap sisi yang sepadan berkadar secara tetap. Apakah hubungan antara luas imej dengan luas objek bagi suatu pembesaran?

Standard Pembelajaran

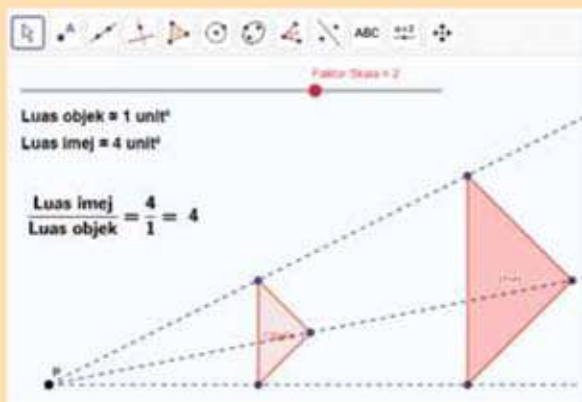
Membuat dan mengesahkan konjektur tentang hubungan antara luas imej dan luas objek bagi suatu pembesaran.

MOBILISASI MINDA 5 Berpasangan

Tujuan: Meneroka hubungan antara luas imej dengan luas objek bagi suatu pembesaran.

Langkah:

1. Buka fail GGB504 untuk aktiviti ini.



Imbas kod QR atau layari bit.do/GGB504 untuk mendapatkan fail GeoGebra aktiviti ini.

2. Seret gelongsor 'Faktor Skala' kepada beberapa nilai yang berlainan untuk memerhatikan luas objek, luas imej dan nisbah luas imej kepada luas objek.

3. Seterusnya, lengkapkan jadual yang berikut.

Faktor skala, k	Luas objek (unit ²)	Luas imej (unit ²)	Nisbah luas imej kepada luas objek, $\frac{\text{luas imej}}{\text{luas objek}}$	k^2
$k = 2$	1	4	$\frac{4}{1} = 4$	$(2)^2 = 4$
$k = 3$				
$k = 4$				
$k = -1$				
$k = -2$				

Perbincangan:

1. Apakah perkaitan antara faktor skala dengan nisbah luas imej kepada luas objek?
2. Apakah hubungan antara luas imej dengan luas objek bagi suatu pembesaran?

Hasil daripada Mobilisasi Minda 5, didapati bahawa $\frac{\text{luas imej}}{\text{luas objek}} = k^2$ dengan keadaan k ialah faktor skala.

Maka, kita dapat menentukan luas imej bagi suatu pembesaran dengan rumus:

$$\text{Luas imej} = k^2 \times \text{Luas objek}$$

Contoh 12

Jadual di bawah menunjukkan nilai luas objek, nilai luas imej dan nilai faktor skala yang berlainan di bawah pembesaran. Lengkapkan jadual tersebut.

	Luas objek	Luas imej	Faktor skala, k
(a)	5 cm ²	45 cm ²	
(b)	12 unit ²		$\frac{7}{2}$
(c)		100 m ²	-4

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad k^2 &= \frac{\text{luas imej}}{\text{luas objek}} \\ &= \frac{45}{5} \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{9} \\ &= +3 \text{ atau } -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \left(\frac{7}{2}\right)^2 &= \frac{\text{luas imej}}{12} \\ \text{luas imej} &= \frac{49}{4} \times 12 \\ &= 147 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad (-4)^2 &= \frac{100}{\text{luas objek}} \\ \text{luas objek} &= \frac{100}{16} \\ &= 6.25 \text{ m}^2 \end{aligned}$$