

BAB 5

Nisbah Trigonometri



Apakah yang akan anda pelajari?

5.1

Sinus, Kosinus dan Tangen bagi Sudut Tirus dalam Segi Tiga Bersudut Tegak

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Nisbah trigonometri membolehkan masalah berkaitan panjang, tinggi dan sudut dapat ditentukan dengan menggunakan segi tiga bersudut tegak.
- Konsep trigonometri digunakan dalam bidang pelayaran, penerbangan, kejuruteraan, astronomi, pembinaan dan sebagainya.

Sungai merupakan sumber utama air untuk kegunaan domestik kepada manusia.

Kelebaran sungai di kawasan tertentu dapat dihitung dengan menggunakan konsep trigonometri. Sudut dari kedudukan juru ukur ke pokok yang menjadi tanda rujukan pada titik R seperti pada rajah di bawah boleh diketahui dengan menggunakan tiodolit, alat mengukur sudut jarak jauh. Jika panjang PQ dan sudut PQR diketahui, maka kelebaran sungai, PR boleh dihitung dengan mudah melalui kaedah trigonometri.





Eksplorasi Zaman

Al-Battani atau Muhammad Ibn Jabir Ibn Sinan Abu Abdullah ialah bapa trigonometri. Beliau dilahirkan di Battan, Damsyik. Beliau merupakan putera Arab dan juga pemerintah Syria. Al-Battani diiktiraf sebagai ahli astronomi dan matematik Islam yang tersohor. Al-Battani mendapat pendidikan awal daripada bapanya sendiri Jabir Ibn San'an yang juga merupakan seorang saintis yang terkenal pada zamannya. Beliau berjaya meletakkan trigonometri pada tahap yang tinggi dan merupakan orang pertama yang menghasilkan jadual *cotangents*.



<http://yakini-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%205/>

GERBANG KATA

- | | |
|---------------------|-----------------------------|
| • darjah | • <i>degree</i> |
| • hipotenus | • <i>hypotenuse</i> |
| • kosinus | • <i>costne</i> |
| • sinus | • <i>sine</i> |
| • tangen | • <i>tangent</i> |
| • teorem Pythagoras | • <i>Pythagoras theorem</i> |

5.1 Sinus, Kosinus dan Tangen bagi Sudut Tirus dalam Segi Tiga Bersudut Tegak

Bagaimanakah anda mengenal pasti sisi bertentangan, sisi bersebelahan dan hipotenus?

Tahukah anda bagaimana ketinggian suatu objek yang sukar diukur seperti bangunan dan gunung dihitung?

Misalnya dalam rajah di sebelah, jika jarak, s dan sudut dongak diketahui maka, ketinggian, t bangunan tersebut boleh dihitung dengan menggunakan konsep trigonometri.



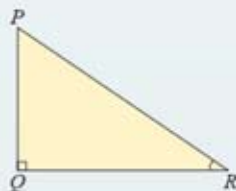
Sudut dongak

Jarak, s

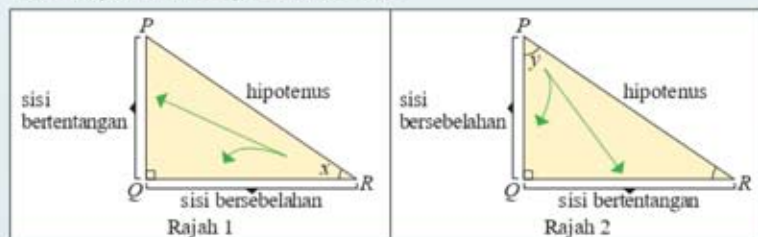
STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal pasti sisi bertentangan dan sisi bersebelahan berdasarkan suatu sudut tirus dalam segi tiga bersudut tegak.

Rajah di sebelah menunjukkan suatu segi tiga bersudut tegak PQR . Sebagaimana yang telah anda pelajari dalam bab Teorem Pythagoras di Tingkatan 1, sisi PR dikenali sebagai **hipotenus**, iaitu sisi terpanjang dalam segi tiga bersudut tegak PQR . Adakah dua sisi lain iaitu sisi PQ dan sisi QR juga mempunyai nama khas seperti sisi terpanjang, PR ?



Teliti Rajah 1 dan Rajah 2 di bawah.



Berdasarkan $\angle PRQ$ dalam Rajah 1, sisi QR dikenali sebagai **sisi bersebelahan** manakala sisi PQ dikenali sebagai **sisi bertentangan**.

Berdasarkan $\angle QPR$ dalam Rajah 2, sisi PQ ialah sisi bersebelahan dan sisi QR ialah sisi bertentangan.

Perhatikan juga dalam kedua-dua Rajah 1 dan Rajah 2 hipotenus PR adalah tetap kedudukannya iaitu bertentangan dengan sudut 90° .

Bagi suatu segi tiga bersudut tegak;

- hipotenus ialah sisi terpanjang yang bertentangan dengan sudut 90° .
- sisi bersebelahan dan sisi bertentangan berubah mengikut kedudukan sudut tirus yang dirujuk.

TIP

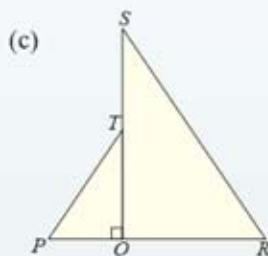
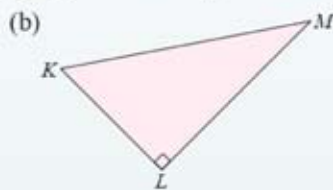
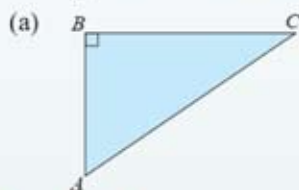
Sudut tirus
 $0^\circ < \theta < 90^\circ$

TIP

$x + y = 90^\circ$
 $\angle x$ dan $\angle y$ ialah
sudut tirus

Contoh 1

Kenal pasti sisi bertentangan, sisi bersebelahan dan hipotenus berdasarkan sudut yang diberi dalam jadual di bawah untuk semua segi tiga bersudut tegak berikut.

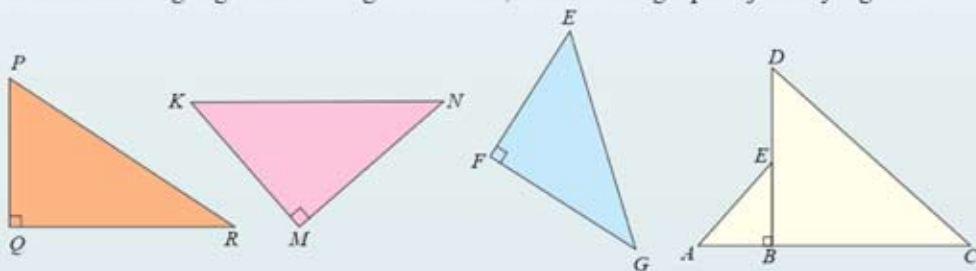


Penyelesaian:

Segi tiga	Sudut	Hipotenus	Sisi bertentangan	Sisi bersebelahan
$\triangle ABC$	$\angle BAC$	AC	BC	AB
	$\angle BCA$	AC	AB	BC
$\triangle KLM$	$\angle LKM$	KM	LM	KL
	$\angle LMK$	KM	KL	LM
$\triangle PQT$	$\angle TPQ$	PT	QT	PQ
$\triangle RQS$	$\angle QRS$	RS	QS	QR

UJI MINDA 5.1a

1. Berdasarkan segi tiga bersudut tegak di bawah, salin dan lengkapkan jadual yang diberi.



Segi tiga	Sudut	Hipotenus	Sisi bertentangan	Sisi bersebelahan
$\triangle PQR$	$\angle QPR$			
	$\angle PRQ$			
$\triangle KMN$	$\angle MNK$			
	$\angle MKN$			
$\triangle EFG$	$\angle FEG$			
	$\angle EGF$			
$\triangle ABE$	$\angle BAE$			
	$\angle AEB$			
$\triangle CBD$	$\angle BCD$			
	$\angle BDC$			

Apakah hubungan antara sudut tirus dengan nisbah sisi segi tiga bersudut tegak?

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan antara sudut tirus dan nisbah sisi segi tiga bersudut tegak, dan seterusnya mentakrifkan sinus, kosinus dan tangen.

Cetusan Minda 1



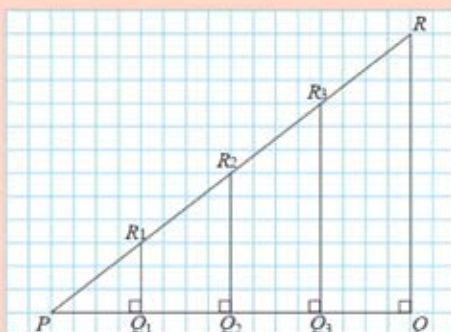
Berkumpulan

Tujuan: Mengenal pasti hubungan antara sudut tirus dengan nisbah sisi segi tiga bersudut tegak.

Bahan: Kertas grid segi empat sama, pembaris dan pensel.

Langkah:

1. Lukis segi tiga bersudut tegak PQR , dengan panjang PQ ialah 16 unit dan panjang QR ialah 12 unit.
2. Lukiskan beberapa garis lurus yang selari dengan RQ . Labelkan sebagai R_1Q_1 , R_2Q_2 dan R_3Q_3 seperti pada rajah di bawah.



TIP

Guna Teorem Phytagoras untuk menentukan panjang PR_1 , PR_2 , PR_3 dan PR .

3. Lengkapkan jadual di bawah dengan ukuran yang dikehendaki.

Sudut Tirus	Sisi bertentangan Hipotenus	Sisi bersebelahan Hipotenus	Sisi bertentangan Sisi bersebelahan
$\angle QPR$	$\frac{R_1Q_1}{PR_1} = \frac{3}{5}$	$\frac{PQ_1}{PR_1} = \frac{4}{5}$	$\frac{R_1Q_1}{PQ_1} = \frac{3}{4}$
	$\frac{R_2Q_2}{PR_2} =$	$\frac{PQ_2}{PR_2} =$	$\frac{R_2Q_2}{PQ_2} =$
	$\frac{R_3Q_3}{PR_3} =$	$\frac{PQ_3}{PR_3} =$	$\frac{R_3Q_3}{PQ_3} =$
	$\frac{RQ}{PR} =$	$\frac{PQ}{PR} =$	$\frac{RQ}{PQ} =$

Perbincangan:

1. Apakah pola jawapan anda untuk nisbah panjang sisi bertentangan kepada hipotenus, nisbah panjang sisi bersebelahan kepada hipotenus dan nisbah panjang sisi bertentangan kepada panjang sisi bersebelahan?
2. Apakah yang berlaku sekiranya saiz sudut diubah? Berikan justifikasi anda.

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

- Bagi suatu sudut tirus yang ditetapkan dalam pelbagai saiz segi tiga bersudut tegak;
- Nisbah panjang sisi bertentangan kepada hipotenus ialah suatu nilai pemalar.
 - Nisbah panjang sisi bersebelahan kepada hipotenus ialah suatu nilai pemalar.
 - Nisbah panjang sisi bertentangan kepada panjang sisi bersebelahan ialah suatu nilai pemalar.

Hubungan nisbah yang didapati daripada Cetusan minda 1 ialah nisbah trigonometri yang dikenali sebagai **sinus**, **kosinus** dan **tangen** iaitu:

$$\sin x = \frac{\text{panjang sisi bertentangan}}{\text{hipotenus}}$$

$$\cos x = \frac{\text{panjang sisi bersebelahan}}{\text{hipotenus}}$$

$$\tan x = \frac{\text{panjang sisi bertentangan}}{\text{panjang sisi bersebelahan}}$$

PERINGATAN

- ♦ sin = sinus
- ♦ kos = kosinus
- ♦ tan = tangen

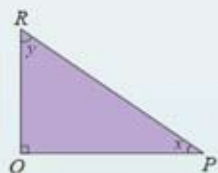
BULETIN

Trigonometri berasal dari bahasa Yunani iaitu, Trigonon = tiga sudut Metron = mengukur

Contoh 2

Lengkapkan jadual berdasarkan rajah di sebelah.

$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\sin y$	$\cos y$	$\tan y$

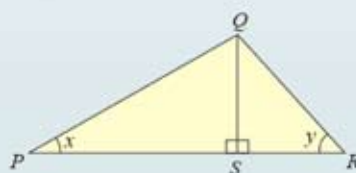
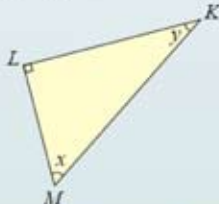
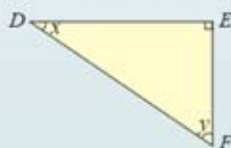


Penyelesaian:

$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\sin y$	$\cos y$	$\tan y$
$\frac{QR}{PR}$	$\frac{PQ}{PR}$	$\frac{QR}{PQ}$	$\frac{PQ}{PR}$	$\frac{QR}{PR}$	$\frac{PQ}{QR}$

UJI MINDA 5.1b

1. Lengkapkan jadual berdasarkan segi tiga bersudut tegak di bawah.



Segi tiga	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\sin y$	$\cos y$	$\tan y$
$\triangle DEF$						
$\triangle KLM$						
$\triangle PQR$						

Apakah kesan perubahan saiz sudut terhadap nilai sinus, kosinus dan tangen?

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat dan menentusahkan konjektur tentang kesan perubahan saiz sudut terhadap nilai sinus, kosinus dan tangen.

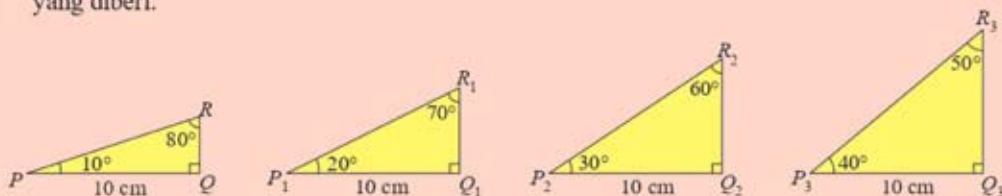
Cetusan Minda 2 Berpasangan

Tujuan: Mengenal pasti kesan perubahan saiz sudut terhadap nilai sinus, kosinus dan tangen.

Bahan: Kertas grid, pembaris, protractor dan pensel.

Langkah:

1. Lukis empat segi tiga bersudut tegak seperti di bawah dengan panjang tapak ialah 10 cm.
2. Pastikan ukuran sudut dan panjang semua segi tiga bersudut tegak adalah tepat seperti yang diberi.



3. Lengkapkan jadual di bawah.

sin 10°	sin 20°	sin 30°	sin 40°	sin 50°	sin 60°	sin 70°	sin 80°
$\frac{RQ}{PR}$ $= \frac{1.8}{10.2}$ $= 0.1765$							$\frac{PQ}{PR}$ $= \frac{10}{10.2}$ $= 0.9804$

kos 10°	kos 20°	kos 30°	kos 40°	kos 50°	kos 60°	kos 70°	kos 80°
$\frac{PQ}{PR}$ $= \frac{10}{10.2}$ $= 0.9804$							$\frac{RQ}{PR}$ $= \frac{1.8}{10.2}$ $= 0.1765$

tan 10°	tan 20°	tan 30°	tan 40°	tan 50°	tan 60°	tan 70°	tan 80°
$\frac{RQ}{PQ}$ $= \frac{1.8}{10}$ $= 0.1800$							$\frac{PQ}{RQ}$ $= \frac{10}{1.8}$ $= 5.5556$

Perbincangan:

- Berdasarkan jadual nilai bagi nisbah trigonometri yang telah anda lengkapkan, apakah kesimpulan yang anda boleh buat?
- Apakah konjektur anda bagi
 - nilai nisbah sinus yang menghampiri 0° dan 90° ?
 - nilai nisbah kosinus yang menghampiri 0° dan 90° ?
 - nilai nisbah tangen yang menghampiri 0° dan 90° ?

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

Semakin besar saiz sudut tirus

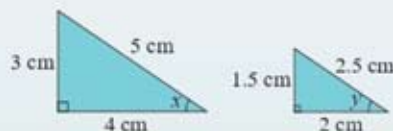
- semakin **besar** nilai sinus dan nilainya **menghampiri 1**.
- semakin **kecil** nilai kosinus dan nilainya **menghampiri sifar**.
- semakin **besar** nilai tangen.

TIP

$\sin 0^\circ = 0$	$\sin 90^\circ = 1$
$\cos 0^\circ = 1$	$\cos 90^\circ = 0$
$\tan 0^\circ = 0$	$\tan 90^\circ = \infty$

Contoh 3

Rajah di sebelah menunjukkan dua segi tiga bersudut tegak. Tentukan sama ada semua nisbah trigonometri bagi sudut x dan sudut y bernilai sama atau tidak. Nyatakan alasan untuk jawapan anda.

**Penyelesaian:**

$$\sin x = \frac{3}{5}$$

$$\cos x = \frac{4}{5}$$

$$\tan x = \frac{3}{4}$$

$$\sin y = \frac{1.5}{2.5} = \frac{3}{5}$$

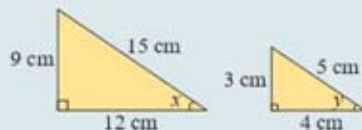
$$\cos y = \frac{2}{2.5} = \frac{4}{5}$$

$$\tan y = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4}$$

Nisbah trigonometri bagi sudut x dan sudut y adalah sama kerana panjang setiap sisi untuk kedua-dua rajah adalah berkadaran.

UJI MINDA 5.1c

- Rajah di sebelah menunjukkan dua segi tiga bersudut tegak. Tentukan sama ada semua nisbah trigonometri bagi sudut x dan sudut y bernilai sama atau tidak. Nyatakan alasan untuk jawapan anda.

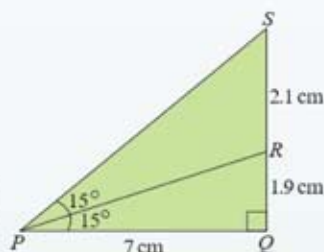


2. Rajah di sebelah menunjukkan suatu segi tiga bersudut tegak.

(a) Tentukan nisbah trigonometri bagi

- i. $\sin 15^\circ$ ii. $\cos 15^\circ$ iii. $\tan 15^\circ$
iv. $\sin 30^\circ$ v. $\cos 30^\circ$ vi. $\tan 30^\circ$

(b) Adakah pertambahan nilai nisbah trigonometri bagi sudut 15° dan sudut 30° berkadaran dengan pertambahan nilai sudutnya?



Bagaimanakah anda menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen suatu sudut tirus?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen suatu sudut tirus.

Contoh 4

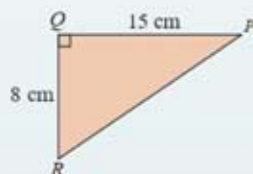
Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQR . Hitung nilai

- (a) panjang PR (b) $\sin \angle PRQ$ (c) $\cos \angle PRQ$ (d) $\tan \angle QPR$

Penyelesaian:

- (a) panjang PR (b) $\sin \angle PRQ$ (c) $\cos \angle PRQ$ (d) $\tan \angle QPR$

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{15^2 + 8^2} &= \frac{15}{17} &= \frac{8}{17} &= \frac{8}{15} \\ &= \sqrt{289} \\ &= 17 \text{ cm} \end{aligned}$$



IMBAS KEMBALI

Teorem Pythagoras



$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ a^2 &= c^2 - b^2 \\ b^2 &= c^2 - a^2 \end{aligned}$$

Contoh 5

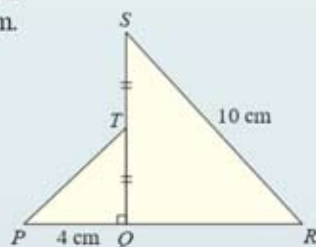
Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQT dan RQS . PQR ialah garis lurus. Diberi bahawa panjang SQ ialah 6 cm. Hitung nilai

- (a) panjang QR (b) panjang PT (c) $\sin \angle QRS$
(d) $\cos \angle TPQ$ (e) $\tan \angle PTQ$ (f) $\tan \angle QSR$

Penyelesaian:

- (a) panjang QR (b) panjang PT (c) $\sin \angle QRS$
$$\begin{aligned} QR &= \sqrt{10^2 - 6^2} & PT &= \sqrt{4^2 + 3^2} &= \frac{6}{10} \\ &= \sqrt{64} & &= \sqrt{25} &= \frac{3}{5} \\ &= 8 \text{ cm} & &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

(d) $\cos \angle TPQ$ (e) $\tan \angle PTQ$ (f) $\tan \angle QSR$
$$\begin{aligned} &= \frac{4}{5} & &= \frac{4}{3} &= \frac{8}{6} \\ & & & &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$



PERINGATAN

Nilai nisbah harus diberi dalam sebutan terendah.

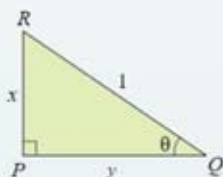
Apakah hubungan antara sinus, kosinus dan tangen?

Bagi suatu segi tiga bersudut tegak, anda ketahui bahawa;

$$\text{sinus} = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{hipotenus}}, \quad \text{kosinus} = \frac{\text{sisi bersebelahan}}{\text{hipotenus}} \quad \text{dan} \quad \text{tangen} = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{sisi bersebelahan}}$$

Tahukah anda ketiga-tiga nisbah trigonometri di atas berkaitan antara satu sama lain? Tangen ialah nisbah sinus kepada kosinus.

Teliti rajah di bawah.



Diketahui,

$$(a) \sin \theta = \frac{x}{1}$$

$$x = \sin \theta$$

$$(b) \cos \theta = \frac{y}{1}$$

$$y = \cos \theta$$

$$(c) \tan \theta = \frac{x}{y}$$

Maka,

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

SUDUT DISKUSI

Jika θ ialah $\angle QRP$, adakah nisbah $\tan \theta$ masih $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$? Bincangkan.

Contoh 6

Jika nilai $\sin \theta = 0.6$ dan $\cos \theta = 0.8$, hitung nilai $\tan \theta$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{0.6}{0.8} \\ &= \frac{3}{4} \\ &= 0.75 \end{aligned}$$

Contoh 7

Jika nilai $\sin \theta = \frac{3}{8}$ dan nilai $\tan \theta = \frac{3}{\sqrt{55}}$, hitung nilai $\cos \theta$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \frac{3}{\sqrt{55}} &= \frac{\frac{3}{8}}{\cos \theta} \\ \cos \theta &= \frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{\sqrt{55}}} \\ \cos \theta &= \frac{\sqrt{55}}{8} \end{aligned}$$

KUIZ

$$\text{Jika } \tan \theta = \frac{1}{2},$$

nyatakan nilai $\sin \theta$ dan $\cos \theta$ yang mungkin.

BIJAK MINDA

Diberi $\sin \theta = x$.
Tentukan $\cos \theta$ dan $\tan \theta$ yang mungkin.

SUDUT DISKUSI

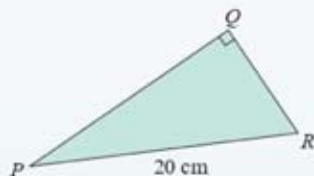
Jika $\tan \theta = 1$, apakah jenis segi tiga yang diwakili oleh sudut θ tersebut?

Contoh 8

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQR .

Diberi bahawa $PR = 20$ cm dan $\sin \angle QPR = \frac{3}{5}$. Hitung

- (a) panjang QR
(b) $\cos \angle QPR$



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a) } \sin \angle QPR &= \frac{3}{5} & \text{(b) } PQ &= \sqrt{20^2 - 12^2} \\ & & &= \sqrt{256} \\ & & &= 16 \text{ cm} \\ \frac{QR}{PR} &= \frac{3}{5} & \text{Maka, } \cos \angle QPR &= \frac{PQ}{PR} \\ \frac{QR}{20} &= \frac{3}{5} & &= \frac{16}{20} \\ QR &= \frac{3(20)}{5} & &= \frac{4}{5} \\ QR &= 12 \text{ cm} & & \end{aligned}$$

BIJAK MINDA

Diberi $\sin \theta = \frac{3}{5}$
dan panjang hipotenus
ialah 20 cm. Tentukan
 $\cos \theta$ dan $\tan \theta$.

Contoh 9

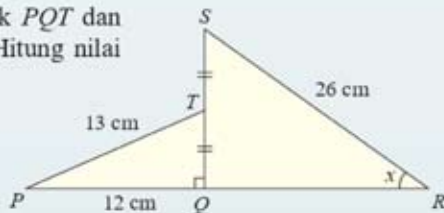
Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQT dan RQS . Diberi bahawa PQR dan STQ ialah garis lurus. Hitung nilai $\cos x$.

Penyelesaian:

$\cos x = \frac{RQ}{SR}$ → Tentukan nilai RQ terlebih dahulu

$$\begin{aligned} TQ &= \sqrt{13^2 - 12^2} & ; & \quad SQ = 2TQ & ; & \quad RQ = \sqrt{26^2 - 10^2} \\ &= \sqrt{25} & & = 2(5) & & = \sqrt{576} \\ TQ &= 5 \text{ cm} & \quad SQ &= 10 \text{ cm} & & = 24 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka, } \cos x &= \frac{RQ}{SR} \\ &= \frac{24}{26} \\ &= \frac{12}{13} \end{aligned}$$

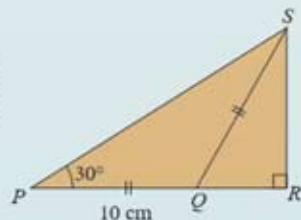


SUDUT DISKUSI

Diberi hipotenus suatu
segi tiga bersudut tegak
ialah $\sqrt{8}$ cm. Tentukan
 $\tan \theta$ jika $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Contoh 10

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PRS . Diberi bahawa PQR ialah garis lurus dan $\cos 60^\circ = 0.5$. Hitung panjang PS . Nyatakan jawapan betul kepada dua tempat perpuluhan.



Memahami masalah

Menghitung panjang PS iaitu hipotenus bagi $\triangle PRS$.

Merancang strategi

- $PS = \sqrt{PR^2 + SR^2}$
- SR dan QR boleh dihitung jika $\angle SQR$ atau $\angle QSR$ diketahui.
- Mengenal pasti kedudukan kos 60° .

Membuat kesimpulan

$PS = 17.32 \text{ cm}$ (2 t.p.)

Melaksanakan strategi

- $\angle QSP = \angle QPS = 30^\circ$
maka, $\angle PQS = 180 - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

- $\angle SQR = 180^\circ - \angle PQS$
 $\angle SQR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

- Diberi bahawa kos $60^\circ = 0.5$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{QR}{10} = \frac{1}{2}$$

$$QR = \frac{10(1)}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$SR = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \text{ cm}$$

Maka,

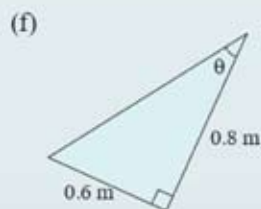
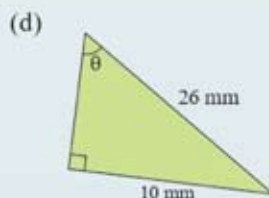
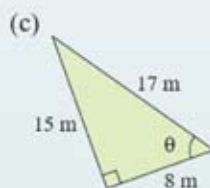
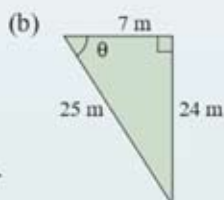
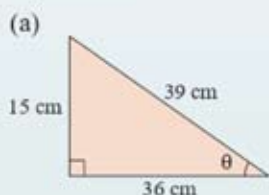
$$PS = \sqrt{SR^2 + PR^2}$$

$$PS = \sqrt{(\sqrt{75})^2 + 15^2}$$

$$PS = 17.32 \text{ cm}$$

UJI MINDA 5.1d

1. Hitung nilai $\sin \theta$, $\cos \theta$ dan $\tan \theta$ bagi setiap segi tiga bersudut tegak berikut.


IMBAS KEMBALI

Trirangkap Pythagoras

A	B	C
3	4	5
5	12	13
6	8	10
8	15	17
7	24	25
9	40	41

2. Hitung nilai x tanpa melukis sebarang segi tiga bersudut tegak atau menggunakan teorem Pythagoras atau dengan menggunakan kalkulator.

(a) $\sin \theta = \frac{1}{2}$, $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan \theta = x$

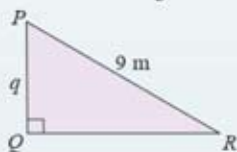
(b) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos \theta = x$, $\tan \theta = 1$

(c) $\sin \theta = x$, $\cos \theta = \frac{5}{8}$, $\tan \theta = \frac{\sqrt{39}}{5}$

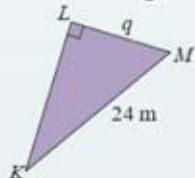
(d) $\sin \theta = \frac{7}{9}$, $\cos \theta = x$, $\tan \theta = \frac{7}{4\sqrt{2}}$

3. Tentukan panjang sisi q untuk setiap segi tiga bersudut tegak berikut.

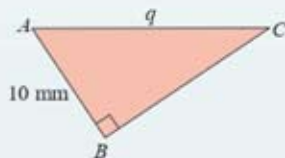
(a) $\sin \angle QRP = \frac{1}{3}$



(b) $\sin \angle LKM = \frac{7}{8}$

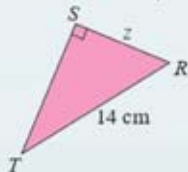


(c) $\sin \angle ACB = \frac{2}{5}$

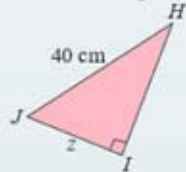


4. Tentukan panjang sisi z untuk setiap segi tiga bersudut tegak berikut.

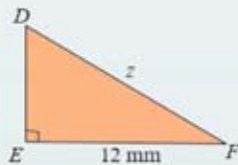
(a) $\cos \angle SRT = \frac{5}{7}$



(b) $\cos \angle HJI = \frac{3}{8}$

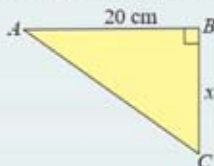


(c) $\cos \angle DFE = 0.4$

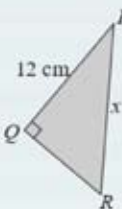


5. Hitung nilai x bagi setiap segi tiga bersudut tegak berikut.

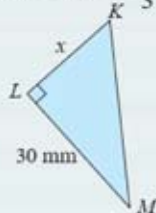
(a) $\tan \angle BAC = 0.9$



(b) $\tan \angle PRQ = \frac{3}{4}$



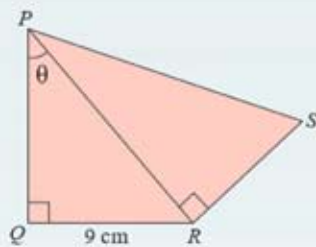
(c) $\tan \angle LKM = \frac{10}{3}$



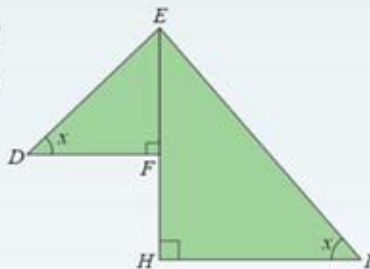
6. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQR dan PRS . Diberi bahawa $\tan \theta = \frac{3}{4}$ dan $PS = \frac{5}{3} PR$. Hitung panjang, dalam cm,

(a) PR

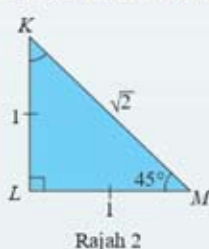
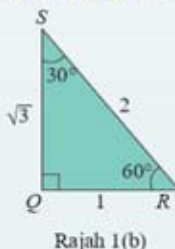
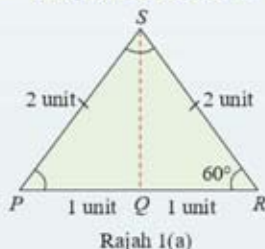
(b) RS



7. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak DFE dan EHI . Jika $\tan x = \frac{5}{7}$, panjang $DF = 21$ cm dan nisbah panjang $EF : EH = 1 : 2$, tentukan panjang EI dalam cm.



Bagaimanakah anda menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen sudut 30° , 45° dan 60° tanpa menggunakan kalkulator?



STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen sudut 30° , 45° dan 60° tanpa menggunakan kalkulator.

TIP

$$\begin{aligned} QS &= \sqrt{2^2 - 1^2} \\ QS &= \sqrt{3} \\ KM &= \sqrt{1^2 + 1^2} \\ KM &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Rajah 1(b) di atas merupakan separuh daripada segi tiga sama sisi PRS dengan panjang sisi PQR ialah 2 unit. Rajah 2 menunjukkan segi tiga sama kaki KLM .

Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi nisbah trigonometri bagi sudut 30° , 45° dan 60° yang boleh dihitung tanpa menggunakan kalkulator, berdasarkan Rajah 1(b) dan Rajah 2.

Sudut Nisbah	30°	60°	45°
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\tan \theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1

BULETIN

Surd ialah nombor tak nisbah dalam bentuk punca kuasa seperti $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ dan $\sqrt{17}$. $\sqrt{3}$ dibaca sebagai surd tiga.

Contoh 11

Hitung nilai berikut tanpa menggunakan kalkulator.

- (a) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$ (b) $3 \cos 30^\circ - 2 \sin 60^\circ$ (c) $2 \tan 45^\circ - 2 \cos 60^\circ$
 (d) $(2 \sin 60^\circ)(4 \cos 30^\circ) - 4 \tan 60^\circ$ (e) $(3 \tan 30^\circ)(4 \sin 60^\circ) + 4 \sin 45^\circ$

Penyelesaian:

(a) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

(b) $3 \cos 30^\circ - 2 \sin 60^\circ$

$$\begin{aligned} &= 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

(c) $2 \tan 45^\circ - 2 \cos 60^\circ$

$$\begin{aligned} &= 2(1) - 2\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

(d) $(2 \sin 60^\circ)(4 \cos 30^\circ) - 4 \tan 60^\circ$

$$\begin{aligned} &= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(4\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4\sqrt{3} \\ &= (\sqrt{3})(2)(\sqrt{3}) - 4\sqrt{3} \\ &= 2(3) - 4\sqrt{3} \\ &= 6 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

(e) $(3 \tan 30^\circ)(4 \sin 60^\circ) + 4 \sin 45^\circ$

$$\begin{aligned} &= 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(4\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{6}{1} + \frac{4}{\sqrt{2}} \\ &= 6 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

TIP

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \times \sqrt{2} &= \sqrt{2 \times 2} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

1. Tentukan nilai-nilai berikut tanpa menggunakan kalkulator.

- (a) $2 \cos 60^\circ + \tan 45^\circ$ (b) $3 \cos 60^\circ + 2 \tan 45^\circ$ (c) $2 \tan 45^\circ + \cos 60^\circ$
 (d) $3 \sin 30^\circ - 2 \cos 60^\circ$ (e) $2 \sin 30^\circ - 3 \cos 60^\circ$ (f) $4 \tan 45^\circ - 2 \cos 60^\circ$
 (g) $(2 \sin 60^\circ)(3 \cos 60^\circ) + 3 \tan 30^\circ$ (h) $(3 \tan 45^\circ)(4 \sin 60^\circ) - (2 \cos 30^\circ)(3 \sin 30^\circ)$
 (i) $4 \tan 45^\circ + (2 \sin 45^\circ)(6 \cos 45^\circ)$ (j) $(5 \tan 60^\circ)(2 \sin 60^\circ) - (3 \sin 45^\circ)(4 \cos 45^\circ)$

Apakah unit ukuran bagi sudut?

Sudut diukur dalam unit darjah ($^\circ$). Sudut juga boleh dinyatakan dalam unit darjah ($^\circ$), minit ($'$) dan saat ($''$) iaitu,

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

Contoh 12

- (a) Tukarkan 30.2° kepada unit darjah dan minit. (b) Tukarkan nilai sudut $43^\circ 30'$ kepada darjah.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 30.2^\circ &= 30^\circ + 0.2^\circ \\ &= 30^\circ + (0.2 \times 60)'' \\ &= 30^\circ + 12' \\ &= 30^\circ 12' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 43^\circ 30' &= 43^\circ + 30' \\ &= 43^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ \\ &= 43^\circ + 0.5^\circ \\ &= 43.5^\circ \end{aligned}$$

1. Tukarkan setiap sudut berikut dalam unit darjah dan minit.

- (a) 37.80° (b) 74.6° (c) 58.1° (d) 60.2°
 (e) 41.5° (f) 16.9° (g) 5.4° (h) 72.3°

2. Nyatakan setiap nilai sudut berikut dalam unit darjah.

- (a) $65^\circ 54'$ (b) $47^\circ 42'$ (c) $18^\circ 12'$ (d) $69^\circ 24'$
 (e) $70^\circ 6'$ (f) $36^\circ 36'$ (g) $35^\circ 30'$ (h) $20^\circ 18'$

Bagaimanakah anda menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen?

Tahukah anda kalkulator saintifik boleh digunakan untuk menentukan nilai suatu sudut bagi nisbah trigonometri?

STANDARD PEMBELAJARAN

Melakukan pengiraan yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen.

Contoh 13

Gunakan kalkulator saintifik untuk menentukan nilai-nilai berikut kepada empat tempat perpuluhan.

- (a) $\sin 45^\circ 6'$ (b) $\cos 20.7^\circ$ (c) $\tan 64^\circ 12'$

Penyelesaian:

(a) $\sin 45^\circ 6' = 0.7083$

PINTAR JARI  $\sin 45^\circ 6' = 0.7083398377$

(b) $\cos 20.7^\circ = 0.9354$

PINTAR JARI  $\cos 20.7^\circ = 0.9354440308$

(c) $\tan 64^\circ 12' = 2.0686$

PINTAR JARI  $\tan 64^\circ 12' = 2.068599355$

BULETIN

Butang  hanya perlu ditekan apabila soalan diberikan dalam unit darjah dan minit.

UJI MINDA **5.1g**

1. Gunakan kalkulator saintifik untuk menentukan nilai setiap berikut kepada empat tempat perpuluhan.

(a) $\sin 44^\circ$ (b) $\cos 73.5^\circ$ (c) $\tan 69.5^\circ$ (d) $\sin 51^\circ 24'$ (e) $\cos 30^\circ 21'$ (f) $\tan 56^\circ 24'$

 Bagaimanakah anda mengira saiz sudut dengan menggunakan nisbah trigonometri sinus, kosinus dan tangen?

Jika nilai nisbah trigonometri diberi, anda boleh menggunakan kalkulator saintifik untuk menentukan saiz sudut yang berkaitan.

Contoh 14

Gunakan kalkulator saintifik untuk mengira nilai-nilai x berikut.

(a) $\sin x = 0.8377$ (b) $\cos x = 0.7021$ (c) $\tan x = 2.4876$

Penyelesaian:

(a) $\sin x = 0.8377$

$x = \sin^{-1} 0.8377$

$x = 56.9^\circ$  Jawapan dalam unit darjah.

$x = 56^\circ 54'$  Jawapan dalam unit darjah dan minit.

PERINGATAN

Jika unit saat bernilai $30''$ atau lebih, unit minit akan ditambah $1'$.

PINTAR JARI  $\text{shift} \sin 0.8377 = 56.98803635^\circ 52.93''$

$52.93''$ menunjukkan nilai dalam unit saat. Ikuti langkah-langkah berikut untuk membundarkan jawapan kepada unit minit terdekat.

$$\begin{array}{r} 56^\circ 53' 52.93'' \\ +1' > 30'' \\ \hline = 56^\circ 54' \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \cos x &= 0.7021 \\ x &= \cos^{-1} 0.7021 \\ x &= 45.4^\circ \\ x &= 45^\circ 24' \end{aligned}$$

PINTAR JARI shift kos 0 . 7 0 2 1 = 45.40426695 $\rightarrow$ 45° 24' 15.37"

$$\begin{aligned} \text{(c) } \tan x &= 2.4876 \\ x &= \tan^{-1} 2.4876 \\ x &= 68.1^\circ \\ x &= 68^\circ 6' \end{aligned}$$

PINTAR JARI shift tan 2 . 4 8 7 6 = 68.10017426 $\rightarrow$ 68° 6' 0.63"

UJI MINDA 5.1h

1. Dengan menggunakan kalkulator saintifik, hitung nilai x berikut.

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (a) $\tan x = 0.2162$ | (b) $\cos x = 0.5878$ | (c) $\sin x = 0.4062$ | (d) $\sin x = 0.9121$ |
| (e) $\cos x = 0.9686$ | (f) $\tan x = 3.8027$ | (g) $\cos x = 0.5604$ | (h) $\sin x = 0.1521$ |
| (i) $\tan x = 0.7199$ | (j) $\sin x = 0.9792$ | (k) $\tan x = 1.0088$ | (l) $\cos x = 0.099$ |

Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen?

STANDARD PEMBELAJARAN

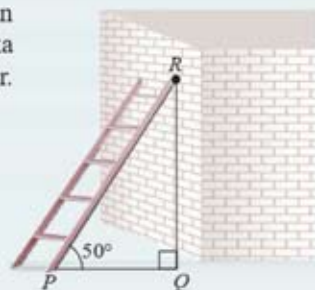
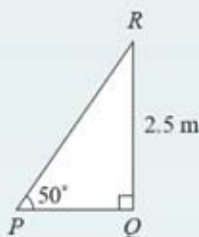
Menyelesaikan masalah yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen.

Contoh 15

Gambar rajah di sebelah menunjukkan satu tangga yang disandarkan pada dinding. Ia membentuk suatu segi tiga bersudut tegak PQR . Jika tinggi QR ialah 2.5 m, hitungkan panjang tangga, PR dalam meter. (Nyatakan jawapan betul kepada dua tempat perpuluhan).

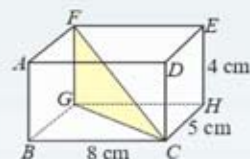
Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \sin 50^\circ &= \frac{QR}{PR} \\ \sin 50^\circ &= \frac{2.5}{PR} \\ PR &= \frac{2.5}{\sin 50^\circ} \\ PR &= 3.26 \text{ m (2 t.p.)} \end{aligned}$$



Contoh 16

Rajah di sebelah menunjukkan kuboid $ABCDEFGH$. Diberi bahawa $BC = 8$ cm, $CH = 5$ cm dan tinggi $HE = 4$ cm. Jika segi tiga bersudut tegak FGC dibentuk dalam kuboid, hitung nilai $\angle FCG$.



Memahami masalah

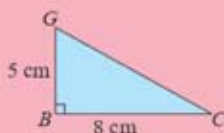
$\angle FCG$ boleh dihitung jika dua daripada mana-mana sisi CG , CF atau FG diketahui.

Merancang strategi

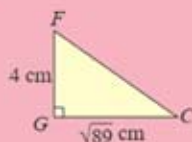
- $FG = EH$
- Panjang CG lebih mudah dihitung berbanding panjang CF .
- $\tan \angle FCG = \frac{FG}{CG}$

Melaksanakan strategi

- $FG = EH$
Maka,
 $FG = 4 \text{ cm}$



$$\begin{aligned} CG &= \sqrt{BC^2 + BG^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 5^2} \\ CG &= \sqrt{89} \end{aligned}$$



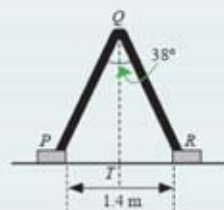
$$\begin{aligned} \tan \angle FCG &= \frac{4}{\sqrt{89}} \\ \angle FCG &= \tan^{-1} \frac{4}{\sqrt{89}} \\ \angle FCG &= 22.98^\circ \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

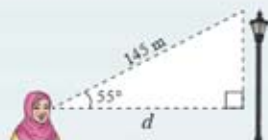
$$\begin{aligned} \angle FCG &= 22.98^\circ \\ \text{atau} \\ \angle FCG &= 22^\circ 59' \end{aligned}$$

UJI MINDA 5.1i

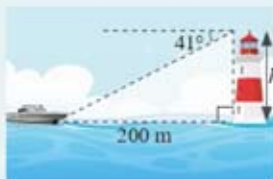
- Sebuah tangga lipat yang diletakkan di atas lantai membentuk segi tiga sama kaki PQR seperti dalam rajah di sebelah. Diberi bahawa T ialah titik tengah PR , $\angle PQR = 38^\circ$ dan panjang $PR = 1.4 \text{ m}$. Hitungkan panjang PQ , betul kepada dua tempat perpuluhan.



- Rajah di sebelah menunjukkan Aisyah yang sedang memerhatikan sebatang tiang lampu. Diberi bahawa sudut dongak hujung tiang lampu dari penglihatan Aisyah ialah 55° dan jarak di antara mata Aisyah dengan hujung tiang lampu ialah 145 meter. Hitung jarak mengufuk, d dalam meter. Nyatakan jawapan betul kepada tiga angka bererti.

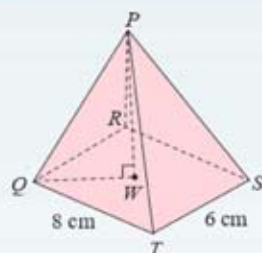


- Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan sebuah kapal dan rumah api. Diberi bahawa sudut tunduk kapal dari rumah api ialah 41° dan jarak mengufuk di antara rumah api dengan kapal ialah 200 m. Hitung tinggi rumah api, h dalam meter. Nyatakan jawapan betul kepada empat angka bererti.



- Sebuah piramid tegak $PQRST$ mempunyai tapak segi empat tepat $QRST$. Diberi bahawa W ialah titik tengah QS dan RT . Panjang $QT = 8 \text{ cm}$, $TS = 6 \text{ cm}$ dan titik P terletak tegak di atas titik W . Hitung

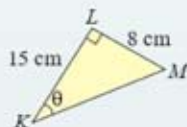
- panjang PT , dalam cm, jika $PW = 12 \text{ cm}$
- nilai $\angle PTR$



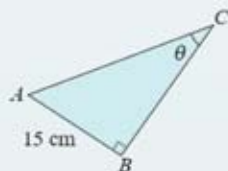


Uji Diri

1. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak KLM . Hitung
(a) θ dalam darjah dan minit. (b) $\sin(90^\circ - \theta)$ (c) $\cos(90^\circ - \theta)$

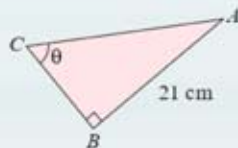


2. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak ABC . Diberi bahawa $\tan \theta = \frac{5}{12}$. Hitung



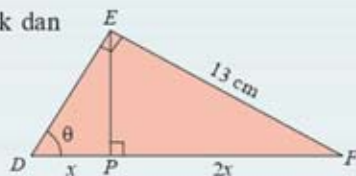
- (a) panjang AC , dalam cm
(b) nilai $\tan(90^\circ - \theta)$
(c) θ dalam darjah betul kepada tiga angka bererti

3. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak ABC . Diberi bahawa $AB = 21$ cm dan $\sin \theta = \frac{7}{9}$. Hitung



- (a) panjang AC dalam cm
(b) nilai $\angle BAC$. Nyatakan jawapan anda dalam darjah terdekat

4. Dalam rajah di sebelah, DEF ialah segi tiga bersudut tegak dan DPF ialah garis lurus. Diberi $PE = 5$ cm. Hitung nilai



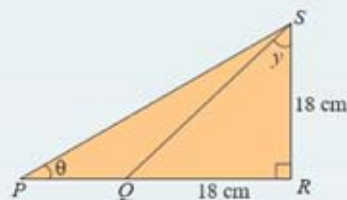
- (a) x dalam cm
(b) θ dalam darjah dan minit

Mahir Diri

1. Hitung nilai operasi berikut tanpa menggunakan kalkulator.
(a) $8 \sin 60^\circ - 3 \tan 60^\circ$ (b) $(\tan 30^\circ)(2 \cos 30^\circ) + 6 \sin 30^\circ$
(c) $(8 \cos 45^\circ)(\sin 60^\circ) + (8 \sin 45^\circ)(\cos 30^\circ)$

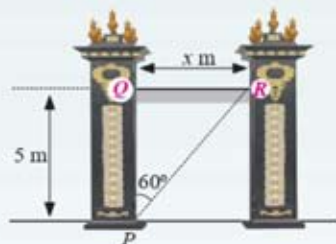
2. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PRS .

PQR ialah garis lurus. Diberi bahawa $QR = RS = 18$ cm dan $\tan \theta = \frac{3}{5}$. Hitung



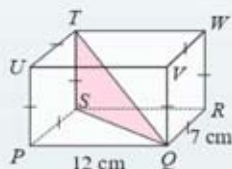
- (a) panjang PQ , dalam cm
(b) panjang PS , dalam cm, betul kepada integer terdekat
(c) nilai y

3. Sebuah pintu gerbang mempunyai dua tiang mercu yang dihubungkan dengan satu jambatan mengufuk dengan jarak x meter. Jika tinggi tegak jambatan dari permukaan tanah ialah 5 m dan sudut di antara tiang PQ dengan garis condong PR ialah 60° , tentukan nilai x , dalam meter.

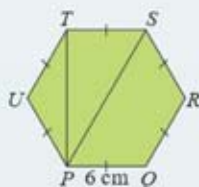


Masteri Kendiri

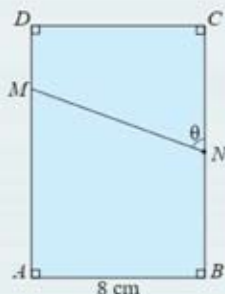
- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah kuboid $PQRSTUW$. $QRWV$ dan $PSTU$ ialah segi empat sama. Diberi bahawa $PQ = 12$ cm dan $QR = 7$ cm. Hitung
 - $\tan \angle PQS$
 - panjang TQ , dalam cm, betul kepada empat angka bererti
 - nilai $\angle SQT$, dalam darjah dan minit



- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah heksagon sekata $PQRSTU$ bersisi 6 cm. Hitung
 - $\angle PTS$
 - $\angle TPS$
 - panjang TP , dalam cm, betul kepada tiga angka bererti
 - nisbah luas $\triangle PTU$ kepada luas $\triangle PTS$



- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi empat tepat $ABCD$. Diberi bahawa $AB = 8$ cm, $BC = 2AB$ dan N ialah titik tengah BC .
 - Jika $MD = \frac{1}{4}AD$, hitungkan panjang MN , dalam cm. Nyatakan jawapan anda dalam bentuk surd
 - Hitung nilai θ , dalam darjah dan minit
 - Shahril menyatakan bahawa nisbah luas trapezium $CDMN$ kepada luas trapezium $ABNM$ ialah 1 : 2. Adakah pernyataan Shahril benar? Nyatakan alasan untuk jawapan anda.

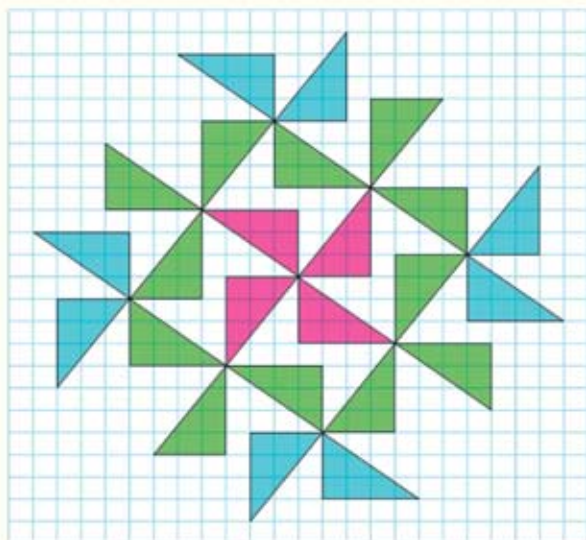


PROJEK

Bahan: Kertas grid 0.5 cm $\times$ 0.5 cm, pensel, pembaris dan pensel warna.

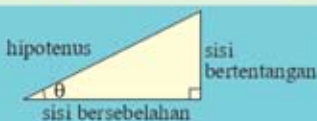
Langkah:

- Mulakan dengan melukis suatu bentuk gabungan segi tiga bersudut tegak (warna merah jambu).
- Sambungkan setiap bucu gabungan asal dengan segi tiga bersudut tegak (warna hijau).
- Teruskan corak yang didapati pada langkah 2 sebanyak yang mungkin.
- Warnakan hasil kerja anda dan pameran di kelas.
- Kumpulan lain digalakkan untuk menggunakan segi tiga bersudut tegak yang berlainan saiz sebagai permulaan corak.





PETA KONSEP



Nisbah trigonometri

Nisbah sinus

$$\sin \theta = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{hipotenus}}$$

Nisbah kosinus

$$\cos \theta = \frac{\text{sisi bersebelahan}}{\text{hipotenus}}$$

Nisbah tangen

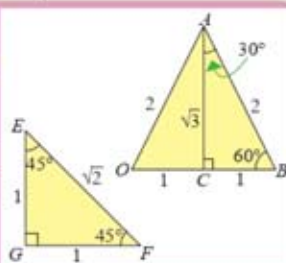
$$\tan \theta = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{sisi bersebelahan}}$$

Apabila saiz bagi satu sudut tirus, θ bertambah

- nilai bagi $\tan \theta$ dan $\sin \theta$ bertambah
- nilai bagi $\cos \theta$ berkurang

Menentukan nilai sudut bagi sinus, kosinus dan tangen

θ	Sudut khas		
	30°	45°	60°
$\tan \theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$



θ°	0°	90°
$\sin \theta$	0	1
$\cos \theta$	1	0
$\tan \theta$	0	∞

(IMBAS KENDIRI)

Pada akhir bab ini, saya dapat:



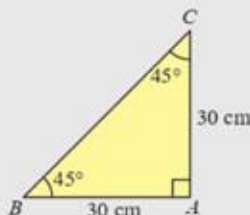
1. Mengenal pasti sisi bertentangan dan sisi bersebelahan berdasarkan suatu sudut tirus dalam segi tiga bersudut tegak.
2. Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan antara sudut tirus dan nisbah sisi segi tiga bersudut tegak, dan seterusnya mentakrifkan sinus, kosinus dan tangen.
3. Membuat dan menentusahkan konjektur tentang kesan perubahan saiz sudut terhadap nilai sinus, kosinus dan tangen.
4. Menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen suatu sudut tirus.
5. Menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen sudut 30° , 45° dan 60° tanpa menggunakan kalkulator.
6. Melakukan pengiraan yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen.
7. Menyelesaikan masalah yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen.

JELAJAH MATEMATIK

Bagi mengukur ketinggian suatu tiang, kaedah seperti berikut boleh digunakan.

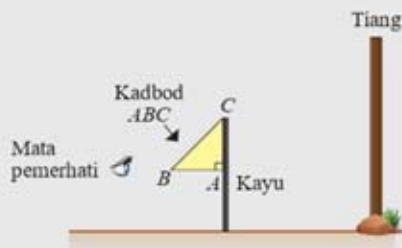
Langkah 1

Ambil suatu kadbod dan lukis segi tiga bersudut tegak ABC seperti rajah di sebelah dengan $AB = AC = 30$ cm.



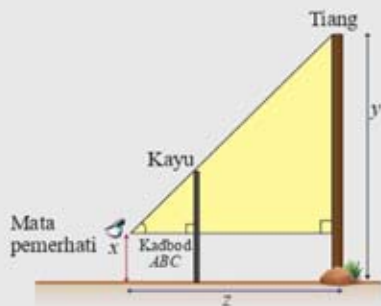
Langkah 2

$\angle ABC = \angle BCA = 45^\circ$. Potong segi tiga dan aturkan dengan sebatang rod kayu relatif kepada tiang yang akan diukur.



Langkah 3

Pastikan aras mata dari sisi sudut ABC selaras dengan puncak tiang seperti di sebelah. Gunakan kayu tersebut untuk memastikan kedudukan segi tiga ABC adalah tegak.



Langkah 4

Jika x mewakili ketinggian aras mata dari permukaan tanah, y mewakili ketinggian tiang serta z mewakili jarak di antara pemerhati dengan tiang maka,

$$\tan 45^\circ = \frac{y - x}{z}$$

$$y = z \tan 45^\circ + x$$

Tinggi tiang boleh diperoleh dengan mudah tanpa sebarang keperluan untuk mengukur tiang itu sendiri.