



Ciri-ciri graf taburan normal

Daripada taburan binomial yang telah anda pelajari, didapati bahawa bilangan sampel yang dipilih lazimnya tidak besar. Pertimbangkan situasi yang berikut:

Jika suatu sampel n menjadi besar, misalnya $n > 30$ dan $p = 0.5$, apakah yang akan berlaku pada pengiraan menggunakan taburan binomial?

Jika suatu sampel n menjadi besar, pengiraan akan menjadi rumit dan nilai tidak boleh diperoleh daripada jadual binomial. Maka, apabila suatu sampel n menjadi besar, kita boleh menganggarkan jawapan menggunakan taburan normal.

Berikut merupakan syarat yang boleh digunakan untuk menentukan sama ada n adalah cukup besar atau tidak.

- $np \geq 10$, dengan keadaan p ialah kebarangkalian 'kejayaan'.
- $n(1 - p) \geq 10$, dengan keadaan $(1 - p)$ ialah kebarangkalian 'kegagalan'.

Secara amnya,

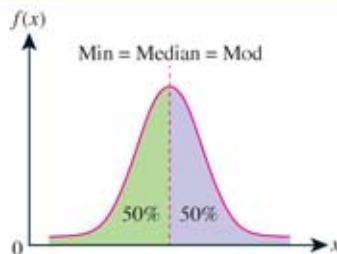
Taburan normal ialah satu fungsi kebarangkalian bagi suatu pemboleh ubah rawak selanjar. Taburan adalah bersimetri dengan kebanyakan data terkumpul di bahagian tengah, iaitu berhampiran dengan min. Kebarangkalian bagi data pula semakin berkurang apabila menjauhi min pada kedua-dua arah.

Rajah di sebelah menunjukkan graf bagi fungsi taburan normal. Berdasarkan rajah, didapati bahawa:

- Min = Median = Mod
- Graf bersimetri pada pusat taburan normal.
- 50% daripada nilai data kurang daripada min dan 50% daripada nilai data lebih daripada min.

Ciri-ciri penting bagi graf fungsi taburan normal adalah seperti yang berikut:

- Lengkung berbentuk loceng dan bersimetri pada garis tegak yang melalui min, μ .
- Lengkung mempunyai nilai maksimum pada paksi simetri, $X = \mu$.
- Min, μ membahagikan luas rantau di bawah graf kepada dua bahagian yang sama.
- Kedua-dua hujung lengkung graf melanjut secara tidak terhingga tanpa menyentuh paksi- x .
- Jumlah luas di bawah graf yang bersamaan dengan jumlah kebarangkalian bagi semua kesudahan ialah 1 unit².

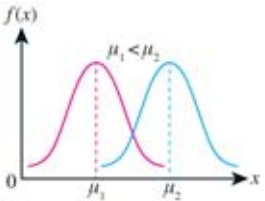
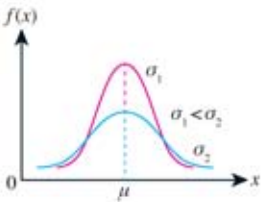


Secara amnya, tatatanda taburan normal bagi pemboleh ubah X ditulis sebagai $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

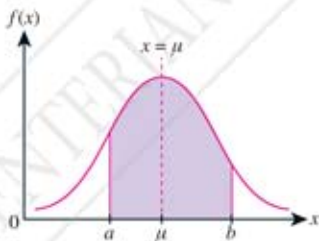
Kuiz Pantas

Berikan empat contoh fenomena semula jadi yang boleh diwakilkan oleh taburan normal.

Walaupun graf fungsi taburan normal mempunyai bentuk yang serupa, namun kedudukan dan kelebaran graf bergantung kepada nilai min, μ dan sisihan piawai, σ . Jadual di bawah menunjukkan perubahan bentuk dan kedudukan graf taburan normal apabila nilai μ dan σ berubah.

	Perubahan bentuk dan kedudukan graf taburan normal
$\mu_1 < \mu_2$ 	- Bentuk graf tidak berubah. - Paksi simetri pada min, μ bergerak mengikut nilai μ jika sisihan piawai, σ adalah malar. - Semakin besar nilai min, semakin ke kanan kedudukan graf itu.
$\sigma_1 < \sigma_2$ 	- Sisihan piawai mempengaruhi ketinggian dan kelebaran graf tetapi kedudukan graf tidak berubah. - Semakin besar nilai sisihan piawai, σ, semakin besar serakan taburan normal daripada nilai min, μ. - Ketinggian graf bertambah apabila nilai sisihan piawai, σ berkurang jika min, μ adalah malar.

Perhatikan graf taburan normal di bawah.



Luas di bawah graf bagi nilai X dari a hingga b mewakili kebarangkalian X berlaku untuk nilai X dari a hingga b dan ditulis sebagai:

$$P(a < X < b) = P(a \leq X \leq b)$$

Didapati bahawa kedua-dua kebarangkalian di atas adalah sama kerana fungsi taburan normal adalah selangar.

Kuiz Pantas

Apakah yang akan terjadi kepada taburan binomial apabila $n \rightarrow \infty$?
 Imbas kod QR atau layari pautan di bawah untuk menerokanya.

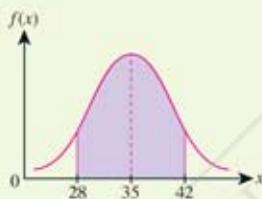


ggbm.at/dkdsrnu

Contoh 14

Rajah di sebelah menunjukkan graf bagi fungsi taburan normal yang bersimetri pada $X = 35$.

- Nyatakan nilai min, μ .
- Ungkapkan rantau berlorek dalam tatatanda kebarangkalian.
- Jika kebarangkalian rantau berlorek ialah 0.64, cari $P(X < 28)$.

**Penyelesaian**

- $\mu = 35$
- $P(28 < X < 42)$
- Oleh sebab graf bersimetri pada $X = 35$ serta $X = 28$ dan $X = 42$ masing-masing ialah 7 unit di sebelah kiri dan kanan min, maka

$$P(X < 28) = P(X > 42)$$

$$= \frac{1 - 0.64}{2}$$

$$= 0.18$$

Sudut Informasi

Luas di bawah graf mewakili kebarangkalian bagi taburan normal, iaitu:

$$P(-\infty < X < \infty) = 1$$

Contoh 15

Suatu pemboleh ubah rawak selangar $X \sim N(2.3, 0.16)$. Nyatakan min, μ dan sisihan piawai, σ bagi taburan ini.

Penyelesaian

Diberi $X \sim N(2.3, 0.16)$

Maka,

$$\text{Min, } \mu = 2.3$$

$$\text{Sisihan piawai, } \sigma = \sqrt{0.16}$$

$$\sigma = 0.4$$

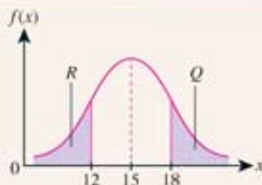
Tip Pintar

Tatatanda pemboleh ubah X bertaburan normal boleh ditulis sebagai $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Latihan Kendiri 5.10

1. Rajah di sebelah menunjukkan graf taburan normal bagi pemboleh ubah rawak selangar X .

- Nyatakan min bagi X .
- Ungkapkan rantau berlorek Q dan R dalam tatatanda kebarangkalian.
- Jika $P(X < 18) = 0.7635$, cari $P(X > 18)$ dan $P(15 < X < 18)$.



2. Suatu pemboleh ubah rawak selangar $X \sim N(\mu, 16)$ dan bersimetri pada $X = 12$.

- Nyatakan nilai μ .
- Lakar graf taburan normal itu dan lorekkan rantau yang mewakili $P(10 < X < 15)$.

Variasi rawak dan hukum bilangan besar

Apabila satu eksperimen yang sama diulang banyak kali, keputusan puratanya akan menumpu kepada keputusan yang dijangka. Dalam hal ini, **variasi rawak** menjadi semakin kecil dengan pertambahan bilangan kali eksperimen. Situasi ini dikenali sebagai **hukum bilangan besar**.

Pertimbangkan sekeping duit syiling yang dilambungkan sebanyak 10 kali. Kesudahan yang mungkin diperoleh ialah memperoleh 7 kali gambar walaupun jangkaan hanya memperoleh 5 kali gambar. Namun, jika duit syiling itu dilambungkan sebanyak 10 000 kali, kemungkinan besar bilangan kali gambar yang diperoleh akan menghampiri 5 000 kali, iaitu tidak mungkin memperoleh 7 000 kali.

Secara amnya,

Semakin besar saiz suatu sampel, semakin kecil variasi rawak. Jadi, nilai anggaran suatu parameter menjadi lebih konsisten.

Lakukan aktiviti penerokaan di bawah untuk meneroka hukum bilangan besar.

Aktiviti Penerokaan 6 Berkumpulan PAK-21

Tujuan: Meneroka hukum bilangan besar apabila saiz suatu sampel semakin besar

Langkah:

1. Sediakan sekeping duit syiling dan bina satu jadual untuk mengisi kesudahan bagi 30 lambungan seperti yang ditunjukkan dalam jadual di bawah.

Bilangan percubaan, n	Kesudahan, G atau A	Min percubaan kumulatif mendapat G, μ'
1	Contoh: G	Mendapat satu gambar daripada satu percubaan: $\frac{1}{1} = 1$
2	Contoh: A	Mendapat satu gambar daripada dua percubaan: $\frac{1}{2} = 0.5$
3	Contoh: G	Mendapat dua gambar daripada tiga percubaan: $\frac{2}{3} = 0.67$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
30		

2. Lambungkan duit syiling satu kali. Kemudian, catatkan dalam jadual sama ada anda memperoleh kesudahan gambar (G) atau angka (A).
3. Hitung min memperoleh kesudahan gambar (G) dengan menggunakan rumus yang berikut.

$$\text{Min} = \frac{\text{Bilangan kesudahan kumulatif } G \text{ yang diperoleh dari } n = 1 \text{ hingga } n \text{ semasa}}{\text{Bilangan percubaan } n \text{ semasa}}$$

GALERI SEJARAH

Abraham de Moivre merupakan seorang ahli matematik yang dapat menyelesaikan masalah apabila suatu sampel menjadi sangat besar. Beliau telah memperkenalkan taburan normal berdasarkan konsep hukum bilangan besar.

BAB

5

4. Dengan mengisi kesudahan yang diperoleh dalam lajur kedua jadual, lambungan ini diteruskan sehingga $n = 30$ dan hitung min memperoleh kesudahan gambar (G) selepas setiap lambungan dilakukan seperti contoh yang ditunjukkan dalam jadual.
5. Kemudian, jawab soalan-soalan yang berikut:
 - (a) Apakah yang berlaku kepada nilai min percubaan apabila bilangan percubaan semakin bertambah?
 - (b) Diketahui bahawa nilai min teori, μ ialah 0.5. Adakah nilai min percubaan menghampiri nilai min teori? Jelaskan.
 - (c) Daripada jadual, lukis graf nilai min percubaan, μ' melawan bilangan percubaan, n . Pada graf yang sama, lukis garis lurus yang mewakili min teori, μ , iaitu 0.5.
 - (d) Berdasarkan graf yang dibina, bandingkan nilai min percubaan, μ' yang anda peroleh selepas 30 lambungan dengan nilai min teori, μ .
6. Setiap wakil kumpulan bergerak ke kumpulan yang lain dan bentangkan hasil kumpulan masing-masing.

Hasil daripada Aktiviti Penerokaan 6, didapati bahawa semakin besar nilai n , semakin rendah variasi rawak terhadap nilai min. Hal ini bermaksud kecenderungan nilai min percubaan tersisih secara rawak daripada nilai min teori adalah berkurangan. Nilai min percubaan dikatakan semakin menghampiri nilai min teori.

Secara amnya,

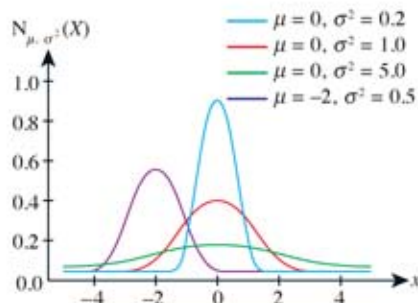
Hukum bilangan besar menyatakan bahawa semakin besar saiz suatu sampel, nilai min percubaan semakin menghampiri nilai min teori bagi suatu populasi.



Taburan normal piawai

Rajah di sebelah menunjukkan empat lengkung dengan taburan normal. Bolehkah semua taburan normal itu diapiawaikan supaya kita dapat membuat perbandingan antara satu sama lain?

Taburan normal piawai ditakrifkan sebagai satu taburan normal dengan min dan sisihan piawai masing-masing ialah 0 dan 1. Berdasarkan rajah di sebelah, lengkung berwarna merah ialah taburan normal piawai kerana min ialah 0 dan sisihan piawai ialah 1.

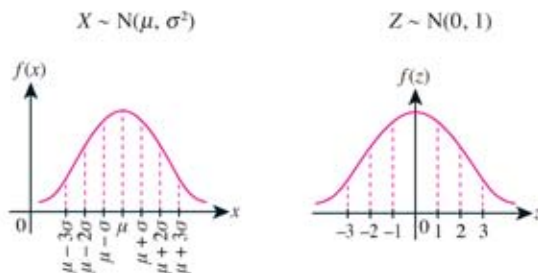


Taburan normal piawai menjadi satu lengkung piawai untuk tujuan perbandingan ke atas semua pemboleh ubah yang bertaburan secara normal dengan menukarkan semua skornya kepada skala yang sama. Semua taburan normal boleh ditukarkan kepada taburan normal piawai dengan min 0 dan sisihan piawai 1. Maka, suatu pemboleh ubah rawak selangar $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ dengan min μ dan sisihan piawai σ boleh diapiawaikan kepada pemboleh ubah rawak selangar Z dengan min 0 dan sisihan piawai 1 menggunakan rumus yang berikut:

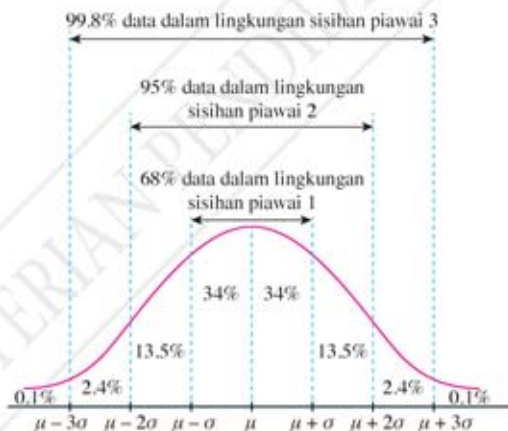
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}, \text{ dengan keadaan } Z \sim N(0, 1)$$

Pemboleh ubah rawak selangar Z ialah pemboleh ubah rawak normal piawai atau skor- z dan taburannya dikenali sebagai taburan normal piawai.

Rajah di bawah menunjukkan perkaitan antara graf $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ dengan graf $Z \sim N(0, 1)$.



Apabila suatu data bertaburan normal, sisihan piawai adalah sangat penting kerana sisihan piawai mengukur serakan data daripada min. Pada kebiasaannya, peratusan taburan data yang wujud dalam setiap lingkungan sisihan piawai tertentu boleh dilihat seperti yang ditunjukkan dalam rajah berikut.



Secara amnya, peratusan taburan data yang wujud dalam setiap lingkungan sisihan piawai adalah seperti berikut:

- 68% daripada data berada dalam lingkungan sisihan piawai ± 1 daripada min.
- 95% daripada data berada dalam lingkungan sisihan piawai ± 2 daripada min.
- 99.8% daripada data berada dalam lingkungan sisihan piawai ± 3 daripada min.



$$\begin{aligned}\text{Min, } E(Z) &= E\left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \frac{1}{\sigma}[E(X) - \mu] \\ &= \frac{1}{\sigma}[\mu - \mu] \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Var}(Z) &= \text{Var}\left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \frac{1}{\sigma^2}[\text{Var}(X) - 0] \\ &= \frac{1}{\sigma^2}[\sigma^2] \\ &= 1\end{aligned}$$

BAB

5



Menentukan dan mentafsir skor piawai, Z

Sebarang pemboleh ubah rawak selangar X bagi suatu taburan normal dengan min μ dan sisihan piawai σ boleh diapiawikan kepada pemboleh ubah rawak selangar Z dengan rumus $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$.

Contoh 16

- Suatu pemboleh ubah rawak selangar X bertaburan normal dengan min 30 dan sisihan piawai 8. Cari skor- z jika $X = 42$.
- Tinggi bangunan di Kampung Pekan bertaburan secara normal dengan min 23 m dan varians 25 m^2 , cari tinggi bangunan jika skor piawai ialah 0.213.

Penyelesaian

- (a) Diberi $X = 42$, $\mu = 30$ dan $\sigma = 8$.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{42 - 30}{8}$$

$$Z = 1.5$$

- (b) Diberi $\mu = 23$, $\sigma^2 = 25$ dan skor- $z = 0.213$.

$$\text{Jadi, } \sigma = \sqrt{25}$$

$$\sigma = 5$$

Oleh itu,

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

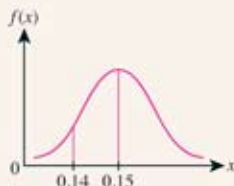
$$0.213 = \frac{X - 23}{5}$$

$$1.065 = X - 23$$

$$X = 24.065 \text{ m}$$

Latihan Kendiri 5.11

- Suatu pemboleh ubah rawak selangar X bertaburan normal dengan min, $\mu = 24$ dan sisihan piawai, $\sigma = 6$, cari skor- z jika $X = 19.5$.
- X ialah suatu pemboleh ubah rawak selangar yang bertaburan secara normal, iaitu $X \sim N(500, 169)$. Cari nilai X jika skor- z ialah 1.35.
- Rajah di sebelah menunjukkan graf taburan normal bagi jisim telefon pintar yang dihasilkan oleh sebuah kilang elektronik. Jika sisihan piawai ialah 0.05 kg, cari
 - skor- z apabila sebuah telefon pintar yang dipilih secara rawak mempunyai jisim 0.14 kg.
 - jisim sebuah telefon pintar yang dipilih secara rawak jika skor- z ialah -0.12 .
- Suatu pemboleh ubah rawak selangar X bertaburan normal dan bersimetri pada $X = 45$. Jika X diapiawikan kepada taburan normal piawai, didapati bahawa $X = 60$ akan diapiawikan kepada $Z = 1.5$. Nyatakan min dan sisihan piawai bagi taburan normal ini.





Menentukan kebarangkalian suatu peristiwa bagi taburan normal

Jika suatu peristiwa bertaburan secara normal, kebarangkalian peristiwa itu berlaku hanya boleh diukur jika taburan normal itu diapiawaikan kepada taburan normal piawai.

Misalnya, untuk mencari kebarangkalian pemboleh ubah rawak selanjar X yang berlaku antara a dengan b , kita boleh menuliskannya sebagai $P(a < X < b)$. Oleh itu, cara menukarkan kebarangkalian peristiwa itu kepada taburan normal piawai dengan pemboleh ubah rawak selanjar Z adalah seperti berikut:

$$\begin{aligned} P(a < X < b) &= P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{b - \mu}{\sigma}\right) \\ &= P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} < Z < \frac{b - \mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

Rajah di bawah menunjukkan hubungan antara graf taburan normal dengan graf taburan normal piawai.



BAB

5

Contoh 17

Taburan ukuran panjang sejenis skru yang dihasilkan oleh sebuah kilang boleh dianggap sebagai normal dengan min 10.6 cm dan sisihan piawai 3.2 cm. Wakilkan kebarangkalian bahawa sebatang skru yang dipilih secara rawak dari kilang itu mempunyai panjang antara 8.4 cm dengan 13.2 cm dengan keadaan Z ialah pemboleh ubah rawak selanjar piawai.

Penyelesaian

Katakan X mewakili panjang skru yang dihasilkan oleh kilang itu.

Diberi $\mu = 10.6$ dan $\sigma = 3.2$

$$\begin{aligned} P(\text{Panjang skru antara 8.4 cm dengan 13.2 cm}) &= P(8.4 < X < 13.2) \\ &= P\left(\frac{8.4 - 10.6}{3.2} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{13.2 - 10.6}{3.2}\right) \\ &= P(-0.6875 < Z < 0.8125) \end{aligned}$$

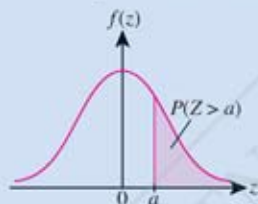
Kebarangkalian bagi skor- z untuk taburan normal piawai, iaitu $P(Z > z)$ boleh ditentukan dengan menggunakan sifir taburan normal piawai. Sifir ini dibina berdasarkan konsep bahawa kebarangkalian suatu taburan normal diberi oleh luas di bawah graf dengan jumlah luas di bawah graf ialah 1 unit².

Oleh kerana graf ini adalah bersimetri, maka $P(Z \geq 0) = 0.5$ dan jadual sifir ini hanya memberikan luas di bawah graf ke kanan, iaitu bermula dari 0.5 untuk $P(Z > 0)$.

Rajah di bawah menunjukkan sebahagian daripada sifir taburan normal piawai.

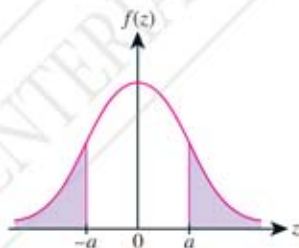
Nilai z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tolak								
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859	4	8	12	15	19	23	27	31	35
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483	4	7	11	15	19	22	26	30	34
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121	4	7	11	15	18	22	25	29	32
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776	3	7	10	14	17	20	24	27	31

Nilai yang menunjukkan kebarangkalian taburan normal piawai, iaitu $P(Z > a)$.



Setiap nombor ini ialah nilai dalam tiga atau empat tempat perpuluhan. Contohnya, 4 bermaksud 0.0004 dan 19 bermaksud 0.0019.

Perhatikan bahawa untuk setiap nilai $Z = a$, didapati bahawa $P(Z > a) = P(Z < -a)$ kerana graf bagi taburan normal piawai adalah bersimetri pada $Z = 0$. Teliti rajah di bawah.



Kuiz Pantas

Jika $a = 0$, apakah nilai bagi $P(Z > 0)$ atau $P(Z < 0)$?

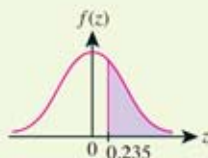
Contoh 18

Diberi Z ialah pemboleh ubah rawak selanjur yang bertaburan secara normal piawai, cari

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|-----------------------------|
| (a) $P(Z > 0.235)$ | (b) $P(Z < -2.122)$ | (c) $P(Z \geq -1.239)$ |
| (d) $P(Z \leq 2.453)$ | (e) $P(0 < Z < 1.236)$ | (f) $P(-0.461 < Z < 1.868)$ |
| (g) $P(Z > 2.063)$ | (h) $P(Z \leq 1.763)$ | |

Penyelesaian

(a) $P(Z > 0.235)$



Kuiz Pantas

Untuk mencari $P(Z > 0.235)$, mengapakah kita perlu menolak 0.0019 daripada 0.4090, iaitu $P(Z > 0.23)$?

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859	4	8	12	15	19	23	27	31	35

$$P(Z > 0.23) = 0.4090$$

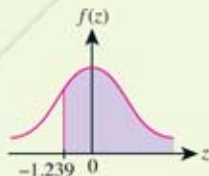
$$P(Z > 0.235) = 0.4090 - 0.0019 = 0.4071$$

Maka, $P(Z > 0.235) = 0.4071$

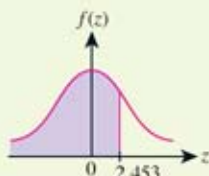
$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad P(Z < -2.122) \\ &= P(Z > 2.122) \\ &= 0.0170 - 0.0001 \\ &= 0.0169 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad P(Z \geq -1.239) \\ &= 1 - P(Z < -1.239) \\ &= 1 - P(Z > 1.239) \\ &= 1 - (0.1093 - 0.0017) \\ &= 0.8924 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad P(Z \leq 2.453) \\ &= 1 - P(Z > 2.453) \\ &= 1 - (0.00714 - 0.0006) \\ &= 0.9935 \end{aligned}$$



Tip Pintar

Graf normal piawai boleh dilukis terlebih dahulu sebelum menentukan nilai kebarangkalian daripada sifar taburan normal piawai.

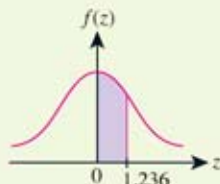
Tip Pintar

Sifar taburan normal piawai hanya memberi nilai bagi luas di hujung kanan graf sahaja.

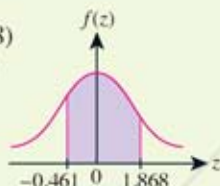
BAB

5

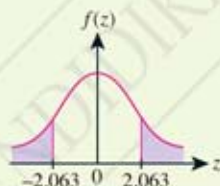
$$\begin{aligned}
 \text{(e)} \quad & P(0 < Z < 1.236) \\
 &= P(Z > 0) - P(Z > 1.236) \\
 &= 0.5 - (0.1093 - 0.0011) \\
 &= 0.3918
 \end{aligned}$$



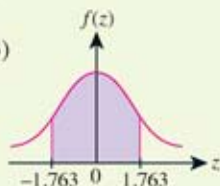
$$\begin{aligned}
 \text{(f)} \quad & P(-0.461 < Z < 1.868) \\
 &= 1 - P(Z < -0.461) - P(Z > 1.868) \\
 &= 1 - P(Z > 0.461) - P(Z > 1.868) \\
 &= 1 - 0.3224 - 0.0308 \\
 &= 0.6468
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{(g)} \quad & P(|Z| > 2.063) \\
 &= P(Z < -2.063) + P(Z > 2.063) \\
 &= 2P(Z > 2.063) \\
 &= 2(0.0196) \\
 &= 0.0392
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{(h)} \quad & P(|Z| \leq 1.763) \\
 &= P(-1.763 \leq Z \leq 1.763) \\
 &= 1 - P(Z < -1.763) - P(Z > 1.763) \\
 &= 1 - 2P(Z > 1.763) \\
 &= 1 - 2(0.0389) \\
 &= 0.9222
 \end{aligned}$$



Menentukan penyelesaian Contoh 18(e) dengan menggunakan kalkulator saintifik.

1. Tekan **MENU** **7** **2** untuk taburan kumulatif normal.

2. Tekan **0** untuk *Lower* dan tekan **=**

3. Tekan **1** **.** **2** **3** **6** untuk *Upper* dan tekan **=**

4. Tekan **=** sekali lagi.

5. Skrin akan memaparkan

P =
0.3917707182

Contoh 19

Cari skor- z bagi setiap kebarangkalian taburan normal piawai yang berikut.

(a) $P(Z > a) = 0.3851$

(b) $P(Z < a) = 0.3851$

(c) $P(Z > a) = 0.7851$

(d) $P(-0.1 < Z \leq a) = 0.3851$

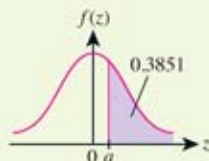
(e) $P(a < Z \leq 2.1) = 0.8633$

(f) $P(|Z| \leq a) = 0.4742$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad P(Z > a) &= 0.3851 \\ &= 0.3859 - 0.0008 \end{aligned}$$

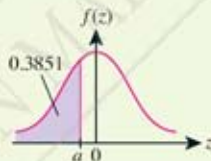
Daripada sifir taburan normal piawai, didapati bahawa
 $0.3851 = 0.3859 - 0.0008$



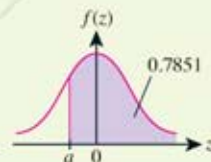
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.4902	0.4862	0.4822	0.4783	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859	4	8	12	15	19	23	27	31	35

$$\begin{aligned} \text{Maka, } a &= 0.2 + 0.09 + 0.002 \\ a &= 0.292 \end{aligned}$$

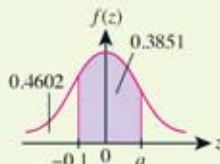
$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad P(Z < a) &= 0.3851 \\ \text{Berdasarkan rajah di sebelah, } a &\text{ didapati negatif.} \\ P(Z > a) &= 0.3851 \\ a &= -0.292 \end{aligned}$$



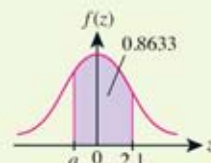
$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad P(Z > a) &= 0.7851 \\ \text{Berdasarkan rajah di sebelah, } a &\text{ didapati negatif kerana} \\ \text{luas adalah lebih daripada } 0.5 \text{ unit}^2. \\ 1 - P(Z < a) &= 0.7851 \\ P(Z < a) &= 1 - 0.7851 \\ &= 0.2149 \\ a &= -0.789 \end{aligned}$$



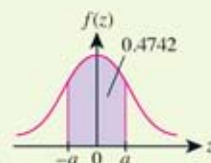
$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad P(-0.1 < Z \leq a) &= 0.3851 \\ 1 - P(Z < -0.1) - P(Z > a) &= 0.3851 \\ 1 - 0.4602 - P(Z > a) &= 0.3851 \\ P(Z > a) &= 0.1547 \\ a &= 1.017 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{(e)} \quad P(a < Z \leq 2.1) &= 0.8633 \\ \text{Berdasarkan rajah di sebelah, } a &\text{ didapati negatif kerana} \\ \text{luas adalah lebih daripada } 0.5 \text{ unit}^2. \\ 1 - P(Z < a) - P(Z > 2.1) &= 0.8633 \\ 1 - P(Z < a) - 0.0179 &= 0.8633 \\ P(Z < a) &= 0.1188 \\ a &= -1.181 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{(f)} \quad P(|Z| \leq a) &= 0.4742 \\ \text{Oleh kerana graf adalah bersimetri, maka} \\ P(Z > a) &= 0.5 - \frac{1}{2}(0.4742) \\ &= 0.2629 \\ a &= 0.634 \end{aligned}$$



Contoh 20

Jika $X \sim N(45, \sigma^2)$ dan $P(X > 51) = 0.2888$, cari nilai σ .

Penyelesaian

Diberi $\mu = 45$.

$$P(X > 51) = 0.2888$$

Piawaikan X kepada Z ,

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{51 - 45}{\sigma}\right) = 0.2888$$

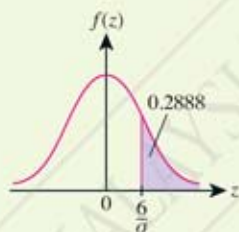
$$P\left(Z > \frac{6}{\sigma}\right) = 0.2888$$

$$\frac{6}{\sigma} = 0.557$$

$$\sigma = \frac{6}{0.557}$$

$$\sigma = 10.77$$

0.557 ialah nilai z dalam sifir taburan normal piawai

**Contoh 21**

Suatu pemboleh ubah rawak selangar X bertaburan normal dengan min μ dan varians 12. Diberi bahawa $P(X > 32) = 0.8438$, cari nilai μ .

Penyelesaian

Diberi $\sigma^2 = 12$.

$$P(X > 32) = 0.8438$$

Piawaikan X kepada Z ,

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{32 - \mu}{\sqrt{12}}\right) = 0.8438$$

$$P\left(Z > \frac{32 - \mu}{\sqrt{12}}\right) = 0.8438$$

$$1 - P\left(Z < -\frac{32 - \mu}{\sqrt{12}}\right) = 0.8438$$

$$P\left(Z < -\frac{32 - \mu}{\sqrt{12}}\right) = 1 - 0.8438$$

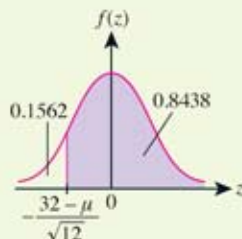
$$P\left(Z < -\frac{32 - \mu}{\sqrt{12}}\right) = 0.1562$$

$$-\frac{32 - \mu}{\sqrt{12}} = 1.01$$

1.01 ialah nilai z dalam sifir taburan normal piawai

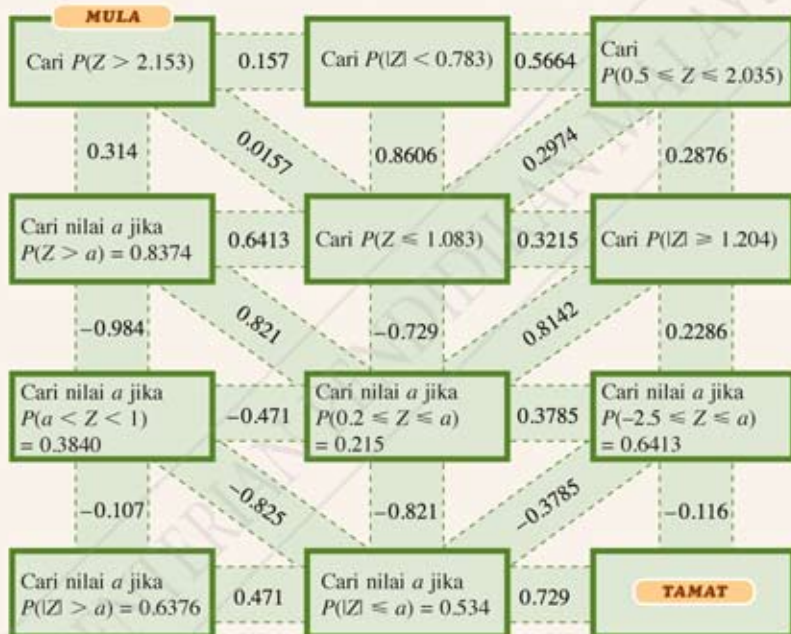
$$\mu = 32 + 1.01(\sqrt{12})$$

$$\mu = 35.50$$



Latihan Kendiri 5.12

- Jisim sejenis roti yang dihasilkan oleh syarikat M bertaburan normal dengan min 350 g dan sisihan piawai 45 g. Wakilkan kebarangkalian bahawa sebuku roti yang dipilih secara rawak dari syarikat itu mempunyai jisim antara 280 g dengan 375 g dengan keadaan Z ialah pemboleh ubah rawak selangar piawai.
- Diberi Z ialah suatu pemboleh ubah rawak selangar bagi taburan normal piawai, cari
 - $P(Z \leq 0.538)$
 - $P(-2.1 < Z < 1.2)$
 - $P(-1.52 < Z < -0.253)$
 - $P(0 \leq Z \leq 1.984)$
- Cari jalan hingga ke petak TAMAT dengan memilih jawapan yang betul.



- Z ialah suatu pemboleh ubah rawak selangar bagi taburan normal piawai. Cari nilai k apabila
 - $P(Z < k) = 0.6078$
 - $P(Z \geq k) = 0.4538$
- Jika pemboleh ubah rawak selangar X mempunyai taburan normal dengan min 15 dan varians σ^2 dengan $P(X < 16.2) = 0.7654$, cari nilai σ .
- Pemboleh ubah rawak selangar X bertaburan secara normal dengan min 0.75 dan sisihan piawai σ . Diberi $P(X > 0.69) = 0.5178$, cari nilai σ .
- Jika $Y \sim N(\mu, 16)$ dan $P(Y > 14.5) = 0.7321$, cari nilai μ .
- Diberi $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ dengan $P(X > 80) = 0.0113$ dan $P(X < 30) = 0.0287$. Cari nilai μ dan σ .

**Contoh 22**

Ketebalan kertas yang dihasilkan oleh sebuah mesin bertaburan normal dengan min 1.05 mm dan sisihan piawai 0.02 mm. Tentukan kebarangkalian bahawa sekeping kertas yang dipilih secara rawak mempunyai ketebalan

- (a) antara 1.02 mm dengan 1.09 mm,
 (b) lebih daripada 1.08 mm atau kurang daripada 0.992 mm.

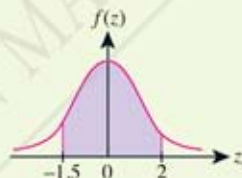
Penyelesaian

Diberi $\mu = 1.05$ mm dan $\sigma = 0.02$ mm bagi taburan normal.

Katakan X ialah pemboleh ubah rawak selangar yang mewakili ketebalan kertas.

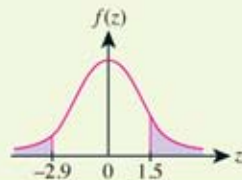
- (a) $P(1.02 < X < 1.09)$

$$\begin{aligned} &= P\left(\frac{1.02 - 1.05}{0.02} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{1.09 - 1.05}{0.02}\right) \\ &= P(-1.5 < Z < 2) \\ &= 1 - P(Z > 2) - P(Z > 1.5) \\ &= 1 - 0.0228 - 0.0668 \\ &= 0.9104 \end{aligned}$$



- (b) $P(X > 1.08)$ atau $P(X < 0.992)$

$$\begin{aligned} &= P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{1.08 - 1.05}{0.02}\right) + P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{0.992 - 1.05}{0.02}\right) \\ &= P(Z > 1.5) + P(Z < -2.9) \\ &= P(Z > 1.5) + P(Z > 2.9) \\ &= 0.0668 + 0.00187 \\ &= 0.0687 \end{aligned}$$

**Contoh 23****APLIKASI MATEMATIK**

Jisim ayam yang diternak oleh Encik Rahmat bertaburan normal dengan min 1.2 kg dan sisihan piawai 0.3 kg.

- (a) Jika Encik Rahmat menternak 1 500 ekor ayam, cari bilangan ayam yang berjisim antara 0.95 kg dengan 1.18 kg.
 (b) Diberi bahawa 10% daripada ayam itu mempunyai jisim kurang daripada m kg, cari nilai m .

**Penyelesaian****1. Memahami masalah**

Diberi $\mu = 1.2$ kg dan $\sigma = 0.3$ kg bagi taburan normal.

Katakan X mewakili jisim ayam yang diternak oleh Encik Rahmat.

- (a) Jika bilangan ayam yang diternak ialah 1 500 ekor, cari bilangan ayam dengan $P(0.95 < X < 1.18)$.
 (b) Cari nilai m bagi $P(X < m) = 0.1$.

2. Merancang strategi

- ◆ Tukarkan nilai X kepada skor- z .
- ◆ Lakarkan graf taburan normal untuk menentukan rantau yang berkenaan.
- ◆ Gunakan sifir taburan normal piawai atau kalkulator untuk mencari kebarangkalian.

3. Melaksanakan strategi

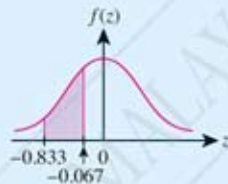
(a) $P(0.95 < X < 1.18)$

$$\begin{aligned}
 &= P\left(\frac{0.95 - 1.2}{0.3} < Z < \frac{1.18 - 1.2}{0.3}\right) \\
 &= P(-0.833 < Z < -0.067) \\
 &= P(Z > 0.067) - P(Z > 0.833) \\
 &= 0.4733 - 0.2025 \\
 &= 0.2708
 \end{aligned}$$

Maka, bilangan ayam berjisim antara 0.95 kg dengan 1.18 kg

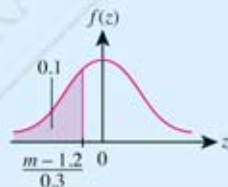
$$= 0.2708 \times 1\,500$$

$$= 406 \text{ ekor}$$



(b) $P(X < m) = 0.1$

$$\begin{aligned}
 P\left(Z < \frac{m - 1.2}{0.3}\right) &= 0.1 \\
 \frac{m - 1.2}{0.3} &= -1.281 \\
 m &= 0.8157
 \end{aligned}$$



4. Membuat refleksi

- (a) Jika bilangan ayam yang berjisim antara 0.95 kg dengan b kg ialah 406 ekor, maka

$$P(0.95 < X < b) \times 1\,500 = 406$$

$$P(0.95 < X < b) = 0.2707$$

$$P\left(\frac{0.95 - 1.2}{0.3} < Z < \frac{b - 1.2}{0.3}\right) = 0.2707$$

$$P(-0.833 < Z < \frac{b - 1.2}{0.3}) = 0.2707$$

$$P\left(Z > \frac{b - 1.2}{0.3}\right) - P(Z > 0.833) = 0.2707$$

$$P\left(Z > \frac{b - 1.2}{0.3}\right) - 0.2025 = 0.2707$$

$$P\left(Z > \frac{b - 1.2}{0.3}\right) = 0.4732$$

$$\frac{b - 1.2}{0.3} = -0.067$$

$$b = 1.18 \text{ kg}$$

(b) $P(X < 0.8157)$

$$= P\left(Z < \frac{0.8157 - 1.2}{0.3}\right)$$

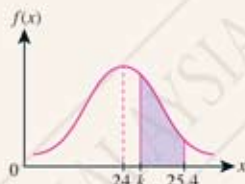
$$= P(Z < -1.281)$$

$$= P(Z > 1.281)$$

$$= 0.1$$

- Diberi X ialah pemboleh ubah rawak selangar yang bertaburan normal dengan min 210 dan sisihan piawai 12. Cari
 - skor- z jika $X = 216$,
 - X jika skor- z ialah -1.8 .

- Diameter bola keranjang yang dihasilkan oleh sebuah kilang bertaburan normal dengan min 24 cm dan sisihan piawai 0.5 cm. Rajah di sebelah menunjukkan graf taburan normal bagi diameter, dalam cm, bola keranjang itu. Diberi bahawa luas rantau berforek ialah 0.245, cari nilai k .



- Ketinggian murid Tingkatan 1 di sebuah sekolah bertaburan normal dengan min 145 cm dan sisihan piawai 10 cm.
 - Jika seorang murid dipilih secara rawak daripada kumpulan murid itu, cari kebarangkalian bahawa ketinggian murid itu adalah sekurang-kurangnya 140 cm.
 - Jika bilangan murid Tingkatan 1 ialah 450 orang, cari bilangan murid dengan ketinggian yang tidak lebih daripada 150 cm.

- Dalam sebuah sekolah, 200 orang murid menduduki satu ujian Matematik. Markah yang diperoleh bertaburan normal dengan min 50 markah dan sisihan piawai 10 markah.
 - Dalam ujian itu, murid yang memperoleh 70 markah dan ke atas dikategorikan sebagai cemerlang. Cari bilangan murid dalam kategori tersebut.
 - Diberi bahawa 60% daripada murid lulus dalam ujian tersebut, anggarkan markah minimum untuk lulus.

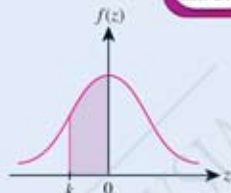
- Markah dalam suatu ujian Bahasa Inggeris di sebuah sekolah bertaburan normal dengan min μ dan varians σ^2 . 10% daripada murid di sekolah itu mendapat lebih daripada 75 markah dan 25% daripada murid itu mendapat kurang daripada 40 markah. Cari nilai μ dan σ .

- Jisim buah betik yang dihasilkan di sebuah kebun mempunyai taburan normal dengan min 840 g dan sisihan piawai 24 g. Buah betik yang berjisim antara 812 g dengan 882 g akan dieksport ke luar negara manakala buah betik yang berjisim 812 g atau kurang daripadanya akan dijual di pasar tempatan. Cari
 - kebarangkalian bahawa sebiji betik yang dipilih secara rawak akan dieksport ke luar negara,
 - bilangan buah betik yang tidak dieksport ke luar negara dan tidak dijual di pasar tempatan jika kebun itu menghasilkan 2 500 biji betik.



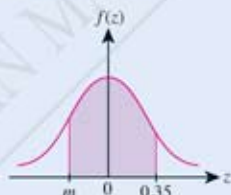
Latihan Formatif 5.3
Quiz
bit.ly/340ZmLm


1. Rajah di sebelah menunjukkan graf bagi taburan normal piawai. Kebarangkalian yang diwakili oleh rantau berlorek ialah 0.3415 . Cari nilai k .



2. X ialah suatu pemboleh ubah rawak selangar yang bertaburan normal dengan min 12 dan varians 4. Cari
(a) skor- z jika $X = 14.2$, (b) $P(11 < X < 13.5)$.

3. Rajah di sebelah menunjukkan graf bagi taburan normal piawai. Jika $P(m < Z < 0.35) = 0.5124$, cari $P(Z < m)$.



4. Jisim bayi yang dilahirkan di sebuah hospital bertaburan normal dengan min 3.1 kg dan sisihan piawai 0.3 kg.
(a) Cari kebarangkalian bahawa seorang bayi yang lahir di hospital itu mempunyai jisim antara 2.9 kg dengan 3.3 kg.
(b) Jika 25% daripada bayi yang dilahirkan di hospital tersebut dikategorikan sebagai kurang berat, cari jisim maksimum bagi kategori ini.

5. Gambar di sebelah menunjukkan ternakan ikan yang diusahakan oleh Encik Lim. Jisim ikan dalam kolam itu bertaburan normal dengan min 650 g dan sisihan piawai p g.

- (a) Jika kebarangkalian bahawa seekor ikan yang ditangkap secara rawak mempunyai jisim kurang daripada 600 g ialah 0.0012 , cari nilai p .
(b) Jika 350 ekor ikan mempunyai jisim antara 645 g dengan 660 g, cari bilangan ikan yang terdapat dalam kolam itu.



6. Gaji harian pekerja di sebuah kilang bertaburan secara normal dengan min RM80 dan sisihan piawai RM15.

- (a) Diberi bahawa bilangan pekerja di kilang itu ialah 200 orang, cari bilangan pekerja yang memperoleh gaji harian lebih daripada RM85.
(b) Cari nilai p jika $p\%$ daripada pekerja di kilang itu mendapat gaji harian kurang daripada RM85.

5

TABURAN KEBARANGKALIAN

Pemboleh ubah rawak diskret

$$\sum_{i=1}^n P(X = r_i) = 1$$

Taburan kebarangkalian boleh ditafsirkan melalui gambarajah pokok, jadual dan graf.

Taburan binomial, $X \sim B(n, p)$

- Melibatkan n percubaan Bernoulli yang serupa.
- $P(X = r) = {}^nC_r p^r q^{n-r}$ dengan keadaan
 n = bilangan percubaan
 r = bilangan 'kejayaan'
 $= 0, 1, 2, \dots, n$
 p = kebarangkalian 'kejayaan'
 q = kebarangkalian 'kegagalan'
 $= 1 - p$

$n > 30$

Min, varians dan sisihan piawai

- Min, $\mu = np$
- Varians, $\sigma^2 = npq$
- Sisihan piawai, $\sigma = \sqrt{npq}$

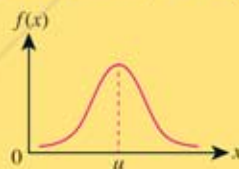
Aplikasi

Pemboleh ubah rawak selangar

$$P(-\infty < X < \infty) = 1$$

Taburan kebarangkalian boleh ditafsirkan melalui graf selangar.

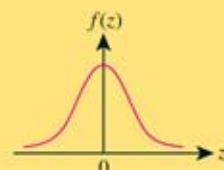
Taburan normal, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$



- Berbentuk loceng
- Bersimetri pada paksi $X = \mu$.
- Luas di bawah graf bagi $-\infty < X < \infty$ mewakili kebarangkalian diberi oleh $P(-\infty < X < \infty) = 1$

Taburan normal piawai, $Z \sim N(0, 1)$

Pemboleh ubah piawai selangar, $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$.





Penulisan Jurnal

Bina satu info grafik berkaitan ciri-ciri, jenis taburan kebarangkalian dan perkaitan antara pemboleh ubah rawak diskret dan pemboleh ubah rawak selanjar. Seterusnya, cari maklumat di Internet mengenai kepentingan taburan normal dalam kehidupan seharian.



Latihan Sumatif

- Dua biji dadu adil dilambungkan secara serentak. Nombor A dan nombor B pada permukaan atas kedua-dua biji dadu dicatatkan. Katakan pemboleh ubah skor X bagi lambungan itu ditakrifkan sebagai $X = \{A + B: A = B\}$, senaraikan semua nilai yang mungkin bagi X . **TP 1**
- Jadual di bawah menunjukkan taburan kebarangkalian bagi pemboleh ubah rawak diskret X . **TP 2**

$X = r$	1	2	3	4
$P(X = r)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$	q

- Cari nilai q .
- Cari $P(X > 2)$.

- Sebuah sekolah melaksanakan sistem merit dan demerit. Dalam sistem tersebut, murid akan diberikan 2 markah jika berkelakuan baik dan -1 markah jika berkelakuan kurang baik bagi setiap minggu. Katakan '+' mewakili kelakuan baik dan '-' mewakili kelakuan kurang baik. **TP 3**

- Bina satu gambarajah pokok bagi menunjukkan semua kelakuan yang mungkin bagi seorang murid yang dipilih secara rawak dari sekolah itu untuk tempoh 3 minggu.
- Jika X mewakili markah yang diperoleh seorang murid dalam tempoh 3 minggu itu, senaraikan semua kesudahan yang mungkin bagi X dalam tatatanda set.

- Dalam suatu permainan, seorang pemain dikehendaki memasukkan sebiji bola tenis ke dalam sebuah bakul dari suatu jarak tertentu. Setiap pemain diberikan 3 kali percubaan. Kebarangkalian bahawa seorang pemain dapat memasukkan bola tenis ke dalam bakul itu ialah 0.45. **TP 4**

- Jika X mewakili bilangan kali bola tenis masuk ke dalam bakul, tunjukkan bahawa X ialah pemboleh ubah rawak diskret.
- Senaraikan semua kesudahan yang mungkin dalam satu jadual dan seterusnya lukis satu graf untuk mewakili kebarangkaliannya.

- Jika $X \sim B(6, 0.4)$, cari **TP 5**

- $P(X = 2)$
- $P(X > 4)$
- $P(X \leq 2)$

5.4.8

5

6. Kebarangkalian bahawa seorang suri rumah membeli detergen jenama W ialah 0.6. Satu sampel yang terdiri daripada 8 orang suri rumah dipilih secara rawak.

Cari kebarangkalian bahawa **TP 3**

- (a) tepat 3 orang suri rumah membeli detergen jenama W,
- (b) lebih daripada 4 orang suri rumah membeli detergen jenama W.



7. Dalam suatu kajian, didapati bahawa 18 daripada 30 orang mahasiswa mempunyai hobi membaca buku.

Jika 9 orang mahasiswa dipilih secara rawak, hitung kebarangkalian bahawa **TP 3**

- (a) tepat 4 orang mahasiswa mempunyai hobi membaca buku,
- (b) sekurang-kurangnya 7 orang mahasiswa mempunyai hobi membaca buku.



8. Seorang petani memetik buah manggis secara rawak dari sebuah dusun. Kebarangkalian bahawa sebiji manggis yang dipetik mengandungi ulat ialah $\frac{1}{5}$. Cari min dan sisihan piawai bilangan manggis yang berulat dalam satu sampel 35 biji manggis. **TP 2**

9. Dalam suatu kumpulan guru, min bilangan guru yang memiliki kereta buatan Malaysia ialah 7 dan varians ialah 2.8. Cari kebarangkalian bahawa **TP 3**

- (a) seorang guru yang dipilih secara rawak memiliki kereta buatan Malaysia,
- (b) 2 orang guru yang dipilih secara rawak memiliki kereta buatan Malaysia.

10. Diberi $X \sim N(48, 144)$. Cari nilai k jika **TP 3**

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| (a) $P(X > 47) = k$ | (b) $P(38 < X < 46) = k$ |
| (c) $P(X \leq 49.5) = k$ | (d) $P(47 < X < 50) = k$ |
| (e) $P(X > k) = 0.615$ | (f) $P(45 < X < k) = 0.428$ |
| (g) $P(X > k) = 0.435$ | (h) $P(-k < X < 48) = 0.2578$ |

11. Diketahui bahawa hasil bahagi darjah kecerdasan otak (IQ) bagi 500 orang calon yang memohon untuk memasuki sebuah maktab perguruan bertaburan normal dengan min 115 dan sisihan piawai 10. **TP 4**

- (a) Jika maktab perguruan itu memerlukan IQ tidak kurang daripada 96, anggarkan bilangan calon yang tidak akan berjaya memasuki maktab perguruan itu.
- (b) Jika 300 orang calon berjaya memasuki maktab perguruan itu, cari nilai IQ minimum yang diperlukan.

12. Satu pemeriksaan jisim badan dijalankan ke atas pekerja di sebuah kilang. Jisim badan pekerja di kilang itu bertaburan normal dengan min 65 kg dan varians 56.25 kg². Bilangan pekerja yang mempunyai jisim badan antara 56 kg dengan 72 kg ialah 250 orang. **TP 5**

- (a) Cari jumlah pekerja di kilang itu.
- (b) Jika 5% daripada pekerja adalah obes, cari jisim badan minimum bagi kategori ini.

13. Sebuah dusun menghasilkan buah oren. Jadual di bawah menunjukkan penggredan buah oren mengikut jisimnya yang akan dipasarkan. **TP 5**



Gred	A	B	C
Jisim, X (g)	$X > 300$	$200 < X \leq 300$	$m < X \leq 200$

Diberi bahawa jisim buah oren yang dihasilkan di dusun itu bertaburan normal dengan min 260 g dan sisihan piawai 35 g.

- Jika sebiji oren dipilih secara rawak, cari kebarangkalian oren itu ialah gred A.
- Sebuah bakul mempunyai 600 biji oren, anggarkan bilangan oren gred B.
- Jika 99% daripada oren itu boleh digredkan dan dijual, cari jisim minimum yang boleh digredkan dan dijual.

EKSPLORASI MATEMATIK

Bagaimanakah anda boleh mengetahui bilangan gula-gula dalam sebuah botol tanpa perlu mengirinya satu demi satu? Mari jalankan aktiviti yang berikut secara berkumpulan.

- Sediakan sebotol gula-gula pelbagai warna tanpa gula-gula berwarna biru dan 30 biji gula-gula berwarna biru.
- Ikuti langkah-langkah yang berikut.

- Keluarkan 30 biji gula-gula secara rawak dari botol itu dan gantikannya dengan 30 biji gula-gula berwarna biru.
- Goncangkan botol itu supaya gula-gula berwarna biru bercampur secara seragam di dalam botol.
- Keluarkan satu senduk gula-gula dari botol itu sebagai satu sampel rawak.
- Hitung jumlah gula-gula yang dikeluarkan dari botol, n dan juga bilangan gula-gula berwarna biru yang dikeluarkan, m . Seterusnya, cari nisbah $\frac{m}{n}$.
- Masukkan semula gula-gula yang dikeluarkan ke dalam botol itu dan goncangkannya.



- Ulang langkah di atas untuk sampel rawak kedua hingga ke-10 supaya variasi rawak bagi nilai $\frac{m}{n}$ semakin kecil.
- Kemudian, anggarkan bilangan gula-gula dalam botol itu menggunakan kaedah seperti dalam Aktiviti Penerokaan 6.
- Semak jawapan yang anda peroleh dengan membahagikan gula-gula itu kepada beberapa bahagian dan minta rakan daripada kumpulan yang lain untuk mengirinya.
- Dengan menggunakan konsep yang diperolehi daripada aktiviti di atas, bantu setiap syarikat berikut untuk menyelesaikan masalah yang dihadapinya.
 - Bagaimanakah sebuah syarikat pengeluar kereta dapat mengetahui warna kereta yang diminati oleh rakyat Malaysia?
 - Bagaimanakah sebuah syarikat pengimport telefon pintar dapat mengetahui jenama telefon pintar yang disukai oleh majoriti pengguna?