

BAB 8

Lokus dalam Dua Dimensi



Apakah yang akan anda pelajari?

8.1

Lokus

8.2

Lokus dalam Dua Dimensi

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Pengetahuan tentang lokus membolehkan seseorang menganggar atau meramal sesuatu jarak pergerakan atau lokasi berdasarkan syarat syarat tertentu.
- Konsep lokus digunakan dalam bidang pembinaan, lukisan kejuruteraan, penerbangan, pergerakan satelit dan sebagainya.

Jaguh badminton negara, Datuk Lee Chong Wei kini memegang rekod pukulan smash paling kencang sejak September 2015 apabila melakukan pukulan tersebut dengan kepantasan 408 kilometer sejam (km/j) ketika menjuarai Kejohanan Badminton Terbuka Hong Kong 2015 yang berlangsung di Coliseum Hung Hom ketika itu. Menurut Persekutuan Badminton Dunia (BWF), kelajuan pukulan yang dilakukan oleh Chong Wei itu telah direkod dan diukur dengan menggunakan teknologi Hawk Eye yang telah diguna pakai dalam beberapa kejohanan utama sejak September 2015. Tahukah anda, gerakan bulu tangkis adalah mengikut syarat-syarat tertentu?





Eksplorasi Zaman

Apollonius (260-190 SM) merupakan ahli matematik Yunani purba yang sangat berminat dalam mengkaji masalah lokus. Beliau telah membuat kajian atas jenis-jenis lokus seperti yang berbentuk garis lurus dan lengkung-lengkung tertentu. Manakala ahli Matematik Yunani yang paling cemerlang dalam kajian lokus ialah Pappus (-350 TM). Bahan-bahan lokus Pappus masih menjadi bahan kajian oleh pakar matematik pada hari ini.



<http://yakini-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%208/>

GERBANG KATA

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| • berjarak sama | • <i>equal distance</i> |
| • bulatan | • <i>circle</i> |
| • lengkok | • <i>arc</i> |
| • lengkung | • <i>curve</i> |
| • lokus | • <i>locus</i> |
| • lokus-lokus | • <i>loci</i> |
| • pembahagi dua sama serenjang | • <i>perpendicular bisector</i> |
| • pembahagi dua sudut | • <i>angle bisector</i> |

8.1 Lokus

Apakah yang anda faham tentang lokus?

Dalam rajah di sebelah, sekeping pelekat warna dilekatkan pada tayar basikal, seperti yang ditunjukkan.

Apakah bentuk yang akan dihasilkan oleh pelekat itu apabila basikal dikayuh?



Bentuk yang dihasilkan oleh pelekat itu ialah suatu bulatan seperti pada rajah di sebelah. Adakah bentuk ini mematuhi syarat-syarat tertentu?



Gambar rajah di bawah menunjukkan sebiji bola yang ditendang oleh seorang pemain bola sepak. Pergerakan suatu titik pada bola tersebut menghasilkan suatu lengkung.



Gambar rajah di sebelah menunjukkan suatu roket yang sedang dilancarkan. Pergerakan suatu titik pada roket tersebut akan menghasilkan suatu bentuk garis lurus.



STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal lokus dalam situasi kehidupan sebenar dan seterusnya menerangkan maksud lokus.

BULETIN

Penyokong bola sepak Malaysia pasti akan mengingati saat 'Super Mokh', Allahyarham Datuk Mokhtar Dahari melepaskan tendangan kencang dari jarak 40 meter, ketika menentang skuad England 3 pada tahun 1978.

Lokus ialah satu surihan atau lintasan oleh satu set titik dalam satu satah atau ruang tiga dimensi yang memenuhi syarat-syarat tertentu.

Cetusan Minda 1



Berkumpulan

Tujuan: Mengenal pasti lokus dua dimensi dalam situasi kehidupan seharian.

Bahan: Kad-kad situasi.

Langkah:

1. Setiap kumpulan diberikan beberapa keping kad situasi dengan pergerakan dalam aktiviti seharian seperti contoh di bawah.

Situasi A



Bola yang dijaringkan

Situasi B



Buah durian yang gugur dari pokok.

Situasi C



Kapal terbang yang sedang mendarat.

Situasi D



Hujung pengelap cermin kereta yang sedang bergerak.

2. Bincang dalam kumpulan dan lakarkan lokus bagi satu titik pada objek yang terlibat dalam situasi-situasi yang diberi.
3. Bentangkan hasil lakaran lokus dan bandingkan jawapan dengan kumpulan lain.

Perbincangan:

Bincangkan lima pergerakan lain yang boleh dikategorikan sebagai lokus dalam aktiviti seharian.

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

Bentuk lokus dua dimensi boleh dilihat dalam bentuk garis lurus, lengkok dan lengkung.

Contoh 1

Satu titik C dilukis pada satu sayap sebuah kipas yang sedang berputar seperti dalam rajah. Terang dan lakarkan lokus bagi titik C .

Penyelesaian:

Lokus itu adalah berbentuk bulatan.



UJI MINDA 8.1a

1. Terang dan lakarkan lokus bagi titik C pada setiap objek dalam rajah berikut.

- (a) Sebiji bola berpusat C yang berguling sepanjang suatu satah condong.



- (b) Titik C pada bandul yang berayun.



- (c) Titik C pada permainan yo-yo yang sedang bergerak.



- (d) Titik C pada kasut seorang kanak-kanak yang sedang bermain papan gelongsor di taman permainan.

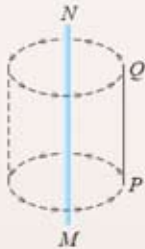


2. Nyata dan lakarkan lokus bagi satu titik pada;

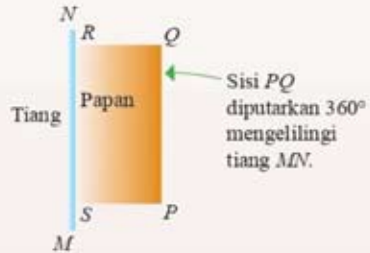
- (a) sebiji kelapa yang jatuh dari pokok.
- (b) sebuah kereta yang sedang bergerak di atas sebatang jalan raya yang lurus.
- (c) seekor katak yang sedang melompat.

Contoh 2

Rajah di sebelah menunjukkan sebatang tiang MN . Sekeping papan berbentuk segi empat tepat $PQRS$ disambung pada tiang itu dengan keadaan papan $PQRS$ boleh digerakkan. Jika sisi PQ diputar 360°, mengelilingi tiang MN , apakah bentuk tiga dimensi yang akan terbentuk?

Penyelesaian:


Bentuk yang dihasilkan apabila sisi PQ diputar 360° mengelilingi tiang MN ialah bentuk **silinder tegak**.


IMBAS KEMBALI

Silinder, sfera, kon, prisma dan piramid merupakan antara contoh bentuk tiga dimensi.

Contoh 3

Rajah di sebelah menunjukkan sebatang tiang MN . Sekeping papan berbentuk semi bulatan PQR disambung pada tiang itu dengan keadaan papan PQR itu boleh digerakkan. Jika papan PQR diputar 360°, mengelilingi tiang MN , apakah bentuk tiga dimensi yang akan terbentuk?

Penyelesaian:


Bentuk yang dihasilkan apabila papan berbentuk semi bulatan diputar 360° mengelilingi tiang MN ialah bentuk **sfera**.


BULETIN

Bentuk tiga dimensi ini dikenali sebagai **frustum**.


UJI MINDA 8.1b

- Lakarkan lokus tiga dimensi apabila bentuk dua dimensi yang dilorekkan, diputar 360° mengelilingi tiang ST .



8.2 Lokus Dalam Dua Dimensi

 Apakah lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap?

Cetusan Minda 2



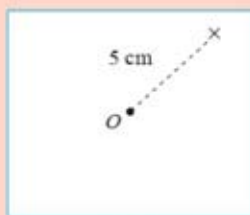
Berpasangan

Tujuan: Menentukan lokus bagi suatu titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.

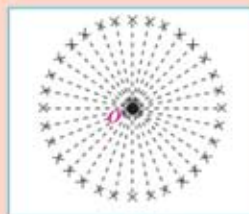
Bahan: Kertas kosong, pensel dan pembaris.

Langkah:

1. Tandakan satu titik tetap, O , pada sehelai kertas (Rajah 1).
2. Ukur 5 cm dari titik O dan tandakan $\times$.
3. Ulangi langkah 2 sebanyak mungkin (Rajah 2).



Rajah 1



Rajah 2

4. Perhatikan kedudukan titik-titik $\times$ yang ditanda (Rajah 2).
5. Ulangi langkah 1 hingga 3 dengan ukuran yang berlainan dari titik tetap O .
6. Adakah bentuk geometri yang terhasil sama seperti pada langkah 4? Terangkan.

Perbincangan:

Apakah bentuk geometri yang dihasilkan oleh kedudukan titik-titik $\times$? Terangkan.

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihai lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.



Imbas QR Code atau layari <http://youtu.be/ZCYDsfxv88g> untuk menonton video yang memerihai lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa:

Titik-titik yang ditanda pada jarak yang sama dari titik tetap O , membentuk satu bulatan.



Secara generalisasi,

Lokus bagi suatu titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap ialah sebuah **bulatan** yang berpusat di titik tetap tersebut.

Cetusan Minda 3



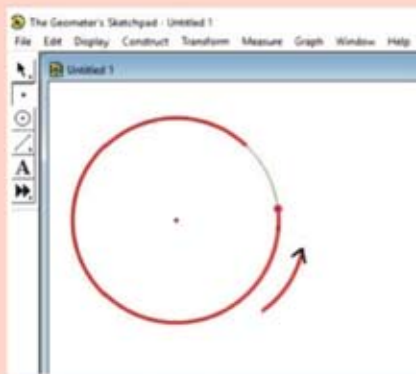
Berpasangan

Tajuk: Membina locus berjarak tetap dari satu titik tetap.

Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

1. Mulakan dengan *New Sketch*.
2. Pilih *Compass Tool* dan lukiskan satu bulatan.
3. Pilih *Point Tool* dan tandakan.
4. Buka menu *Display* dan pilih *Trace Point* diikuti dengan *Animate Point*.
5. Perhatikan animasi pergerakan yang dihasilkan.



Perbincangan:

Apakah bentuk yang terhasil daripada pergerakan titik yang ditanda?

Hasil daripada Cetusan Minda 3, didapati bahawa;

Satu titik yang sentiasa bergerak dengan jarak yang sama dari suatu titik tetap menghasilkan suatu bulatan.

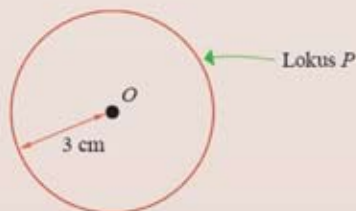
Bagaimanakah anda membina locus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap?

Contoh 4

Bina locus bagi titik P yang sentiasa berjarak 3 cm dari satu titik tetap O .

Penyelesaian:

1. Tandakan titik O .
2. Ukur 3 cm untuk bukaan jangka lukis.
3. Bina bulatan berjejari 3 cm yang berpusat pada titik O .



Apakah lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap?

Cetusan Minda 4



Berpasangan



STANDARD
PEMBELAJARAN

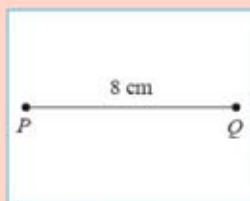
Tujuan: Menentukan lokus bagi suatu titik yang berjarak sama dari dua titik tetap.

Memerihalkan lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap.

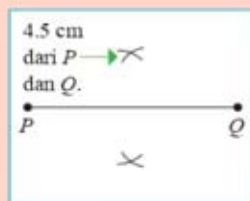
Bahan: Kertas kosong, jangka lukis, pembaris dan pensel.

Langkah:

1. Tandakan dua titik tetap P dan Q yang berjarak 8 cm (Rajah 1).
2. Dengan menggunakan jangka lukis, tandakan persilangan, 4.5 cm dari titik P dan 4.5 cm titik Q (Rajah 2).
3. Ulangi langkah 2 dengan jarak-jarak lain yang lebih daripada 4.5 cm dari titik P dan titik Q (Rajah 3).



Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3

4. Perhatikan kedudukan tanda-tanda persilangan pada Rajah 3.
5. Ulangi langkah 1 hingga 3 dengan ukuran berbeza di antara titik P dengan titik Q .
Adakah jawapan anda sama seperti pada langkah 4?

Perbincangan:

Apakah bentuk yang dihasilkan oleh kedudukan tanda-tanda persilangan? Terangkan.



Imbas QR Code atau layari
<http://youtu.be/nieUGXAg1hE> untuk
menonton video yang
memerihalkan lokus bagi titik
yang berjarak tetap dari
dua titik tetap.

Hasil daripada Cetusan Minda 4, didapati bahawa;

Kedudukan tanda-tanda persilangan yang ditanda sama jarak dari titik tetap P dan Q membentuk satu garis lurus yang melalui titik tengah PQ .

Secara generalisasi,

Lokus bagi suatu titik yang berjarak sama dari dua titik tetap ialah **pembahagi dua sama serenjang** bagi garis lurus yang menyambungkan dua titik tetap itu.

Cetusan Minda 5



Berpasangan

Tajuk: Membina lokus berjarak sama dari dua titik tetap.

Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

1. Mulakan dengan *New Sketch*.
2. Pilih *Straightedge Tool* untuk melukis satu segmen garis. Pilih *Text Tool* untuk melabel titik A dan titik B .
3. Pilih menu *Construct* untuk membina titik tengah (*midpoint*) segmen garis itu.
4. Tandakan kedua-dua segmen garis dan titik tengah dengan *Selection Arrow Tool*.
5. Pilih menu *Construct* untuk membina garis serenjang (*Perpendicular line*) (Rajah 1).

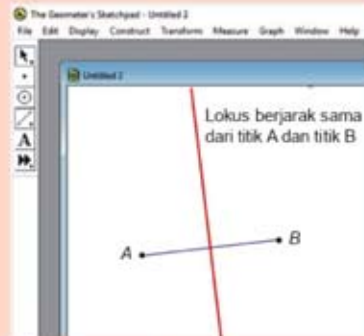
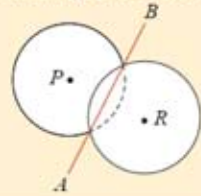
Perbincangan:

Apakah bentuk geometri yang terhasil? Terangkan.



IMBAS KEMBALI

Garis AB dikenali sebagai pembahagi dua sama.



Rajah 1

Hasil daripada Cetusan Minda 5, didapati bahawa;

Lokus yang berjarak sama dari dua titik tetap, AB ialah satu garis lurus yang berserenjang dengan garis lurus tersebut dan melalui titik tengah AB .

Bagaimanakah anda membina lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap?

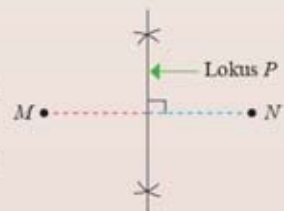
Contoh 5

Bina lokus bagi titik P yang berjarak sama dari dua titik tetap M dan N .



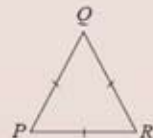
Penyelesaian:

1. Tandakan dua lengkok kecil menggunakan jangka lukis dengan bukaan lebih separuh daripada panjang MN dari titik M .
2. Dengan bukaan jangka lukis yang sama, tanda persilangan lengkok dari titik N .
3. Sambungkan kedua-dua titik persilangan dengan garis lurus.



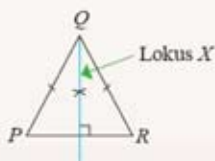
Contoh 6

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga sama sisi PQR . Tentukan lokus bagi titik X yang berjarak sama dari titik P dan titik R .



Penyelesaian:

Lokus bagi titik X yang berjarak sama dari titik P dan titik R ialah pembahagi dua sama serenjang bagi garis yang menyambungkan titik P dan titik R .



Apakah lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus?

Cetusan Minda 6



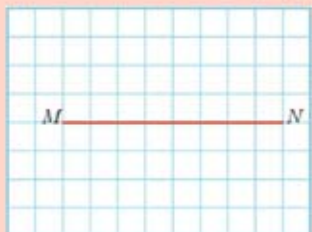
Berpasangan

Tujuan: Menentukan lokus bagi suatu titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus.

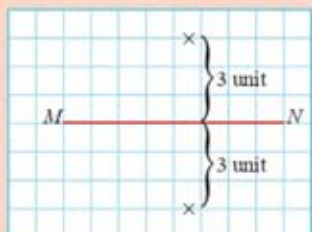
Bahan: Kertas grid segi empat sama, pembaris, pensel.

Langkah:

1. Lukis satu garis lurus MN (Rajah 1).
2. Tandakan suatu titik $\times$, yang berjarak 3 unit tegak dari garis MN (Rajah 2).



Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3

3. Ulangi langkah 2 dengan sebanyak mungkin titik-titik $\times$ (Rajah 3).
4. Perhatikan kedudukan titik-titik $\times$ pada Rajah 3. Apakah pendapat anda tentang kedudukan titik-titik $\times$ tersebut?
5. Ulangi langkah 1 hingga 4 dengan jarak unit yang berbeza.
6. Ulangi langkah 1 hingga 4 dengan garis lurus MN yang dilukis secara mencancang.

Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda tentang kedudukan titik-titik yang ditanda sama jarak dari satu garis lurus?

Hasil daripada Cetusan Minda 6, didapati bahawa;

Lokus bagi suatu titik yang sentiasa sama jarak dari garis lurus, MN , ialah sepasang garis lurus yang selari dengan MN .

Secara generalisasi,

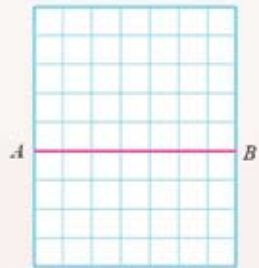
Lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus ialah garis lurus yang selari dengan garis lurus tersebut.

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus.

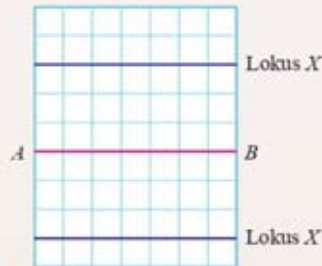
Contoh 7

Rajah di sebelah menunjukkan satu garis AB dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Pada rajah, lukiskan lokus bagi titik X yang sentiasa bergerak 3 unit dari garis AB .



Penyelesaian:

Lokus bagi titik X yang bergerak 3 unit dari garis AB ialah sepasang garis yang selari dengan AB dan berjarak 3 unit dari garis AB .



Apakah lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari?

Cetusan Minda 7



Tujuan: Menentukan lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari.

Bahan: Kertas kosong, jangka lukis, pembaris dan pensel.

Langkah:

1. Lukiskan dua garis lurus PQ dan MN yang selari (Rajah 1).
2. Dengan menggunakan jangka lukis, tandakan persilangan dari titik P dan titik M .
3. Ulangi langkah 2 untuk titik Q dan titik N (Rajah 2).
4. Sambungkan kesemua titik persilangan yang ditanda dengan melukis satu garis lurus (Rajah 3).



Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3

5. Perihalkan sifat garis lurus yang menyambungkan kesemua titik persilangan (Rajah 3).

Perbincangan:

1. Ulangi langkah 1 hingga 4 dengan melukis dua garis lurus selari dengan kedudukan menegak dan condong.
2. Adakah hasil yang anda peroleh sama seperti langkah 4?

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihai lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari.

Hasil daripada Cetusan Minda 7, didapati bahawa:

- (a) Lokus yang berjarak sama dari dua garis selari PQ dan MN ialah satu garis lurus.
- (b) Lokus tersebut adalah selari dengan garis lurus PQ dan MN serta melalui titik tengah garis PQ dan MN .

Secara generalisasi,

Lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari ialah **satu garis lurus yang selari dan melalui titik tengah** bagi pasangan garis lurus selari tersebut.

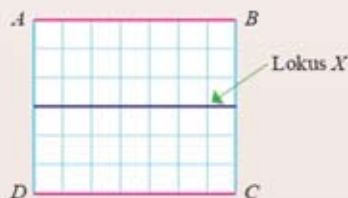
Contoh 8

Rajah di sebelah menunjukkan segi empat tepat, $ABCD$ yang dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Huraikan dan lukis lokus X yang berjarak sama dari garis AB dan DC .



Penyelesaian:

Lokus bagi titik X yang berjarak sama dari garis AB dan DC ialah garis yang selari dengan AB dan DC serta berjarak 3 unit dari garis AB dan DC .



Apakah lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang?

Cetusan Minda 8



Berkumpulan

Tujuan: Menentukan lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang.

Bahan: Kertas grid segi empat sama, pembaris, pensel dan protractor.

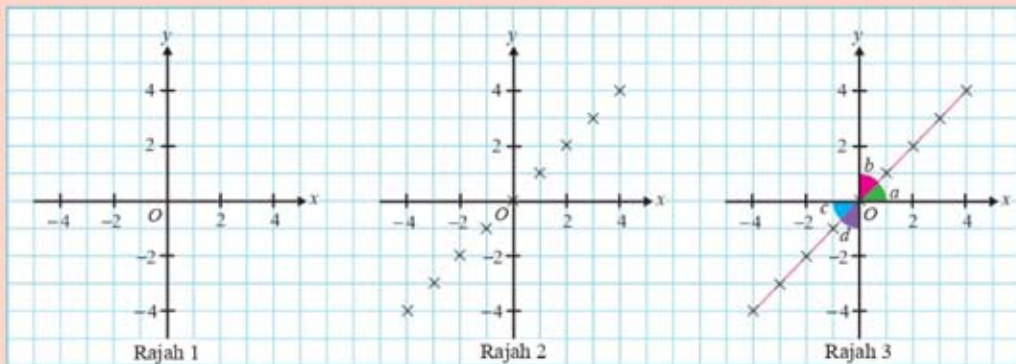
Langkah:

1. Lukiskan paksi y dan paksi x pada satah Cartes pada kertas grid (Rajah 1).
2. Tandakan pasangan koordinat yang bernilai sama. Contoh, $(0, 0)$, $(-2, -2)$, $(4, 4)$ dan sebagainya (Rajah 2).
3. Sambungkan kesemua titik dengan satu garis lurus. Ukur $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ dan $\angle d$ dengan menggunakan protractor (Rajah 3).



STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang.



Perbincangan:

1. Apakah kesimpulan anda tentang nilai $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ dan $\angle d$ dengan sudut yang terbentuk pada persilangan paksi x dan paksi y ?
2. Apakah kaitan antara garis lurus yang menyambungkan pasangan koordinat bernilai sama dengan nilai $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ dan $\angle d$?

Hasil daripada Cetusan Minda 8, didapati bahawa:

- (a) $\angle a = \angle b = \angle c = \angle d = 45^\circ$.
- (b) Garis lurus yang menyambungkan pasangan koordinat bernilai sama, membahagi dua sama sudut persilangan antara paksi- x dengan paksi- y .

Secara generalisasi,

Lokus bagi titik yang berjarak sama dari **dua garis lurus yang bersilang** ialah **pembahagi dua sama sudut** bagi garis-garis tersebut.

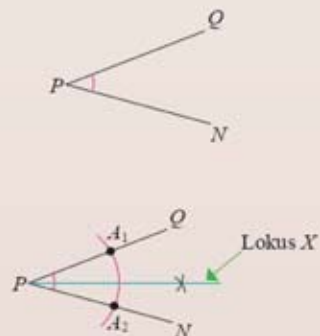
Bagaimanakah anda membina lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang?

Contoh 9

Bina lokus bagi titik X yang berjarak sama dari dua garis lurus, PQ dan PN yang bersilang di P .

Penyelesaian:

1. Dengan menggunakan jangka lukis, tanda satu lengkuk daripada titik P yang memotong garis lurus PQ dan PN .
2. Tandakan titik persilangan antara lengkuk dan garis lurus PQ dan PN sebagai A_1 dan A_2 masing-masing.
3. Bina persilangan dari titik A_1 dan A_2 .
4. Lukis satu garis lurus yang menyambungkan titik persilangan yang dibina pada langkah 3 dan titik P .



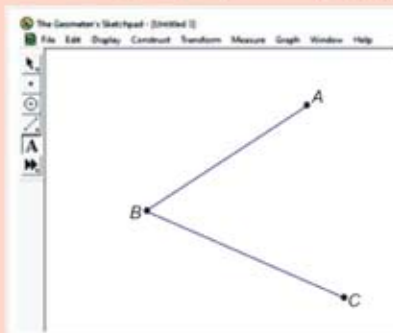


Tajuk: Membina lokus berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang.

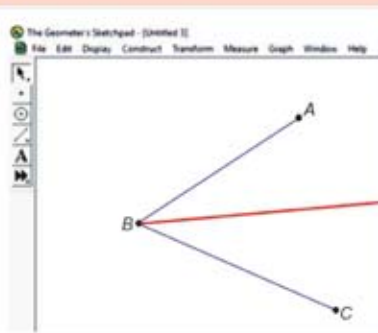
Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

1. Mulakan dengan *New Sketch*.
2. Pilih *Straightedge Tool* untuk melukis garis AB dan BC yang bersilang di B .
3. Guna *Text Tool* untuk melabel titik A , diikuti titik B dan seterusnya titik C (Titik persilangan mesti ditanda pada giliran yang kedua).
4. Tandakan ketiga-tiga titik di A , B dan C dengan *Selection Arrow Tool*. (Rajah 1)
5. Pilih menu *Construct* untuk membina pembahagi dua sama sudut (*Angle bisector*) antara dua garis yang bersilang. (Rajah 2)



Rajah 1



Rajah 2

Perbincangan:

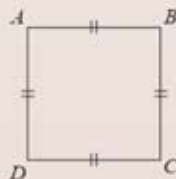
Apakah kesimpulan anda berkaitan lokus berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang?

Hasil daripada Cetusan Minda 9, didapati bahawa:

Lokus suatu titik yang berjarak sama dari dua garis lurus AB dan BC yang bersilang di titik B ialah satu garis lurus yang membahagi dua sama $\angle ABC$.

Contoh 10

Rajah di sebelah menunjukkan segi empat sama $ABCD$. Huraikan dan lukis lokus bagi titik Y yang bergerak sama jarak dari garis AB dan garis AD .



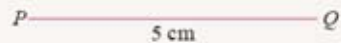
Penyelesaian:

Lokus bagi titik Y yang bergerak sama jarak dari garis AB dan garis AD ialah garis lurus yang membahagi dua sama sudut BAD .



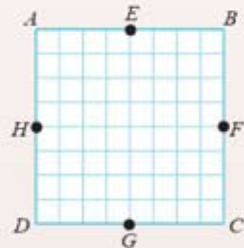
UJI MINDA 8.2a

1. Rajah menunjukkan garis lurus PQ yang berjarak 5 cm.



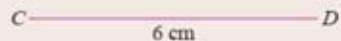
- (a) X ialah satu titik yang sentiasa berjarak 3 cm dari titik P . Huraikan selengkapnya lokus bagi titik X .
 (b) Y ialah satu titik yang sentiasa berjarak 4 cm dari titik Q . Huraikan selengkapnya lokus bagi titik Y .

2. Rajah di sebelah menunjukkan segi empat sama $ABCD$ yang dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. P, Q, R, S dan T ialah lima titik yang bergerak di dalam segi empat sama $ABCD$. Dengan menggunakan huruf di dalam rajah, nyatakan lokus bagi titik



- (a) P yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari titik A dan titik D .
 (b) Q yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari titik B dan titik D .
 (c) R yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 4 unit dari garis lurus BC .
 (d) S yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari garis lurus AB dan BC .
 (e) T yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 4 unit dari garis lurus EG .

3. Rajah di sebelah menunjukkan garis lurus CD yang berjarak 6 cm.



T ialah satu titik yang sentiasa berjarak 1.5 cm dari garis lurus CD .

- (a) Lukis lokus bagi titik T .
 (b) Huraikan selengkapnya lokus bagi titik T .
4. Bina lokus bagi titik Y bagi situasi yang diberikan.

- (a) Sentiasa berjarak sama dari garis lurus PQ dan PR .



- (b) $YC = YD$



- (c) $\angle PQY = \angle RQY$



5. Rajah di sebelah menunjukkan trek larian. Seorang olahragawan berlatih dengan keadaan beliau sentiasa lari selang dua lorong dari lorong 4 trek tersebut. Lukiskan lokus larian olahragawan tersebut.



Bagaimanakah anda menentukan lokus yang memenuhi dua atau lebih syarat?

Persilangan bagi dua atau lebih lokus boleh ditentukan dengan membina setiap lokus yang dinyatakan pada satu rajah yang sama.

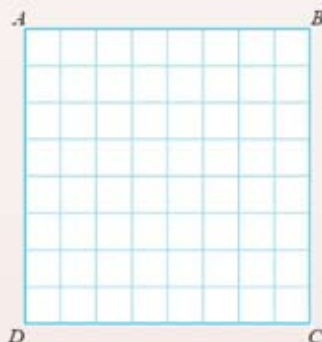
STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan lokus yang memenuhi dua atau lebih syarat.

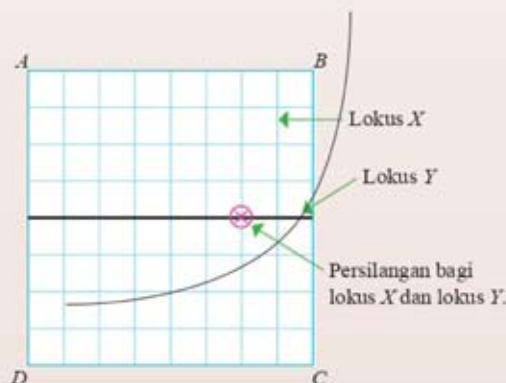
Contoh 11

Rajah di sebelah menunjukkan segi empat sama $ABCD$ yang dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak di dalam segi empat sama $ABCD$ tersebut. Pada rajah, lukis

- lokus bagi titik X yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 7 unit dari A .
- lokus bagi titik Y yang bergerak dengan keadaan jaraknya adalah sentiasa sama dari garis AB dan garis CD .
- Tandakan kedudukan bagi semua titik persilangan lokus X dan lokus Y dengan simbol $\otimes$.



Penyelesaian:

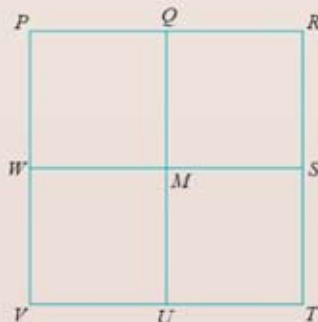


Contoh 12

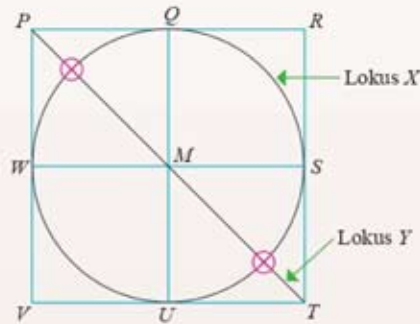
Rajah di sebelah menunjukkan empat segi empat sama bersisi 2 cm yang digabungkan. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak dalam segi empat sama $PRTV$.

Pada rajah, lukis

- lokus bagi titik X yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 2 cm dari M .
- lokus bagi titik Y yang bergerak dengan keadaan jaraknya adalah sentiasa sama dari garis PR dan garis PV .
- Tandakan kedudukan bagi semua titik persilangan lokus X dan lokus Y dengan simbol $\otimes$.



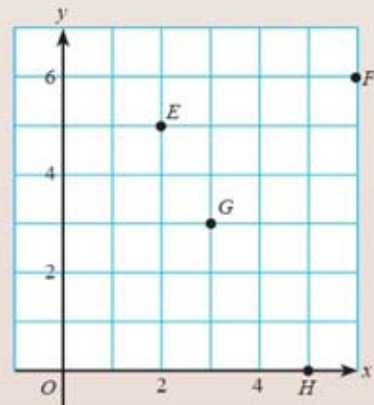
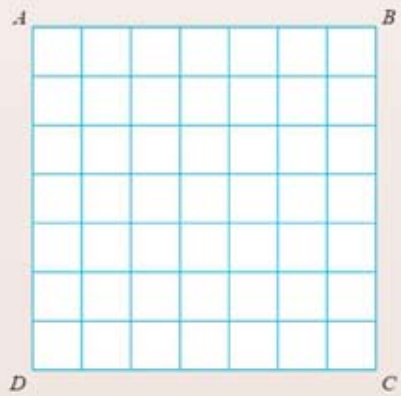
Penyelesaian:



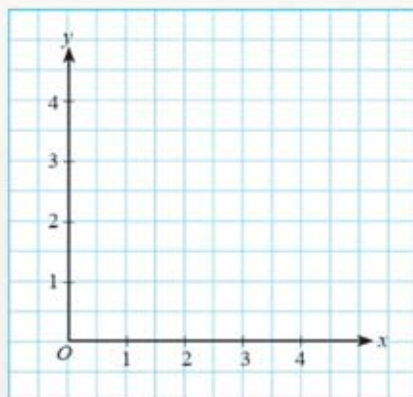
UJI MINDA 8.2b

- Dalam rajah di sebelah, segi empat $ABCD$ mewakili sebahagian daripada satu kawasan tasik. $ABCD$ dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Titik V dan titik W mewakili perjalanan bot V dan bot W . Pada rajah, lukiskan

 - lokus bagi bot V yang sentiasa bergerak 5 unit dari titik D .
 - lokus bagi bot W yang berjarak 3 unit dari garis BC .
 - Seterusnya, tandakan persilangan laluan bot V dan bot W dengan simbol $\otimes$.
- Rajah di sebelah menunjukkan satah Cartes yang ditandakan dengan empat titik E , F , G dan H . Faruk berada pada jarak yang sama dari paksi- x dan paksi- y . Kedudukan Faruk juga kurang daripada 5 unit dari pusat O . Antara titik E , F , G dan H , yang manakah merupakan kedudukan Faruk?



3. Rajah di sebelah menunjukkan satah Cartes. Titik F bergerak dengan keadaan jarak tegaknya sentiasa 3 unit dari paksi- x manakala titik G bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 4 unit dari asalan. Tandakan semua titik persilangan antara lokus F dan lokus G dengan simbol $\otimes$.



Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan lokus?

Contoh 13

Sebuah klinik akan dibina di sebuah kampung. Klinik itu hendaklah berjarak sama di antara rumah P dengan rumah Q , serta berjarak 600 meter dari suatu jalan raya AB . Tentukan kedudukan yang mungkin bagi klinik itu. (skala 1 cm = 600 meter)

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan lokus.



Penyelesaian:

Memahami masalah

Klinik itu berjarak sama dari P dan Q , iaitu garis lurus pembahagi dua sama untuk P dan Q . Klinik berjarak 600 meter dari jalan raya AB . Wujud dua garis lurus selari.

Merancang strategi

Melukis dengan menggunakan jangka lukis dan pembaris.

Melaksanakan strategi

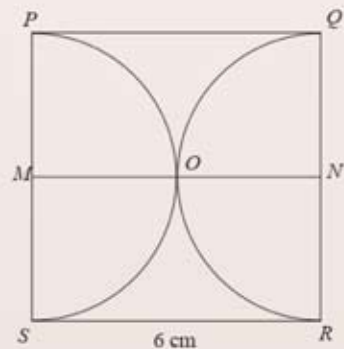


Membuat kesimpulan

Dua kedudukan yang ditandakan dengan simbol $\otimes$ memenuhi syarat-syarat untuk membina klinik.

UJI MINDA 8.2c

- Rajah di sebelah menunjukkan segi empat sama $PQRS$ dengan sisi 6 cm. Dua semi bulatan berpusat di M dan N dilukis di dalam segi empat sama $PQRS$. Diberi M dan N ialah titik tengah PS dan QR . Pada rajah, lorekkan rantau yang memenuhi pergerakan lokus-lokus berikut.
 - Lokus bagi titik X yang sentiasa bergerak dengan keadaan $XM \leq 3$ cm dan lebih daripada 3 cm dari garis SR .
 - Lokus bagi titik Y yang sentiasa bergerak dengan keadaan $YM \geq 3$ cm dan $YN \geq 3$ cm.
 - Huraikan persilangan antara lokus X dengan lokus Y .
- Rajah di sebelah menunjukkan kawasan berpagar bagi suatu padang rumput berbentuk segi empat tepat $PQRS$ dengan ukuran 6 m $\times$ 8 m. Seekor kambing diikat pada titik Q dengan seutas tali yang panjangnya 7 meter. Lorekkan rantau yang boleh dicapai oleh kambing itu.

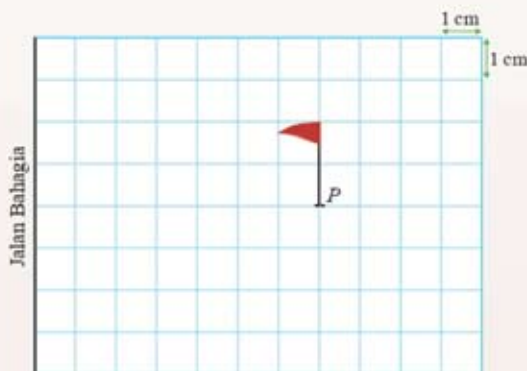


3. Khalid melukis pelan untuk permainan mencari kotak harta karun pada grid segi empat sama dengan skala 1 cm kepada 1 meter.

Pada rajah di sebelah, lukis

- kawasan kotak harta karun jika berjarak 3 m dari tiang bendera P .
- kawasan kotak harta karun jika berjarak 5 m dari Jalan Bahagia.

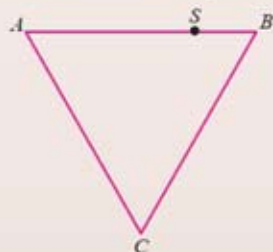
Seterusnya, tandakan kedudukan yang mungkin bagi kotak harta karun dengan simbol $\otimes$.



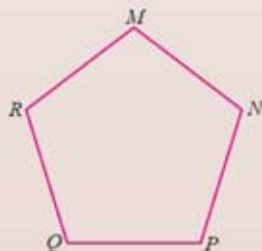
Cabaran Dinamis

Uji Diri

- Rajah di bawah menunjukkan segi tiga sama sisi ABC . S ialah satu titik di atas garis AB . Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak dalam rajah tersebut. Pada rajah,
 - lukis lokus bagi titik X dengan keadaan $AX = AS$.
 - lukis lokus bagi titik Y dengan keadaan Y adalah sama jarak dari AC dan BC .
 - Seterusnya, tandakan dengan simbol $\otimes$ semua persilangan bagi lokus X dan lokus Y itu.



- Rajah di bawah menunjukkan pentagon sekata $MNPQR$. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak di dalam pentagon tersebut. Pada rajah,
 - lukis lokus bagi titik X dengan keadaan $RX = XN$.
 - lukis lokus bagi titik Y dengan keadaan $RY = RQ$.
 - tandakan dengan simbol $\otimes$ semua titik persilangan bagi lokus X dan lokus Y .

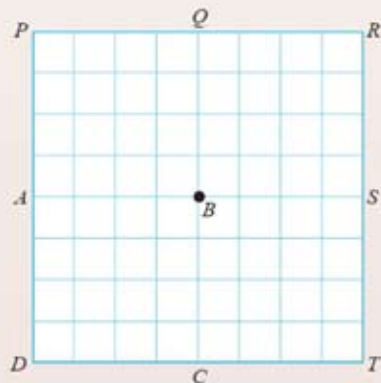


3. Rajah di bawah menunjukkan kawasan hutan yang berbentuk segi tiga PQR . Titik X dan titik Y ialah dua locus yang menghuraikan kedudukan sebuah helikopter yang terhempas. Pada rajah
- lukis locus bagi titik X dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari garis QR dan QP .
 - lukis locus bagi titik Y dengan keadaan $YP = PR$.
 - Seterusnya, tandakan dengan simbol $\otimes$ bagi kedudukan yang mungkin bagi helikopter tersebut.

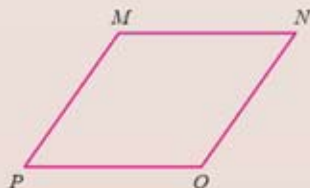


Mahir Diri

1. Rajah di sebelah dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Titik X , titik Y dan titik Z ialah tiga titik yang bergerak di dalam segi empat sama itu.
- X ialah titik yang bergerak dengan keadaan jaraknya adalah sentiasa sama dari titik Q dan titik C . Dengan menggunakan huruf dalam rajah, nyatakan locus bagi titik X .
 - Pada rajah,
 - lukis locus bagi titik Y yang bergerak dengan keadaan jaraknya adalah sentiasa sama dari garis lurus PD dan DT .
 - lukis locus bagi titik Z yang bergerak dengan keadaan titik itu sentiasa berjarak 5 unit dari titik S .
 - Tandakan dengan simbol $\otimes$ kedudukan bagi semua persilangan bagi locus Y dan locus Z .

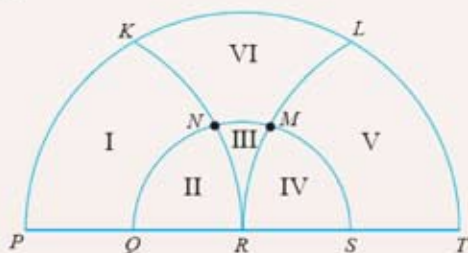


2. Rajah di bawah menunjukkan rombus $MNOP$. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak dalam rombus tersebut. Pada rajah,
- lukis locus bagi titik X yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari garis PM dan garis PO .
 - lukis locus bagi titik Y yang bergerak dengan keadaan $YP = PO$.
 - Tandakan dengan simbol $\otimes$ kedudukan bagi semua persilangan bagi locus X dan locus Y .



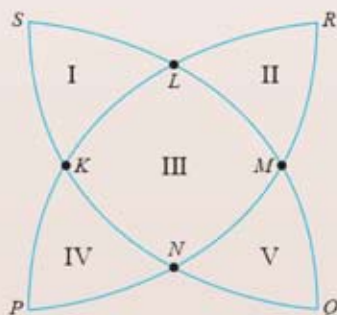
Masteri Kendiri

1. Rajah di bawah menunjukkan dua semi bulatan, $PKLT$ dan $QNMS$ berpusat di R , dengan diameter masing-masing 8 cm dan 4 cm. KNR dan RML ialah lengkok bulatan berpusat di P dan T masing-masing.



Berdasarkan rajah di atas, nyatakan

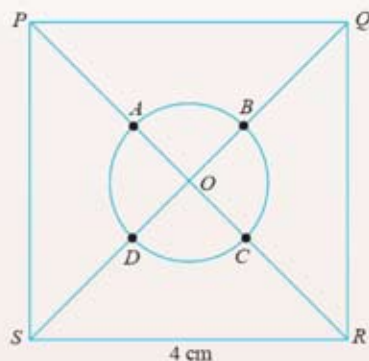
- titik yang berjarak 2 cm dari R dan 4 cm dari P .
 - titik yang berjarak lebih daripada 2 cm dari R dan 4 cm dari T .
 - kedudukan bagi titik X yang bergerak dalam rajah dengan keadaan kurang daripada 4 cm dari P dan lebih daripada 2 cm dari R .
 - kedudukan bagi titik Y yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $YR < 2$ cm dan $YP < 4$ cm.
 - kedudukan bagi titik Z yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $ZT > 4$ cm, $ZP > 4$ cm dan $ZR > 2$ cm.
2. Dalam rajah di bawah, $SLMQ$, $PKLR$, $QNKS$ dan $RMNP$ ialah lengkok bulatan berjari 4 cm dan berpusat di P , Q , R dan S masing-masing.



Berdasarkan rajah di atas, nyatakan

- kedudukan bagi titik X yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $XS < 4$ cm, $XP < 4$ cm dan $XQ > 4$ cm.
- kedudukan bagi titik Y yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $YR > YP$.
- kedudukan bagi titik Z yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $ZP < 4$ cm, $ZQ < 4$ cm, $ZR < 4$ cm dan $ZS < 4$ cm.

3. Rajah di bawah menunjukkan segi empat sama $PQRS$ dengan sisi 4 cm dan suatu bulatan berpusat di O dengan jejari 1 cm. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang sentiasa bergerak di dalam segi empat sama $PQRS$.



Huraikan pergerakan yang mungkin bagi locus titik X dan titik Y bagi titik persilangan berikut.

- B dan D .
- A dan C .

PROJEK

Apabila kita melihat permukaan jam untuk mengetahui waktu, kita mendapati hujung jarum jam sentiasa bergerak dengan corak yang sama iaitu dengan keadaan hujung jarum sentiasa berjarak sama dari pusat permukaan jam.



Mengapakah bentuk bulatan yang dipilih untuk mewakili pergerakan masa dalam jam? Dapatkan maklumat tentang kaitan antara pembahagian jam, minit dan saat dengan bentuk bulatan. Buat satu laporan bergambar dengan menggunakan multimedia.



PETA KONSEP

Lokus dalam Dua Dimensi

Satu set titik yang kedudukannya memenuhi syarat tertentu.

Lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.

Bulatan



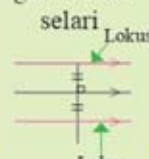
Lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap

Pembahagi dua sama serenjang



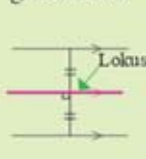
Lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus

Sepasang garis lurus selari



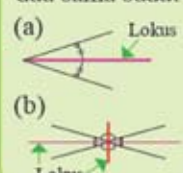
Lokus bagi titik berjarak sama dari dua garis lurus yang selari

Satu garis lurus



Lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang

Pembahagi dua sama sudut



(IMBAS KENDIRI)

Pada akhir bab ini, saya dapat:

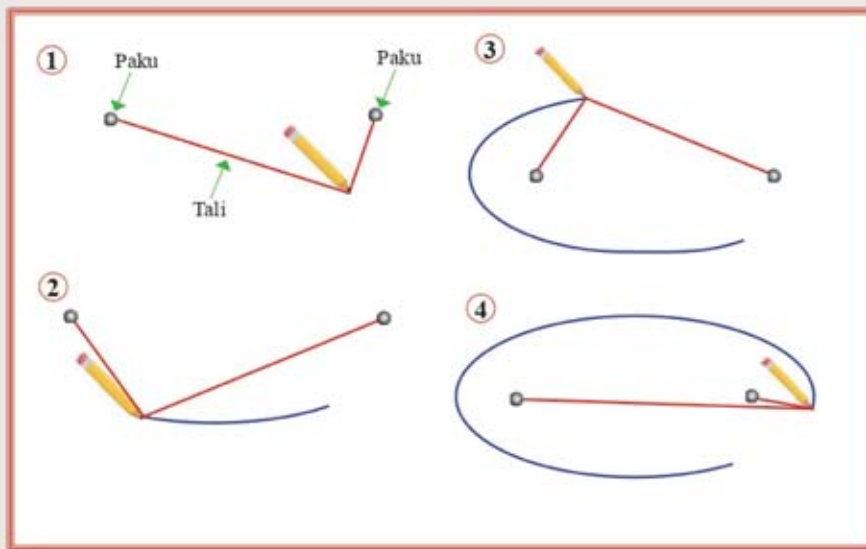


- | | | | |
|----|--|--|--|
| 1. | Mengenal lokus dalam situasi kehidupan sebenar, dan seterusnya menerangkan maksud lokus. | | |
| 2. | Memerihai lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap. | | |
| 3. | Memerihai lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap. | | |
| 4. | Memerihai lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus. | | |
| 5. | Memerihai lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari. | | |
| 6. | Memerihai lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang. | | |
| 7. | Menentukan lokus yang memenuhi dua atau lebih syarat. | | |
| 8. | Menyelesaikan masalah yang melibatkan lokus. | | |

JELAJAH MATEMATIK

Kita boleh melakar satu elips dengan langkah-langkah berikut:

1. Ikatkan dua batang paku dengan seutas tali (satu paku pada setiap hujung tali).
2. Letakkan sehelai kertas di atas sekeping papan rata.
3. Pakukan dua paku tadi di atas kertas itu supaya tali itu tidak berada dalam keadaan tegang. Dua paku yang ditetapkan itu dipanggil fokus.
4. Kita boleh mula melakar bentuk elips dengan menarik secara tegang tali itu dengan menggunakan mata pensel di dalam batasan tali itu.
5. Perhatikan bentuk elips yang terbentuk.



BIJAK MINDA

Mengapakah elips juga boleh dikenali sebagai lokus?