

# BAB 8

## Pemodelan Matematik

### Apakah yang akan anda pelajari?

- Pemodelan Matematik

### Maslahat Bab Ini

Pemodelan matematik diaplikasikan dalam pelbagai disiplin dalam dunia sebenar. Jurutera menggunakan pemodelan matematik untuk menganalisis laluan trafik di atas sebuah jambatan. Syarikat telekomunikasi menggunakan pemodelan matematik untuk menentukan harga mengecaj pengguna bagi sesuatu perkhidmatan panggilan. Ahli sains juga menggunakan pemodelan matematik dalam meramalkan trend pertumbuhan penduduk dan sebaran penyakit berjangkit untuk menjamin kesejahteraan manusia sejagat.

### Tahukah Anda?

Pandemik Covid-19 telah melanda dunia pada tahun 2019. Sehubungan dengan itu, pihak kerajaan telah melaksanakan Perintah Kawalan Pergerakan (PKP) dalam usaha melandaikan lekuk epidemiologi kes kebolehhangkitan Covid-19 di dalam negara kita. Pemodelan matematik boleh digunakan untuk membuat ramalan epidemik.



### Untuk maklumat lanjut:



[bit.do/TahukahAndaBab8](http://bit.do/TahukahAndaBab8)

### GERBANG ISTILAH



eksponen  
fungsi eksponen  
kuadratik  
linear  
pemodelan matematik

*exponent*  
*exponential function*  
*quadratic*  
*linear*  
*mathematical modeling*



Pembinaan terowong SMART (*Stormwater Management and Road Tunnel*) bertujuan untuk mengalirkan air banjir ketika berlaku hujan lebat di Bandaraya Kuala Lumpur. Walau bagaimanapun, terowong itu juga mempunyai fungsi tambahan dalam mengurangkan kesesakan trafik. Reka bentuk unik dan cara operasi terowong yang inovatif ini telah memberikan cabaran kepada jurutera pada awal pembinaannya. Tahukah anda terowong SMART diklasifikasikan kepada empat mod operasi yang berlainan melalui pemodelan matematik?

### Apakah itu pemodelan matematik?

#### Standard Pembelajaran

Menerangkan pemodelan matematik.

Dunia kita dipenuhi dengan pelbagai soalan penting yang tidak terjawab. Misalnya,



Adakah kenaikan paras laut akan memberikan kesan kepada negeri-negeri pesisiran pantai di Malaysia?



Berapakah kos perbelanjaan untuk belajar di kolej atau di universiti dalam tempoh 10 tahun yang akan datang?



Adakah jumlah penduduk di Malaysia akan melebihi 40 juta orang?



Adakah ciri-ciri mangsa jenayah siber dapat dikenal pasti dengan mengkaji tabiat seseorang itu melayari Internet?

Jawapan kepada persoalan di atas sentiasa dikaji oleh penyelidik. Adakah jawapan kepada persoalan ini dapat dicari? Mungkin. Yang pasti ialah cubaan untuk mencari penyelesaian memerlukan penggunaan matematik, barangkali melalui penciptaan, aplikasi dan perincian **model matematik**.

Satu model matematik ialah suatu hubungan matematik yang menghuraikan situasi dunia sebenar. Misalnya, rumus  $I = Prt$  menunjukkan suatu hubungan antara faedah mudah dengan prinsipal, kadar faedah dan masa.

Dalam bab ini, anda akan diperkenalkan proses membina model matematik, yang dikenali sebagai **pemodelan matematik**. Dalam pemodelan matematik, masalah dunia sebenar diterjemah sebagai masalah matematik. Kemudian anda akan menyelesaikan masalah matematik berkenaan dan mentafsirkan semula penyelesaiannya dalam konteks masalah dunia sebenar.

**Model matematik** ialah suatu perwakilan bagi satu sistem atau senario yang digunakan untuk memperoleh kefahaman secara kualitatif dan/atau kuantitatif bagi masalah dunia sebenar serta meramalkan perlakuan masa depan.



Perhatikan masalah di bawah.

- 1 Di bandar A, terdapat 40 000 orang penduduk. Diketahui 45% daripada penduduk di bandar itu mengamalkan tabiat mengitar semula botol minuman plastik terpakai. Jika setiap orang di bandar itu menggunakan 5 botol minuman plastik setiap minggu, berapa banyak botol minuman plastik yang dikitar semula setiap minggu di bandar tersebut?

Soalan seperti ini sering ditanya dalam buku Matematik untuk mengukuhkan konsep peratusan. Hal ini adalah satu contoh soalan dalam bentuk masalah. Masalah seperti ini memberi semua maklumat yang diperlukan dan kita hanya perlu melaksanakan perhitungan supaya satu jawapan yang betul diperolehi. Masalah seperti ini digunakan untuk membantu kita memahami konsep matematik tertentu dan mengukuhkan kemahiran matematik yang penting.

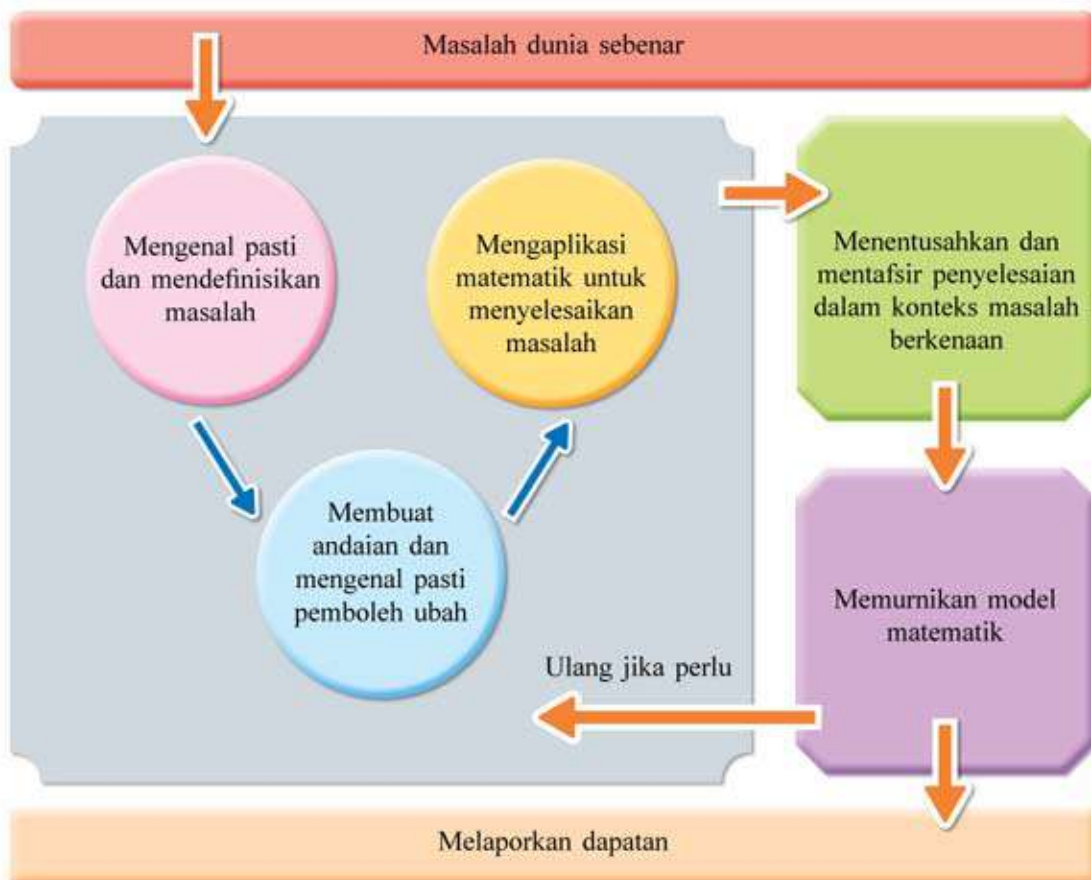
Mari kita lihat pula soalan seperti berikut.

- 2 Berapa lamakah masa yang diperlukan untuk membersihkan tumpahan minyak di lautan?

Soalan kedua ini agak berbeza. Kita tidak mempunyai maklumat yang mencukupi untuk menjawab soalan ini. Soalan ini ialah soalan terbuka. Kita biasanya tidak mempunyai maklumat yang mencukupi apabila cuba menyelesaikan masalah dunia sebenar. Permasalahan dunia sebenar memerlukan kita menggunakan pengetahuan matematik dan kreativiti untuk menyelesaikannya. Dalam hal ini, pemodelan matematik adalah paling sesuai dalam menyelesaikan soalan terbuka seperti ini.

Terdapat beberapa komponen penting dalam pemodelan matematik:

- 1 Mengenal pasti dan mendefinisikan masalah
- 2 Membuat andaian dan mengenal pasti pemboleh ubah
- 3 Mengaplikasi matematik untuk menyelesaikan masalah
- 4 Menentusahkan dan mentafsir penyelesaian dalam konteks masalah berkenaan
- 5 Memurnikan model matematik
- 6 Melaporkan dapatan



Mari kita lihat satu contoh pemodelan matematik yang melibatkan semua komponen di atas.

### Masalah Dunia Sebenar

Pasar raya yang terletak jauh dari rumah anda mungkin menjual sekampit beras 10 kg dengan harga yang lebih rendah daripada pasar raya yang berdekatan dengan rumah anda. Adakah berbaloi jika anda memandu ke pasar raya yang terletak lebih jauh dari rumah untuk membeli dua kampak beras 10 kg yang lebih murah?

### Mengenal pasti dan mendefinisikan masalah

- ❖ Harga sekampit beras 10 kg dan kos petrol.
- ❖ Tentukan kedudukan dua buah pasar raya yang jaraknya masing-masing dari rumah adalah berbeza.
- ❖ Cari maklumat yang berkaitan dari Internet, misalnya harga sekampit beras 10 kg di dua buah pasar raya berkenaan, jarak setiap pasar raya dari rumah, harga petrol semasa, kadar penggunaan petrol kereta dan sebagainya.

### Membuat andaian

- Rumah, pasar raya A, pasar raya B berada pada satu garis lurus
- Memandu kereta semasa ke pasar raya
- Membeli bilangan kampil dan cap beras yang sama di pasar raya A dan pasar raya B



### TiP Bestari

Andaian yang dilakukan biasanya dimulakan dengan pemboleh ubah paling mudah. Setelah masalah diselesaikan, andaian yang lebih rumit boleh dipertimbangkan.

### Mengenal pasti pemboleh ubah

- Katakan
  - $s$ , jarak di antara pasar raya A dengan pasar raya B
  - $P_1$ , harga sekampit beras 10 kg di pasar raya A
  - $P_2$ , harga sekampit beras 10 kg di pasar raya B
  - $m$ , kadar penggunaan petrol kereta dalam km per liter
  - $n$ , bilangan kampil beras 10 kg yang akan dibeli
  - $H$ , harga petrol semasa dalam RM per liter
  - $S$ , beza harga dalam RM yang dibayar bagi membeli beras 10 kg di pasar raya B berbanding dengan pasar raya A
  - $T$ , beza kos petrol dalam RM yang dibayar bagi perjalanan ke pasar raya B berbanding dengan pasar raya A

### KOTAK MEMORI

Pemboleh ubah merupakan kuantiti yang tidak diketahui nilainya.

### Mengaplikasi matematik untuk menyelesaikan masalah

#### Harga sekampit beras 10 kg

Pasar raya A: RM25.95 per 10 kg

Pasar raya B: RM23.99 per 10 kg

Katakan bilangan kampil beras 10 kg yang akan dibeli ialah 2.

#### Harga yang perlu dibayar

Pasar raya A:  $2 \times \text{RM}25.95 = \text{RM}51.90$

Pasar raya B:  $2 \times \text{RM}23.99 = \text{RM}47.98$

Jadi, dengan membeli beras di pasar raya B, seseorang itu dapat berjimat  
 $\text{RM}51.90 - \text{RM}47.98 = \text{RM}3.92$

Katakan jarak di antara pasar raya A dengan pasar raya B ialah 6 km,  
 kadar penggunaan petrol sebuah kereta adalah lebih kurang 17.6 km per liter,  
 harga petrol semasa ialah RM2.08 per liter.

Petrol yang diperlukan bagi perjalanan 6 km =  $\frac{6 \text{ km}}{17.6 \text{ km/liter}} = 0.341 \text{ liter}$

Kos petrol bagi perjalanan 12 km (dua hala) =  $0.341 \text{ liter} \times \frac{\text{RM}2.08}{\text{liter}} \times 2 = \text{RM}1.42$

Jadi, wang yang dapat dijimatkan ialah  $\text{RM}3.92 - \text{RM}1.42 = \text{RM}2.50$  apabila membeli 2 kampil beras 10 kg di pasar raya B.

Model matematik yang dapat dihasilkan adalah seperti berikut.

$$S = (P_1 - P_2) \times n$$

$$T = \frac{s}{m} \times H \times 2$$

Jika  $S > T$ , maka adalah lebih jimat untuk membeli beras di pasar raya B. Oleh itu, kita wajar memandu ke pasar raya B.

Jika  $S \leq T$ , maka kita tidak seharusnya memandu ke pasar raya B untuk membeli beras.

Contoh penggunaan model:

$$\begin{aligned} S &= (P_1 - P_2) \times n \\ &= (25.95 - 23.99) \times 2 \\ &= \text{RM}3.92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{s}{m} \times H \times 2 \\ &= \frac{6}{17.6} \times 2.08 \times 2 \\ &= \text{RM}1.42 \end{aligned}$$

Semasa menentusahkan dan mentafsir penyelesaian, kita pertimbangkan:

- Adakah penyelesaian itu menangani masalah berkenaan?
- Adakah penyelesaian itu rasional apabila diterjemahkan kembali ke dunia sebenar?

Oleh sebab  $S > T$ , maka adalah lebih jimat untuk membeli beras di pasar raya B, maka kita wajar memandu ke pasar raya B. Oleh itu, model matematik tersebut dapat menangani masalah berkenaan.

Daripada model matematik yang dibina, penerokaan lanjutan boleh dibuat.

1. Jika semua pemboleh ubah dikekalkan, sejauh manakah jarak kedudukan pasar raya B adalah optimum?

$$\begin{aligned} (P_1 - P_2) \times n &> \frac{s}{m} \times H \times 2 \\ (25.95 - 23.99) \times 2 &> \frac{s}{17.6} \times 2.08 \times 2 \\ s &< 16.6 \text{ km} \end{aligned}$$

Hal ini bermakna jika jarak di antara dua pasar raya itu adalah kurang dari 16.6 km, maka adalah **wajar memandu ke pasar raya B** untuk membeli beras.

#### Buletin Ilmiah

Optimum bermaksud kedudukan yang terbaik atau paling menguntungkan.

2. Berapakah harga sekampit beras 10 kg yang maksimum di pasar raya B sehingga mempengaruhi seseorang memandu ke pasar raya B untuk membeli beras?

$$\begin{aligned} (P_1 - P_2) \times n &> \frac{s}{m} \times H \times 2 \\ (25.95 - P_2) \times 2 &> \frac{6}{17.6} \times 2.08 \times 2 \\ P_2 &< \text{RM}25.24 \end{aligned}$$

Hal ini bermakna selagi harga sekampit beras 10 kg di pasar raya B adalah kurang daripada RM25.24, perjalanan yang diambil adalah berbaloi.

Jadi, melalui model matematik di atas, kita bukan sahaja dapat menjawab sama ada tindakan yang diambil adalah terbaik untuk situasi yang diberi malah membolehkan kita menentukan faktor-faktor lain yang menyokong atau menyangkal keputusan untuk memandu pada jarak yang lebih jauh untuk membeli beras.

Kemudian, refleksi tentang model dan persoalan yang boleh ditimbulkan adalah seperti berikut.

Adakah jawapan yang bernilai negatif boleh diperoleh?

Adakah andaian kita relevan dan boleh dipertahankan?

Adakah model ini mengikut andaian yang dibuat? Adakah terdapat andaian lain yang perlu dibuat?

Adakah model ini masih sah apabila kita menambah atau mengurangkan nilai pemboleh ubah? Misalnya, jika semua pemboleh ubah dikekalkan, tetapi mengurangkan nilai  $s$ , iaitu jarak di antara pasar raya A dengan pasar raya B, adakah nilai  $T$  akan berkurangan, iaitu beza kos petrol yang dibayar bagi perjalanan ke pasar raya B berbanding dengan pasar raya A?



Bagaimana jika andaian kita tidak betul? Bagaimana hal ini memberi impak kepada jawapan?

Bagaimana jika senario yang diberi berubah sedikit? Adakah keputusan yang diambil berubah banyak atau sedikit? Sejauh manakah perubahan ini mempengaruhi keputusan yang dibuat?

Refleksi seperti ini membolehkan kita memikirkan keperluan memurnikan suatu model matematik.

### Memurnikan model matematik

Andaian yang dibuat tentang lokasi rumah, pasar raya A dan pasar raya B yang berada pada suatu garis lurus perlu dikaji semula. Jika lokasi ketiga-tiga tempat ini tidak terletak di atas suatu garis lurus, bagaimana hal ini memberi impak kepada model kita? Jika andaian baharu dibuat, maka model perlu diubah untuk menggambarkan perubahan ini.



### Melaporkan dapatan

Gunakan simbol dan rajah semasa melaporkan dapatan jika perlu. Simbol dan rajah yang digunakan akan menggambarkan keseluruhan proses pemodelan sehingga mencapai dapatan yang dikehendaki. Setiap model mempunyai kekuatan dan kelemahannya, yang penting model itu dapat mengenali kekuatan dan kelemahan itu dalam laporannya.

Misalnya,

- ❖ nilai bagi masa yang diperuntukkan oleh seseorang adalah sesuatu yang tidak dipertimbangkan dalam model ini. Adakah memandu tambahan 12 km untuk jumlah penjimatan sebanyak RM2.50 berbaloi bagi seseorang? Mengikut model ini, penjimatan 5 sen dianggap berbaloi.
- ❖ impak kepada alam sekitar tidak dipertimbangkan dalam model ini. Adakah dengan memandu tambahan jarak 12 km untuk penjimatan sebanyak RM2.50 itu mesra alam sekitar? Model ini tidak mempertimbangkan usaha ke arah kelestarian alam sekitar seperti usaha mengurangkan pengeluaran karbon dioksida.

Kita telah melihat cara proses pemodelan matematik dilakukan dengan menggunakan satu contoh di atas. Perlu ditegaskan bahawa kita tidak boleh menggunakan contoh ini sebagai satu templat penyelesaian kepada masalah yang lain. Dalam menyelesaikan masalah melalui pemodelan matematik, setiap individu atau kumpulan mempunyai idea, kemahiran dan persepsi yang berbeza. Soalan terbuka seperti ini berkemungkinan menjana model matematik yang berbeza sama sekali tetapi masih sah dengan menghasilkan jawapan yang berlainan.

Jeremy menyimpan RM4 000 di Bank Bunga Raya dengan kadar faedah mudah 1.5% setahun. Jeremy ingin membeli seunit komputer berharga RM4 455 melalui hasil simpanannya. Berapa lamakah tempoh penyimpanan yang diperlukan oleh Jeremy?

- Kenal pasti dan definisikan masalah dalam persoalan di atas.
- Tentukan andaian yang perlu dibuat dan kenal pasti pemboleh ubah dalam menyelesaikan masalah di atas.

**Penyelesaian:**

- Dalam masalah ini, kita mengetahui prinsipal dan kadar faedah. Faedah ialah amaun yang Jeremy perlukan selain RM4 000 untuk membeli komputer. Kita perlu mencari tempoh simpanan Jeremy di bank.

**(b) Andaian:**

- Kita perlu mengandaikan kadar faedah tidak berubah sepanjang tempoh kita melakukan perhitungan faedah. Jika tidak, rumus  $I = Prt$  menjadi tidak sah.
- Kita juga perlu mengandaikan harga komputer tidak berubah apabila Jeremy berjaya mengumpulkan amaun wang yang diperlukan.

**Pemboleh ubah:**

Pemboleh ubah yang terlibat ialah  $I$  untuk faedah,  $P$  untuk prinsipal,  $r$  untuk kadar faedah dan  $t$  untuk masa dalam tahun.



Faedah mudah ialah ganjaran yang diberikan kepada penyimpan mengikut suatu kadar tertentu atas jumlah wang simpanannya untuk suatu tempoh masa yang tertentu. Faedah mudah boleh dihitung dengan menggunakan rumus  $I = Prt$  dengan keadaan  $I$  ialah faedah,  $P$  ialah prinsipal,  $r$  ialah kadar faedah dan  $t$  ialah masa dalam tahun.

**Latih Kendiri 8.1a**

- Perjalanan sebuah bot ke arah hulu sungai yang meliputi dua tempat yang terletak di tebing sungai mengambil masa 6 jam. Perjalanan balik bot ke hilir sungai mengambil masa 5 jam. Jika kelajuan arus sungai ialah  $2 \text{ km j}^{-1}$ , berapakah kelajuan bot di atas air tenang?
  - Kenal pasti dan definisikan masalah dalam persoalan di atas.
  - Tentukan andaian yang perlu dibuat dan kenal pasti pemboleh ubah dalam menyelesaikan masalah di atas.
- Secara berkumpulan, baca soalan di bawah dan layari Internet untuk mendapatkan maklumat.

Anda baru sahaja menamatkan pengajian ijazah dalam bidang pemasaran dan ditawarkan kerja sebagai eksekutif pemasaran oleh dua buah syarikat berbeza. Syarikat A yang terletak di kampung halaman anda menawarkan gaji permulaan yang lebih rendah dan kenaikan gaji tahunan yang lebih rendah daripada syarikat B yang terletak di ibu kota. Pilihan yang manakah lebih berbaloi?

Terangkan cara anda menggunakan proses pemodelan matematik untuk menyelesaikan masalah di atas.

## Standard Pembelajaran

Menyelesaikan masalah kehidupan sebenar melalui pemodelan matematik yang melibatkan fungsi:

- (i) Linear
  - (ii) Kuadratik
  - (iii) Eksponen
- dan mengkomunikasikan proses pemodelan matematik yang dilaksanakan.

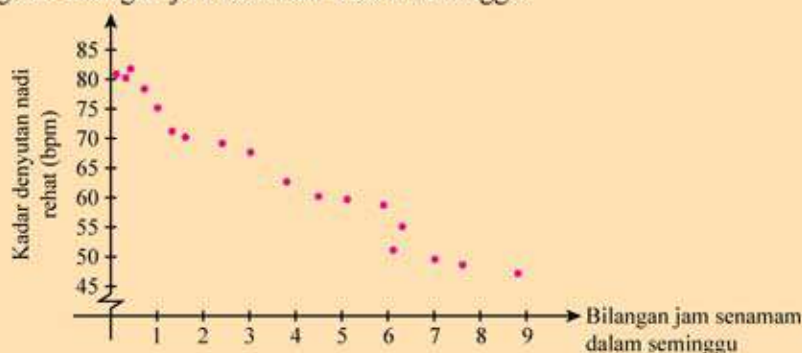
## Bagaimanakah menyelesaikan masalah kehidupan sebenar melalui pemodelan matematik?

### MOBILISASI MINDA 1 Berpasangan

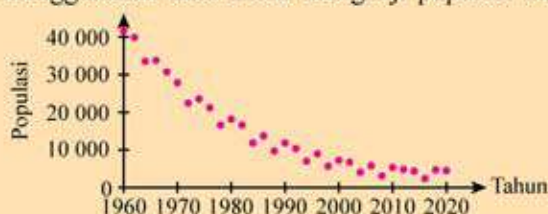
**Tujuan:** Mengaplikasi matematik untuk menyelesaikan masalah.

**Langkah:**

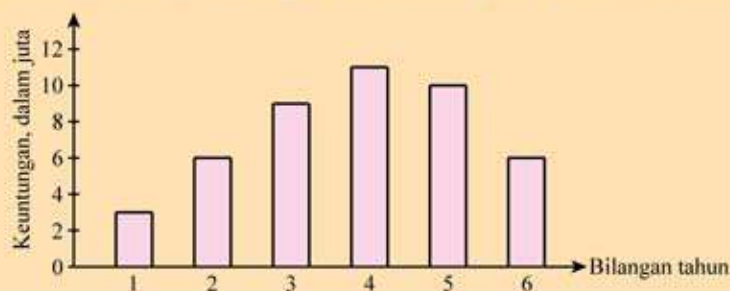
1. Berdasarkan maklumat dan rajah yang diberi, tentukan jenis fungsi (linear, kuadratik atau eksponen) yang mungkin boleh digunakan sebagai model bagi data.
2. Bincangkan pemilihan anda.
  - (a) Seorang doktor menggunakan data untuk mengkaji kadar denyutan nadi rehat orang dewasa yang normal mengikut bilangan jam senaman dalam seminggu.



- (b) Seorang saintis menggunakan data untuk mengkaji populasi harimau.



- (c) Seorang pengurus pemasaran mengkaji data yang menunjukkan hubungan antara keuntungan dengan bilangan tahun suatu produk berada di pasaran.

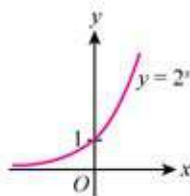


Hasil daripada Mobilisasi Minda 1, didapati bahawa kita dapat menentukan jenis fungsi yang mungkin boleh digunakan sebagai model bagi data dengan **mengkaji pola graf**.

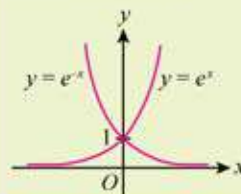
Fungsi linear: Graf menyerupai satu garis lurus.

Fungsi kuadratik: Graf lengkung berbentuk parabola. Lengkung mungkin naik dan kemudian turun atau turun dan kemudian naik.

Fungsi eksponen: Graf lengkung yang mengilustrasikan kenaikan atau penurunan nilai data pada kadar yang mendadak. Fungsi eksponen ialah suatu fungsi yang dapat diuraikan oleh persamaan yang mempunyai bentuk  $y = Ca^x$ , dengan keadaan  $a$  ialah nombor nyata positif,  $a \neq 1$  dan  $C$  ialah nilai awal. Misalnya, jika  $C = 1$  dan  $a = 2$ , graf  $y = 2^x$  adalah seperti rajah di sebelah.



Rajah di bawah menunjukkan dua graf fungsi eksponen dengan asas  $e$  dengan keadaan  $e = 2.7182818284$



### Contoh 2

Kereta Amin menggunakan 45 liter petrol untuk bergerak sejauh 405 km. Jika Amin ingin memandu kereta yang sama untuk suatu perjalanan sejauh 198 km, berapakah jumlah petrol dalam liter yang diperlukan? Selesaikan masalah ini melalui pemodelan matematik.

**Penyelesaian:**

#### Mengenal pasti dan mendefinisikan masalah

- Tentukan isi padu petrol yang diperlukan untuk suatu perjalanan sejauh 198 km.
- Diketahui bahawa lebih jauh perjalanan, lebih banyak jumlah petrol diperlukan. Oleh itu, jumlah petrol berubah secara langsung dengan jarak perjalanan.

#### Membuat andaian dan mengenal pasti pemboleh ubah

- Andaikan kelajuan memandu bagi kedua-dua perjalanan sejauh 405 km dan 198 km adalah sama
- Katakan  $x$  mewakili jarak perjalanan dan  $y$  mewakili jumlah petrol yang diperlukan
- $y$  berubah secara langsung dengan  $x$ , maka  $y = kx$  dengan keadaan  $k$  ialah pemalar

#### Mengaplikasi matematik untuk menyelesaikan masalah

Gantikan  $y = 45$  dan  $x = 405$  ke dalam  $y = kx$ ,

$$45 = k(405)$$

$$k = \frac{45}{405} = \frac{1}{9}$$

$$\text{Maka, } y = \frac{1}{9}x$$

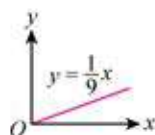
Persamaan ini menghuraikan hubungan antara jumlah petrol yang diperlukan dengan jarak perjalanan.

$$\begin{aligned}\text{Apabila } x = 198, y &= \frac{1}{9}(198) \\ &= 22 \text{ liter}\end{aligned}$$

Maka, 22 liter petrol diperlukan untuk suatu perjalanan sejauh 198 km.

**Menentukan dan mentafsir penyelesaian dalam konteks masalah berkenaan**

Model fungsi linear  $y = \frac{1}{9}x$  yang diperoleh mungkin tidak dapat digunakan untuk semua situasi perjalanan. Misalnya, jika perjalanan sejauh 405 km melalui jalan raya yang menghubungkan pekan dan bandar manakala perjalanan sejauh 198 km menerusi lebuhraya. Oleh itu, kadar penggunaan petrol adalah lebih cepat dalam perjalanan pertama berbanding dengan yang kedua. Apabila diterjemah kembali ke dunia sebenar, model fungsi linear yang diperoleh tidak sesuai digunakan untuk menangani masalah berkenaan.

**Memurnikan model matematik**

Dalam masalah ini, kita tidak dapat memurnikan model memandangkan maklumat yang diberi adalah terhad.

**Melaporkan dapatan**

Laporkan dapatan dalam bentuk penyelesaian masalah berdasarkan tafsiran penyelesaian yang telah dilaksanakan di atas.

**Contoh 3**

Rajah di bawah menunjukkan keratan rentas sebatang sungai. Seorang ahli hidrologi mengukur kedalaman sungai,  $y$  m, pada jarak yang berbeza,  $x$  m dari tebing sungai. Keputusannya yang diperoleh diberi dalam jadual berikut.



| Jarak dari tebing sungai, $x$ m | Kedalaman sungai, $y$ m |
|---------------------------------|-------------------------|
| 0                               | 0                       |
| 4                               | 1.5                     |
| 8                               | 2.3                     |
| 12                              | 2.9                     |
| 18                              | 2.9                     |
| 25                              | 1.7                     |
| 30                              | 0                       |

Dengan menggunakan pemodelan matematik, tunjukkan cara ahli hidrologi itu menggunakan data di atas untuk menentukan kedalaman sungai itu.

**Penyelesaian:****Mengenal pasti dan mendefinisikan masalah**

Bagaimana menentukan kedalaman sebatang sungai?

**Membuat andaian dan mengenal pasti pemboleh ubah**

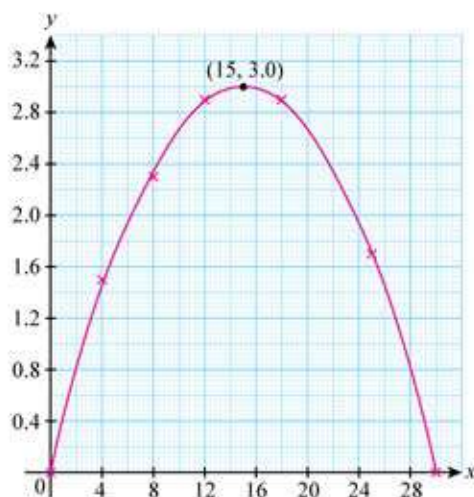
- Andaikan sungai adalah paling dalam di bahagian tengah dan kedalamannya berkurangan sehingga 0 di bahagian tepi sungai.
- Dua pemboleh ubah yang terlibat dalam kajian ini ialah kedalaman sungai,  $y$  m, dan jarak dari tebing sungai,  $x$  m.



Ahli hidrologi ialah ahli sains yang mengkaji tentang pergerakan, taburan dan kualiti air dalam alam semula jadi.

### Mengaplikasi matematik untuk menyelesaikan masalah

- Tulis jarak dari tebing sungai dan kedalaman sungai sebagai set pasangan tertib  $(x, y)$  dan lukis satu graf bagi data tersebut.
- Data kelihatan menaik dan kemudian menurun dan ini menyerupai suatu fungsi kuadratik.
- Graf yang dilukis menunjukkan lengkung penyuaian terbaik dan **menyerupai graf fungsi kuadratik**.
- Dalam pemodelan matematik untuk mewakili situasi sebenar, nilai anggaran digunakan.
- Berdasarkan graf, didapati kedalaman sungai ialah 3 m. Hal ini berlaku ketika jarak dari tebing sungai ialah 15 m (anggaran).



### Menentusahkan dan mentafsir penyelesaian dalam konteks masalah berkenaan

Tentukan fungsi kuadratik berkenaan yang mempunyai bentuk  $y = ax^2 + bx + c$ . Tentukan pemalar  $a$ ,  $b$  dan  $c$  dengan menggantikan sebarang tiga data, misalnya  $(0, 0)$ ,  $(25, 1.7)$  dan  $(30, 0)$  ke dalam persamaan.

$$\begin{aligned} 0 &= a(0)^2 + b(0) + c \\ 1.7 &= a(25)^2 + b(25) + c \\ 0 &= a(30)^2 + b(30) + c \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 0 &= c \\ 1.7 &= 625a + 25b + c \\ 0 &= 900a + 30b + c \end{aligned}$$

Oleh sebab  $c = 0$ , sistem bagi dua persamaan linear dalam dua pemboleh ubah ialah:

$$\begin{aligned} 1.7 &= 625a + 25b \quad \text{..... ①} \\ 0 &= 900a + 30b \quad \text{..... ②} \end{aligned}$$

Daripada ②,  $b = -30a$  ..... ③

$$\begin{aligned} \text{Gantikan ③ ke dalam ①, } 1.7 &= 625a + 25(-30a) \\ 1.7 &= -125a \\ a &= -0.0136 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Gantikan } a = -0.0136 \text{ ke dalam ③, } b &= -30(-0.0136) \\ &= 0.408 \end{aligned}$$

Maka fungsi kuadratik yang mungkin ialah  $y = -0.0136x^2 + 0.408x$

$$\begin{aligned} \text{Gantikan } x = 15, y &= -0.0136(15)^2 + 0.408(15) \\ &= 3.06 \text{ (hampir dengan jawapan yang diperoleh daripada graf)} \end{aligned}$$

#### Buletin Ilmiah

Sistem persamaan linear bermaksud, terdapat dua atau lebih persamaan linear yang melibatkan set pemboleh ubah yang sama.

### Memurnikan model matematik

- Model ini, kita andaikan kedalaman sungai adalah paling dalam di bahagian tengah. Hal ini mungkin tidak benar bagi sesetengah sungai lain. Model baharu diperlukan untuk andaian baharu.
- Kejituan jawapan akan bertambah jika lebih banyak data diambil.

### Melaporkan dapatan

Laporan penuh dibuat berdasarkan struktur rangka kerja pemodelan di atas.

**Contoh 4**

Faedah kompaun ialah faedah yang dihitung berdasarkan prinsipal asal dan juga faedah yang terkumpul daripada tempoh penyimpanan sebelumnya. Pada awal suatu tahun, Encik Gomez menyimpan RM20 000 dalam akaun simpanan yang memberikan faedah 4% setahun dan dikompaun setiap setahun. Terbitkan satu model matematik bagi jumlah simpanan Encik Gomez selepas  $t$  tahun penyimpanan. Selesaikan masalah ini melalui pemodelan matematik.

**Penyelesaian:****Mengenal pasti dan mendefinisikan masalah**

- Encik Gomez diberikan faedah kompaun dengan pengkompaunan sekali setahun.
- Prinsipal Encik Gomez ialah RM20 000.
- Kadar faedah tahunan ialah 4%.
- Terbitkan satu model matematik bagi jumlah simpanan Encik Gomez pada akhir tahun ke- $t$ .

**Membuat andaian dan mengenal pasti pemboleh ubah**

- Andaikan Encik Gomez tidak mengeluarkan atau menambah wang simpanannya sepanjang tempoh penyimpanannya.
- Pemboleh ubah yang terlibat ialah prinsipal,  $RMP$ , kadar faedah tahunan,  $r$ , bilangan kali faedah dikompaun,  $n$ , dan masa,  $t$  tahun.

**Mengaplikasi matematik untuk menyelesaikan masalah**

Harus diingat dalam pengiraan faedah kompaun, setiap tahun kita akan mempunyai 100% prinsipal, ditambah dengan 4% baki sebelumnya. Kita membina jadual seperti berikut.

| Tahun | Prinsipal (RM)    | Faedah yang diterima (RM)     | Prinsipal + Faedah (RM)                                                          | Hasil simpanan (RM) |
|-------|-------------------|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 1     | 20 000            | $20\,000 \times 0.04$         | $20\,000 + 20\,000 \times 0.04$<br>$= 20\,000(1 + 0.04)$                         | $20\,000(1.04)$     |
| 2     | $20\,000(1.04)$   | $20\,000(1.04) \times 0.04$   | $20\,000(1.04) + 20\,000(1.04) \times 0.04$<br>$= 20\,000(1.04)(1 + 0.04)$       | $20\,000(1.04)^2$   |
| 3     | $20\,000(1.04)^2$ | $20\,000(1.04)^2 \times 0.04$ | $20\,000(1.04)^2 + 20\,000(1.04)^2 \times 0.04$<br>$= 20\,000(1.04)^2(1 + 0.04)$ | $20\,000(1.04)^3$   |
| 4     | $20\,000(1.04)^3$ | $20\,000(1.04)^3 \times 0.04$ | $20\,000(1.04)^3 + 20\,000(1.04)^3 \times 0.04$<br>$= 20\,000(1.04)^3(1 + 0.04)$ | $20\,000(1.04)^4$   |
| 5     | $20\,000(1.04)^4$ | $20\,000(1.04)^4 \times 0.04$ | $20\,000(1.04)^4 + 20\,000(1.04)^4 \times 0.04$<br>$= 20\,000(1.04)^4(1 + 0.04)$ | $20\,000(1.04)^5$   |

**Menentusahkan dan mentafsir penyelesaian dalam konteks masalah berkenaan**

Berdasarkan jadual di atas, didapati bahawa pada penghujung setiap tahun, hasil simpanan ialah suatu kuasa 1.04 didarab dengan prinsipal simpanan sebanyak RM20 000, dan kuasa itu sepadan dengan bilangan tahun simpanan.

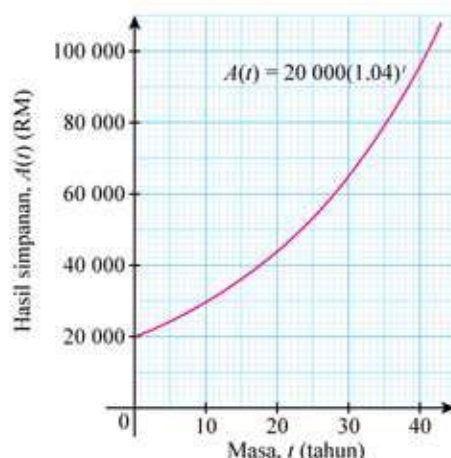
Pola tersebut dapat digeneralisasikan kepada satu model matematik dengan menggunakan  $P$  untuk mewakili prinsipal,  $t$  untuk mewakili bilangan tahun dan  $r$  untuk mewakili kadar faedah tahunan. Maka, model matematik ialah

$$A(t) = P(1 + r)^t, \quad \leftarrow \text{Perhatikan bahawa } 1.04 = 1 + 0.04 = 1 + r$$

dengan keadaan  $A(t)$  ialah jumlah simpanan pada tahun ke- $t$ .

Model matematik ini merupakan suatu fungsi eksponen yang membolehkan kita menghitung hasil simpanan jika faedah dikompaunkan setahun sekali untuk  $t$  tahun.

Graf di sebelah menunjukkan graf fungsi eksponen  $A(t) = 20\,000(1.04)^t$ . Graf hasil simpanan selepas  $t$  tahun,  $A(t)$ , menunjukkan suatu pertumbuhan eksponen apabila masa,  $t$ , bertambah.



### Memurnikan model matematik

Model matematik  $A(t) = P(1 + r)^t$  merupakan pengiraan untuk faedah kompaun dengan kekerapan pengkompaunan sekali setahun. Dalam situasi sebenar, faedah kompaun boleh dikompaunkan dengan lebih kerap, misalnya setengah tahun sekali atau 3 bulan sekali dan sebagainya.

Jika faedah dikompaunkan sebulan sekali, kadar faedah  $r$  dibahagikan antara 12 bulan kerana  $\frac{1}{12}$  daripada kadar digunakan setiap bulan. Pemboleh ubah  $t$  didarab dengan 12 kerana faedah dihitung 12 kali dalam setahun. Maka, model matematik akan berubah menjadi  $A(t) = P\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t}$ . Secara umumnya, jika faedah dikompaunkan  $n$  kali setahun, model matematik ialah  $A(t) = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ .

### Melaporkan dapatan

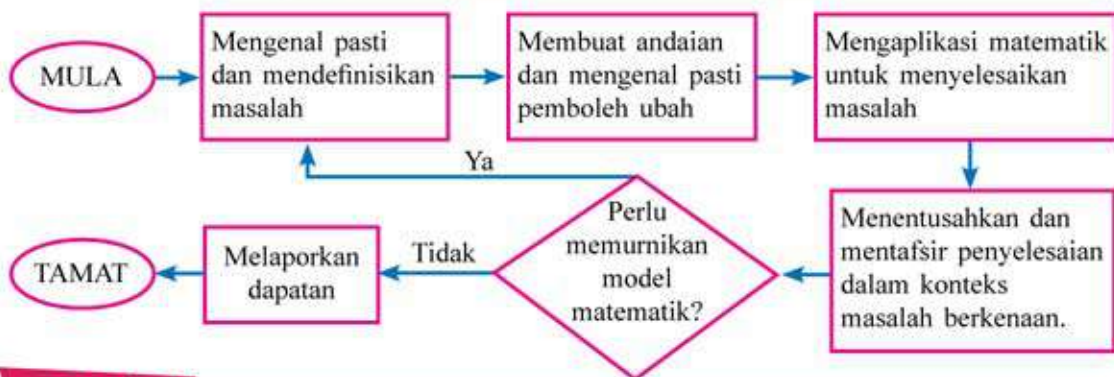
Laporan penuh dibuat berdasarkan struktur rangka kerja pemodelan di atas.

### Latih Kendiri 8.1b

1. Seorang pelari berlatih untuk menyertai perlumbaan maraton. Dia berlatih mengikut rutin untuk berlari 32 km seminggu. Pelari itu bercadang menambahkan jarak larian  $D(x)$ , dalam km, sebanyak 10% daripada jarak larian pada minggu sebelumnya, dengan keadaan  $x$  mewakili bilangan minggu latihan. Terbitkan satu model matematik bagi jarak lariannya,  $D(x)$ . Selesaikan masalah ini melalui pemodelan matematik.
2. Keadaan suhu badan yang jauh lebih tinggi daripada paras normal dikenali sebagai hipertermia. Satu daripada punca hipertermia termasuk pendehidratan, iaitu kehilangan cecair melebihi jumlah yang diambil. Mengapa anak kecil mempunyai risiko yang lebih tinggi mengalami hipertermia berbanding dengan orang dewasa apabila berada di bawah cuaca panas? Selidik masalah ini melalui pemodelan matematik.

## Arena Rumusan

### PROSES PEMODELAN MATEMATIK



### Refleksi

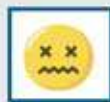
Pada akhir bab ini, saya dapat

menerangkan pemodelan matematik.

menyelesaikan masalah kehidupan sebenar melalui pemodelan matematik yang melibatkan fungsi:

- (i) Linear
- (ii) Kuadratik
- (iii) Eksponen

dan mengkomunikasikan proses pemodelan matematik yang dilaksanakan.



### PROJEK MINI

Buka lembaran kerja untuk projek ini.

1. Anggarkan panjang pinggir pantai Malaysia dengan menggunakan unit 200 km dan unit 100 km.
2. Ramalkan keputusan anda jika panjang pinggir pantai diukur dengan menggunakan unit 50 km. Terangkan.
3. Jika anda terus mengurangkan saiz unit ukuran, apakah jangkaan anda terhadap nilai panjang pinggir pantai?
4. Adakah anda akan sampai ke suatu tahap yang mana anda akan dapat menentukan panjang pinggir pantai dengan tepat?

Setelah anda menentukan panjang pinggir pantai Malaysia dengan kaedah di atas, dapatkan panjang sebenar pinggir pantai Malaysia daripada sumber yang sahih. Carikan juga maklumat cara ahli geografi menentukan panjang pinggir pantai sesebuah negara. Sediakan laporan bertulis untuk proses pemodelan matematik yang dilaksanakan sepanjang projek ini.



Imbas kod QR atau layari [bit.do/LKBab8](https://bit.do/LKBab8) untuk mendapatkan lembaran kerja.



## FAHAM

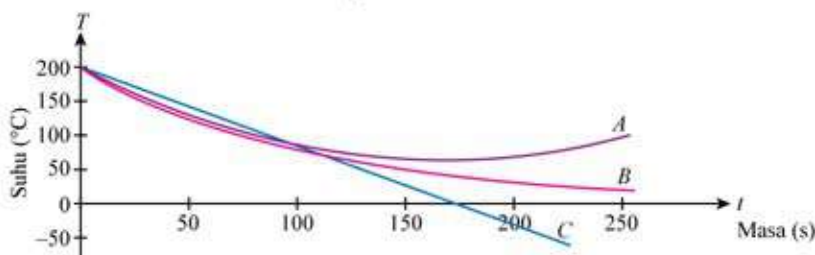
1. Nyatakan semua komponen dalam pemodelan matematik.

## MASTERI

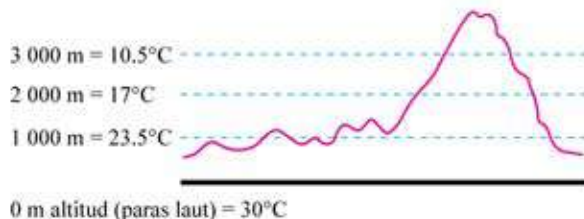
2. Seorang ahli sains sedang mengkaji pola penyejukan bagi sejenis bahan tertentu dalam suatu tempoh masa tertentu. Dalam kajiannya, ahli sains perlu memanaskan sampel bahan itu sehingga  $200^{\circ}\text{C}$ . Beliau kemudian mencatatkan suhu penyejukan sampel bahan itu sehingga suhu bilik. Jadual berikut menunjukkan data yang dikumpulkan bagi 2 minit pertama proses penyejukan.

|                             |     |     |     |     |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Masa (s)                    | 0   | 40  | 80  | 120 |
| Suhu ( $^{\circ}\text{C}$ ) | 200 | 140 | 100 | 75  |

Rajah di bawah menunjukkan tiga model yang mungkin bagi data tersebut, iaitu model linear, model kuadratik dan model eksponen.



- (a) Antara  $A$ ,  $B$  dan  $C$ , yang manakah model linear, model kuadratik dan model eksponen?
  - (b) Antara  $A$ ,  $B$  dan  $C$ , model yang manakah paling baik menghuraikan suhu sampel bahan itu dalam julat masa  $0 \leq t \leq 250$ ? Terangkan sebab model lain tidak dapat menghuraikan suhu dalam julat masa berkenaan dengan baik.
3. Apabila altitud bertambah, suhu biasanya menurun. Secara purata, kadar penurunan suhu bagi troposfera (lapisan pertama atmosfera bumi) ialah  $6.5^{\circ}\text{C}$  per 1 000 m. Rajah di bawah menunjukkan keratan rentas Gunung Kinabalu (4 095 m) di Sabah dengan suhu yang berbeza pada altitud berlainan. Suhu pada altitud 0 m (paras laut) ialah  $30^{\circ}\text{C}$ .

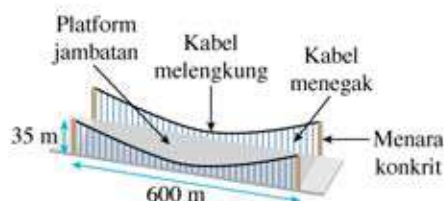


- (a) Tulis satu persamaan yang mengungkapkan suhu,  $T^{\circ}\text{C}$  sebagai satu fungsi dalam altitud,  $x$  m, bagi situasi yang ditunjukkan dalam rajah di atas.

- Sahkan persamaan anda di (a) adalah munasabah dengan menggunakan data yang diberi dalamajah.
- Lukis satu graf yang menunjukkan hubungan antara  $x$  dengan  $T$ . Tunjukkan dengan jelas skala pada setiap paksi dan labelkan paksi anda.
- Apakah julat yang munasabah bagi fungsi  $T(x)$ ? Justifikasikan jawapan anda.
- Apakah kecerunan bagi graf yang dilukis? Apakah pengertian kecerunan graf tersebut dalam konteks suhu dan altitud?
- Apakah pintasan- $y$  bagi graf yang dilukis? Apakah pengertian pintasan- $y$  bagi graf tersebut dalam konteks suhu dan altitud?
- Adakah munasabah untuk membuat andaian bahawa suhu selalu berkurangan pada kadar linear apabila altitud bertambah? Terangkan jawapan anda.

**CABAR**

4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah jambatan gantung. Jarak terdekat dari kabel melengkung ke platform jambatan ialah 5 m. Dengan menggunakan pemodelan matematik, tunjukkan cara seorang jurutera boleh menggunakan maklumat yang diberi untuk menyelesaikan masalah berikut.



- Tentukan fungsi yang mewakili kabel melengkung itu.
- Tentukan bilangan kabel menegak yang diperlukan di kedua-dua belah jambatan jika jarak di antara dua kabel menegak yang berturutan ialah 20 m.
- Tentukan jenis bahan kabel yang harus digunakan supaya jumlah kos kabel menegak adalah minimum.

| Jarak di antara kabel menegak (m) | Jenis bahan kabel | Kos per m (RM) | Jumlah kos kabel menegak (RM) |
|-----------------------------------|-------------------|----------------|-------------------------------|
| 15                                | A                 | 750            |                               |
| 20                                | B                 | 1 000          |                               |
| 25                                | C                 | 1 200          |                               |

**TEROKAI MATEMATIK**

Kelas anda ingin mengadakan jamuan akhir tahun. Anda ditugaskan untuk menentukan jenis piza yang perlu ditempah supaya memenuhi cita rasa kebanyakan rakan kelas anda. Pertimbangan anda meliputi syarikat piza, jarak penghantaran, kos piza, saiz piza, cara penghantaran (mengambil sendiri, melalui aplikasi telefon dan lain-lain), jenis piza (vegetarian, bebas gluten dan lain-lain), jenis hias atas (tomato, keju, bawang putih dan lain-lain) dan sebagainya.

Selesaikan masalah ini melalui pemodelan matematik. Anda boleh menggunakan pemboleh ubah untuk mewakili kuantiti yang boleh berubah dan menggunakan persamaan untuk mewakili hubungan antara kuantiti ini. Bagi soalan berbentuk kualitatif misalnya jenis hias atas, anda boleh mencipta satu sistem penskoran yang mengambil kira nilai kalori, nutrien dan sebagainya. Dalam proses pemodelan, anda juga mungkin boleh membuat andaian dengan mengehadkan jenis pilihan supaya skop pemodelan menjadi lebih kecil.

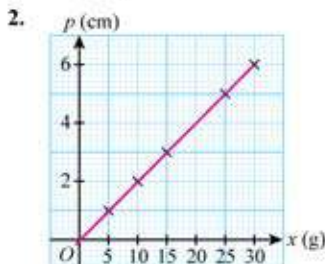
**BAB 1 Ubahan**

**Latih Kendiri 1.1a**

- (a) Nilai rintangan bertambah 10%.  
(b) Nilai rintangan berkurang separuh daripada nilai rintangan asal.  
(c) Nilai suhu berkurang  $\frac{1}{4}$  daripada nilai suhu asal.
- (a) Harga berkurang separuh daripada harga RMx sekilogram.  
(b) Harga bertambah dua kali ganda daripada harga RMx sekilogram.
- (a) Penghasilan bilangan botol jem bertambah sebanyak dua kali ganda.  
(b) Penghasilan bilangan botol jem dikurangkan separuh.

**Latih Kendiri 1.1b**

- (a)  $y$  berubah secara langsung dengan  $x$ .  $y \propto x$   
(b)  $y$  berubah secara langsung dengan  $\sqrt{x}$ .  
 $y \propto \sqrt{x}$



Graf  $p$  melawan  $x$  menunjukkan satu garis lurus melalui asalan. Maka,  $p$  berubah secara langsung dengan  $x$ .

- (a)  $p = 0.5q^3$   
(b)  $p = 16\sqrt{q}$
- $x = 8t$
- (a) 15 (b) 125
- (a) 1.6 (b) 0.343
- 15 minit
- 6 saat

- (a)  $x = \frac{1}{12}d$   
(b) 3.75 liter

**Latih Kendiri 1.1c**

- (a)  $s \propto tu$   
(b)  $v \propto w^2x$   
(c)  $a \propto b^3\sqrt{c}$   
(d)  $L \propto jh$
- (a)  $k = 0.5$   
(b)  $k = 10$
- (a)  $y = \frac{3}{2}z\sqrt{x}$   
(b)  $y = \frac{3}{8}xz^2$
- $x = 0.02pj^2$
- (a) 54  
(b) 0.36
- $x = 16$ ,  $y = 0.3$
- $16 \text{ m s}^{-1}$
- $3\,300 \text{ cm}^3$

**Latih Kendiri 1.1d**

- (a)  $V = 0.16t$   
(b) 2:15 petang
- (a)  $L = 0.5xy$   
(b) Luas bertambah 8%.
- Tidak. Piza dengan diameter 30 cm lebih berbaloi dengan harganya.

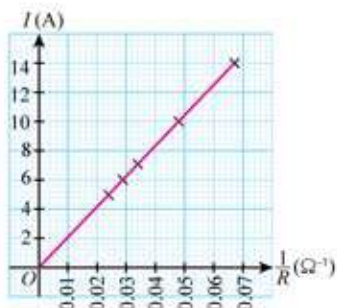
**Latih Kendiri 1.2a**

- (a) Bilangan hari dibahagikan dengan dua.  
(b) Bilangan hari berganda dua.
- (a) Bilangan hadiah berkurang dua kali ganda.  
(b) Bilangan hadiah bertambah 50%.

**Latih Kendiri 1.2b**

- (a)  $y$  tidak berubah secara songsang dengan  $x$ .  
(b)  $y$  berubah secara songsang dengan  $x^2$ .  
 $y \propto \frac{1}{x^2}$

2.



Graf  $I$  melawan  $\frac{1}{R}$  menunjukkan satu garis lurus bermula daripada asalan. Maka,  $I$  berubah secara songsang dengan  $R$ .

3. (a)  $g = \frac{1.2}{h}$

(b)  $g = \frac{9.6}{h^2}$

(c)  $g = \frac{0.3}{\sqrt[3]{h}}$

4. (a) 200

(b) 32 000 000

(c) 10

(d) 3.684

5. (a)  $s = 4$ ,  $t = 1.2$

(b)  $s = 25$ ,  $t = 60$

6. (a)  $T = \frac{60}{M}$

(b)  $p = 7.5$ ,  $q = 15$

7.  $T = \frac{3.17}{\sqrt{g}}$

**Latih Kendiri 1.2c**

1. (a)  $R$  berubah secara songsang dengan  $j^2$ .

(b) 0.24 mm

2. 0.6 cm

3. 12.96 cm

**Latih Kendiri 1.3a**

1. (a)  $w \propto \frac{\sqrt[3]{v}}{x^2}$ ,  $w = \frac{k\sqrt[3]{v}}{x^2}$

(b)  $F \propto \frac{GH^3}{\sqrt{t}}$ ,  $F = \frac{kGH^3}{\sqrt{t}}$

(c)  $A \propto \frac{j}{t^2}$ ,  $A = \frac{kj}{t^2}$

2.  $t = \frac{c}{100p}$

3. (a)  $P = 1.44$

(b)  $N = 19$

4.  $a = 125$ ;  $b = 2.25$

**Latih Kendiri 1.3b**

1. (a) 400 keping

(b) Bilangan jubin yang diperlukan berkurang.

2. (a) 90 km

(b) 70 400 penduduk

**Latih Ekstensif**

1. (a)  $w \propto x^3$

(b)  $a \propto \frac{b}{c^3}$

(c)  $p \propto q\sqrt{r}$

(d)  $s \propto at^2$

2.  $y \propto \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

3. (a)  $y$  berubah secara langsung dengan  $x$  dan  $z$ .

(b)  $e$  berubah secara songsang dengan  $f$ .

(c)  $p$  berubah secara langsung dengan  $\sqrt[3]{q}$  dan secara songsang dengan  $r$ .

(d)  $n$  berubah secara langsung dengan  $p$  dan  $q^2$ , dan secara songsang dengan  $\sqrt{r}$ .

4. (a) Ya

(b) Tidak

(c) Tidak

(d) Ya

5. (a) 0.5

(b)  $\frac{1}{3}$

(c) 1.4

6.  $m = \frac{12}{np}$

7.  $\pm 1.4$

8.  $m = 9.6$ ,  $n = 0.64$

9. (a)  $P = \frac{1}{5Q}$

(b) 0.68

10. 0.3 A

11. (a) 154 cm<sup>2</sup>

(b) Luas permukaan melengkung akan berkurang.

12. (a) 0.075

(b) 137.5%

13. Santhami meningkatkan kelajuannya sebanyak 5.28 km per jam (31.68 km/j – 26.4 km/j).

## BAB 2 Matriks

### Latih Kendiri 2.1a

- $[857 \ 3180 \ 211]$  atau  $\begin{bmatrix} 857 \\ 3180 \\ 211 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 53 & 52 & 50 \\ 20 & 21 & 20 \\ 47 & 48 & 46 \end{bmatrix}$  atau  $\begin{bmatrix} 53 & 20 & 47 \\ 52 & 21 & 48 \\ 50 & 20 & 46 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 20 & 18 & 15 \\ 12 & 10 & 11 \end{bmatrix}$  atau  $\begin{bmatrix} 20 & 12 \\ 18 & 10 \\ 15 & 11 \end{bmatrix}$

### Latih Kendiri 2.1b

- (a)  $1 \times 2$  (b)  $2 \times 1$   
(c)  $3 \times 3$  (d)  $2 \times 3$
- (a) (i)  $3 \times 2$   
(ii) 0  
(iii) 9  
(b) (i)  $3 \times 3$   
(ii) 16  
(iii) 9
- $2 \times 3, f_{13} = 2, f_{22} = 3, f_{11} = -8$
- 4

### Latih Kendiri 2.1c

- (a) Sama  
(b) Sama  
(c) Tidak sama  
(d) Tidak sama
- (a)  $x = 6, y = 2, z = \frac{1}{2}$   
(b)  $x = 2, y = -\frac{7}{2}, z = -4$

### Latih Kendiri 2.2a

- (a) Boleh (b) Tidak boleh  
(c) Tidak boleh (d) Boleh
- (a)  $\begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 14 & -4 \\ -10 & 10 \end{bmatrix}$
- (a)  $\begin{bmatrix} 13 & 9 & 10 \\ -2 & 8 & -4 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 7 & -8 \\ -6 & 13 \end{bmatrix}$   
(c)  $\begin{bmatrix} -16 \\ 18 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} 16 & 14 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$
- $a = 3, b = -17$
- $x = 3, y = 1, z = 0$

- $\begin{bmatrix} -15 & 2 \\ 11 & 1 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 2650 \\ 1560 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1890 \\ 910 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 930 \\ 540 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 850 \\ 260 \end{bmatrix}$   
 $= \begin{bmatrix} 2760 \\ 1670 \end{bmatrix}$

### Latih Kendiri 2.2b

- (a)  $\begin{bmatrix} -21 \\ 6 \end{bmatrix}$  (b)  $[6.6 \ 3]$   
(c)  $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -\frac{3}{2} & 4 \\ \frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} -0.8 & -16 \\ 18 & -5 \end{bmatrix}$   
(e)  $\begin{bmatrix} 12 & -1.2 & 13.2 \\ 3.6 & 8.4 & -6 \end{bmatrix}$  (f)  $\begin{bmatrix} -5 \\ \frac{9}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$
  - (a)  $\begin{bmatrix} 7 & 14 \\ 16.5 & -2 \\ 2 & -19 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} -12 \\ 23 \end{bmatrix}$   
(c)  $[14 \ -16 \ 10]$  (d)  $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -2.2 & 2.1 \end{bmatrix}$
  - $(E + F) + G = \begin{bmatrix} 2 & 28 \\ 5 & 15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 10 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$   
 $= \begin{bmatrix} 1 & 38 \\ -3 & 20 \end{bmatrix}$   
 $E + (F + G) = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 2 & 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 & 32 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}$   
 $= \begin{bmatrix} 1 & 38 \\ -3 & 20 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -5.1 \\ 6.3 \end{bmatrix}$
  - $a = 20, b = \frac{1}{4}, c = 1$
  - $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 3 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 85 & 70 \\ 110 & 98 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 33 & 24 \\ 42 & 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52 & 46 \\ 68 & 58 \end{bmatrix}$
- ### Latih Kendiri 2.2c
- (a) Ya,  $2 \times 1$   
(b) Ya,  $2 \times 3$   
(c) Tidak  
(d) Tidak  
(e) Ya,  $2 \times 3$   
(f) Tidak

2. (a)  $\begin{bmatrix} -5 & 19 \\ -7 & 16 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} -12 & 16 \\ 9 & -23 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$

(c)  $\begin{bmatrix} -8 \\ 28 \\ -2 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} -10 \\ -26 \end{bmatrix}$

(e)  $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -6 & 19 \end{bmatrix}$  (f)  $\begin{bmatrix} 8 & 15 \\ 45 & -82 \end{bmatrix}$

3.  $x = 5, y = 2$

4.  $r = -3.5, s = 2$

5. (a)  $p = 2, q = 7, r = 1$

(b)  $p = -1, q = 3, r = 6$

(c)  $p = 3, q = -23.2, r = 5$

(d)  $p = -7, q = -15, r = 15$

6.  $\begin{bmatrix} 40 & 28 & 36 \\ 42 & 36 & 30 \\ 35 & 25 & 42 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 640 \\ 678 \\ 627 \end{bmatrix}$

#### Latih Kendiri 2.2d

1. (a) Bukan. Ini bukan matriks segi empat sama.

(b) Bukan. Unsur di pepenjuru utama bukan 1.

(c) Bukan. Unsur di pepenjuru utama bukan 1.

(d) Ya.

(e) Ya.

(f) Bukan. Unsur di pepenjuru utama bukan 1.

2.  $CD = DC = C$ . Maka,  $D$  ialah matriks identiti.

3. (a)  $\begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$

(b)  $\begin{bmatrix} 11 & 15 \\ 3 & 18 \end{bmatrix}$

(c)  $\begin{bmatrix} 11 & 4 \\ -20 & 15 \end{bmatrix}$

(d)  $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$

#### Latih Kendiri 2.2e

1. (a) Bukan matriks songsang

(b) Bukan matriks songsang

(c) Bukan matriks songsang

(d) Ya. Matriks songsang

#### Latih Kendiri 2.2f

1. (a) Wujud,  $\begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) Wujud,  $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(c) Wujud,  $\begin{bmatrix} -3 & -\frac{5}{3} \\ -1 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$

(d) Tidak wujud

2. (a)  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}$

(b)  $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

(c)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$

(d)  $\begin{bmatrix} -\frac{7}{4} & -\frac{5}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

3. (a)  $\frac{3}{2}$

(b) 4

4.  $\begin{bmatrix} -1 & 10 \\ \frac{1}{2} & -4 \end{bmatrix}$

#### Latih Kendiri 2.2g

1. (a)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$

(b)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -14 \end{bmatrix}$

(c)  $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ -10 \end{bmatrix}$

(d)  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 5 \end{bmatrix}$

(e)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 11 \end{bmatrix}$

(f)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ -12 \end{bmatrix}$

(g)  $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ \frac{1}{5} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

(h)  $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0.8 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$

2.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -14 \end{bmatrix}$

3. (a)  $x = 5, y = 0$

(b)  $x = -2, y = -1$

(c)  $x = 3, y = -2$

(d)  $x = 2, y = -1$

(e)  $x = 0.5, y = 3$

(f)  $x = 1.5, y = 0.3$

(g)  $p = -2, q = 2$

(h)  $m = 3, n = 2$

### Latih Kendiri 2.2h

1. harga satu karipap sardin = RM0.60,  
harga satu karipap kentang = RM0.80
2. tempoh berenang = 6 jam,  
tempoh bermain badminton = 4 jam
3. harga sekilogram betik = RM4,  
harga sekilogram pisang = RM5
4. bilangan kereta = 29,  
bilangan motosikal = 37
5. kadar dividen Amanah Saham P = 4%,  
kadar dividen Amanah Saham Q = 5%

### Latih Ekstensif

1. 3 baris dan 2 lajur
2.  $3 \times 1$
3. -6
4.  $E + E + E = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$   

$$= \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 15 & 12 \end{bmatrix}$$
  

$$3E = 3 \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$
  

$$= \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 15 & 12 \end{bmatrix}$$
5.  $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$
6.  $r = -3, s = 3$
7.  $\begin{bmatrix} \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$
8.  $x = 1, y = -7, z = 9$
9. (a)  $\begin{bmatrix} -37 & 54 \\ 81 & -118 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 9 & -14 \end{bmatrix}$
10.  $p = 2, q = 6$
11. (a)  $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -19 \end{bmatrix}$   
 (b)  $x = -1, y = 2$

12. bilangan peserta lelaki = 80,  
bilangan peserta perempuan = 48

13.  $p = -2q$

14. (a)  $\begin{bmatrix} 80 & 70 \\ 60 & 75 \\ 74 & 84 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.4 \end{bmatrix}$

(b) 76

(c) Sains Komputer

15. (a)  $6p + 4q = 16$   
 $95p + 110q = 300$

(b) bilangan gelas minuman P = 2,  
bilangan gelas minuman Q = 1

16. bilangan pendingin hawa K = 32,  
bilangan pendingin hawa L = 18

## BAB 3 Matematik Pengguna: Insurans

### Latih Kendiri 3.1a

1. (a) Syarikat insurans: Syarikat Insurans Bersatu  
Pemegang polisi: Encik Daud  
(b) RM300 000  
(c) RM100  
(d) Kemalangan diri
2. Kos rawatan kecederaan, kerugian dan kerosakan kereta yang dialami oleh pihak ketiga sahaja.

### Latih Kendiri 3.1b

1. Risiko mengalami kemalangan bagi pekerjaan kelas 3 lebih tinggi berbanding kelas 1 dan 2.
2. (a) Merokok: RM330.00; Tidak merokok: RM254.40  
(b) Merokok: RM175.20; Tidak merokok: RM147.60
3. Polisi komprehensif = RM1 789.62; Polisi pihak ketiga, kebakaran dan kecurian = RM1 342.21; polisi pihak ketiga = RM117.18

### Latih Ekstensif

1. (i) Risiko kecurian harta benda dalam kedai yang dimasuki pencuri.  
(ii) Risiko barang dagangan rosak semasa dalam perjalanan.  
(iii) Risiko bangunan kedai terbakar.  
(Terima jawapan lain yang sesuai)

2. Untuk memastikan pemegang polisi berada dalam kedudukan kewangan yang sama seperti sebelum kerugian berlaku. Oleh itu, pemegang polisi tidak boleh mengaut keuntungan daripada pembayaran pampasan kerugian tersebut.
3. Insurans kemalangan diri melindungi pemegang polisi sekiranya berlaku kecederaan, kecacatan, hilang upaya atau meninggal dunia berpunca secara langsung daripada kemalangan. Insurans hayat membayar pampasan sekiranya pemegang polisi meninggal dunia kerana kematian biasa, penyakit atau kemalangan dalam tempoh perlindungan manakala insurans perubatan dan kesihatan melindungi belanja perubatan, faedah penyakit kritikal dan lain-lain.
4. Polisi pihak ketiga, kebakaran dan kecurian atau polisi komprehensif.
5. Tidak boleh kerana Vanitha tidak mempunyai kepentingan boleh insurans ke atas kereta itu disebabkan sahabatnya masih pemilik polisi insurans kereta tersebut.
6. (a) RM50.38  
(b) (i) RM796  
(ii) RM244
7. Tidak boleh buat tuntutan bagi kerugian RM90. Bagi kerugian RM240, bayaran pampasan ialah RM90 dan bagi kerugian RM300, bayaran pampasan ialah RM150.
8. 2019: Jumlah yang ditanggung = RM5 000  
Bayaran pampasan = RM125 000  
2020: Jumlah yang ditanggung = RM5 000  
Bayaran pampasan = RM7 000
9. (a) RM910 000  
(b) (i) RM910 000  
(ii) RM546 000
10. (a) RM200 000  
(b) Tidak. Encik Adam akan menerima bayaran pampasan maksimum sebanyak RM200 000, iaitu nilai muka insurans yang dibelinya.
11. Bayaran yang ditanggung oleh Sofia = RM2 400  
Bayaran pampasan = RM8 400

## Matematik Pengguna:

### BAB 4 Percukaian

#### Latih Kendiri 4.1a

1. Sebagai sumber pendapatan kerajaan, alat pelaksanaan polisi kerajaan, kawalan penjualan barangan atau perkhidmatan, alat kewangan untuk menstabilkan ekonomi
2. Cukai Keuntungan Harta Tanah berfungsi sebagai alat pelaksanaan polisi kerajaan. Cukai ini dikenakan untuk mengurangkan aktiviti pelaburan hartanah yang keterlaluan.

#### Latih Kendiri 4.1b

1. Cukai pintu atau cukai taksiran ialah cukai yang dikenakan kepada semua pegangan atau harta tanah untuk membiayai kos penyelenggaraan bandar.
2. Encik Tan boleh didenda tidak melebihi RM2 000.
3. Pengeluar atau pengimport dengan nilai jualan barangan bercukai melebihi RM500 000 setahun perlu berdaftar bawah Akta Cukai Jualan 2018.

| 4. Cukai tanah                                                    | Cukai pintu                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| dikutip oleh pihak berkuasa negeri iaitu Pejabat Tanah dan Galian | dikutip oleh pihak berkuasa tempatan iaitu majlis perbandaran atau majlis daerah |

5. Seseorang yang sengaja mengelakkan cukai pendapatan boleh didenda RM1 000 hingga RM20 000 atau dipenjara tidak melebihi 3 tahun atau kedua-duanya dan penalti 300% atas cukai terkurang lapor.

#### Latih Kendiri 4.1c

1. (a) RM75 840  
(b) RM52 410  
(c) RM49 960  
(d) RM95 021
2. (a) RM12 971.20  
(b) RM3.20  
(c) RM121.60  
(d) RM885.16

3. RM881.84
4. RM2 115.31
5. Encik Subra perlu membayar RM712 dan isterinya perlu membayar RM68. Maka, jumlah cukai pendapatan bagi Encik Subra dan isterinya ialah RM780.
6. Cukai jalan motosikal 220 cc = RM50  
Cukai jalan kereta 1 860 cc = RM310
7. RM900
8. RM45
9. RM21.20

#### Latih Kendiri 4.1d

1. RM2 399.34
2. (a) RM99 950  
(b) RM8 389.50  
(c) Encik Jamil tidak perlu membuat bayaran cukai yang tidak mencukupi kepada LHDN. Jumlah PCB yang dipotong (RM16 800) melebihi cukai pendapatannya (RM8 389.50).

#### Latih Ekstensif

1. Cukai boleh dijadikan sebagai alat pelaksanaan polisi kerajaan supaya polisi tersebut mendapat kesan yang lebih efektif. Cukai Keuntungan Harta Tanah dikenakan apabila kerajaan hendak mengurangkan aktiviti pelaburan hartanah yang keterlaluan. Cukai Perkhidmatan Digital dikenakan untuk mewujudkan pentas persaingan yang seimbang kepada syarikat tempatan. Levi Pelepasan dikenakan terhadap individu yang meninggalkan Malaysia dengan pengangkutan udara bagi menggalakkan pembangunan pelancongan dalam negara.
2. (a) Lembaga Hasil Dalam Negeri  
(b) Pihak berkuasa tempatan iaitu majlis perbandaran atau majlis daerah  
(c) Jabatan Pengangkutan Jalan  
(d) Jabatan Kastam Diraja Malaysia
3. Cukai pendapatan
4. Pihak berkuasa tempatan boleh menyita harta mudah alih pemilik harta yang tidak membayar cukai pintu.
5. Pelepasan cukai ialah perkara atau perbelanjaan bagi kepentingan persendirian atau ahli-ahli keluarga yang tidak dikenakan cukai pendapatan.

6. Rebat cukai sebanyak RM400 akan diberikan kepada pembayar cukai sekiranya pendapatan bercukainya tidak melebihi RM35 000. Jumlah bayaran zakat atau fitrah juga merupakan rebat.
7. RM61.37
8. RM63 500
9. RM0
10. 1 800 cc
11. 4.5%
12. (a) Gerai itu mungkin tidak menjana hasil melebihi RM1 500 000 setahun.  
(b) RM13.96
13. RM3 508
14. (a) RM31 970  
(b) Ya. Eng Huat layak menerima rebat cukai sebanyak RM400 kerana pendapatan bercukainya kurang daripada RM35 000.  
(c) RM109.10
15. (a) RM60 300  
(b) RM2 642  
(c) Puan Aida tidak perlu membuat bayaran cukai pendapatan kerana jumlah PCB yang dipotong melebihi cukai pendapatannya.

### Kekongruenan, Pembesaran dan BAB 5 Gabungan Transformasi

#### Latih Kendiri 5.1a

1. (a) kongruen  
(b) bukan kongruen  
(c) kongruen  
(d) bukan kongruen
2.  $A$  dan  $F$  adalah kongruen,  
 $B$  dan  $E$  adalah kongruen

#### Latih Kendiri 5.1b

1. (a)  $PR = XZ$  dan  $\angle QPR = \angle YXZ$   
atau  $QR = YZ$  dan  $\angle PQR = \angle XYZ$   
(b) Luas segi tiga  $PQR$  dan  $XYZ$  mesti sama.  
 $PR = XZ$  dan  $\angle PRQ = \angle XZY$   
atau  $PR = XZ$  dan  $\angle PQR = \angle XYZ$   
atau  $QR = YZ$  dan  $\angle QPR = \angle YXZ$   
atau  $QR = YZ$  dan  $\angle PRQ = \angle XZY$
2. (a) Sisi-Sisi-Sisi (SSS)  
(b) Sudut-Sisi-Sudut (ASA)

**Latih Kendiri 5.1c**

1.  $AC = CD$ ,  $\angle ABC = \angle DEC$ ,  $\angle BAC = \angle EDC$   
Memenuhi sifat Sudut-Sudut-Sisi (AAS).  
Maka,  $\triangle ABC$  dan  $\triangle DEC$  adalah kongruen.  
atau  
 $AC = CD$ ,  $\angle BAC = \angle EDC$ ,  $\angle BCA = \angle ECD$   
Memenuhi sifat Sudut-Sisi-Sudut (ASA).  
Maka,  $\triangle ABC$  dan  $\triangle DEC$  adalah kongruen.
2. (a) 12 cm  
(b)  $97^\circ$
3. (a) 212 m  
(b)  $1620 \text{ m}^2$

**Latih Kendiri 5.2a**

1. (a) serupa  
(b) tidak serupa  
(c) tidak serupa  
(d) serupa
2.  $A$  dan  $I$  adalah serupa,  
 $B$  dan  $G$  adalah serupa,  
 $D$  dan  $F$  adalah serupa

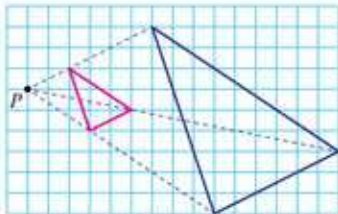
**Latih Kendiri 5.2b**

1. (a) Pembesaran pada pusat  $(-4, 4)$  dengan faktor skala 3  
(b) Pembesaran pada pusat  $(6, -5)$  dengan faktor skala 2  
(c) Pembesaran pada pusat  $(5, 2)$  dengan faktor skala  $\frac{1}{2}$   
(d) Pembesaran pada pusat  $(7, 4)$  dengan faktor skala  $-\frac{3}{2}$
2. (a) Pembesaran pada pusat  $P$  dengan faktor skala  $\frac{5}{2}$   
(b) Pembesaran pada pusat  $P$  dengan faktor skala  $\frac{8}{5}$   
(c) Pembesaran pada pusat  $P$  dengan faktor skala  $\frac{1}{4}$

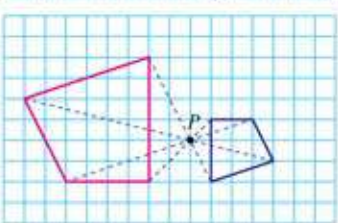
**Latih Kendiri 5.2c**

1. (a)  $A = \text{objek}$ ,  $B = \text{imej}$   
(b)  $M = \text{imej}$ ,  $N = \text{objek}$

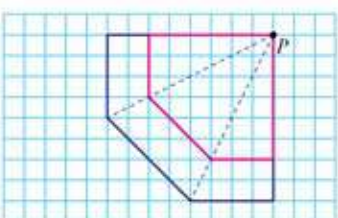
2. (a)



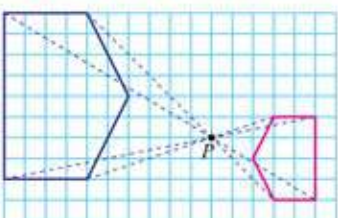
(b)



3. (a)



(b)

**Latih Kendiri 5.2d**

| 1. Luas objek        | Luas imej             | Faktor skala, $k$ |
|----------------------|-----------------------|-------------------|
| 18 unit <sup>2</sup> | 72 unit <sup>2</sup>  | 2 atau $-2$       |
| 54 m <sup>2</sup>    | 6 m <sup>2</sup>      | $\frac{1}{3}$     |
| 20 cm <sup>2</sup>   | 31.25 cm <sup>2</sup> | $\frac{5}{4}$     |

**Latih Kendiri 5.2e**

1. (a)  $-\frac{2}{5}$  (b)  $87 \text{ cm}^2$
2. 40 m
3.  $51 \text{ cm}^2$
4. 50

**Latih Kendiri 5.3a**

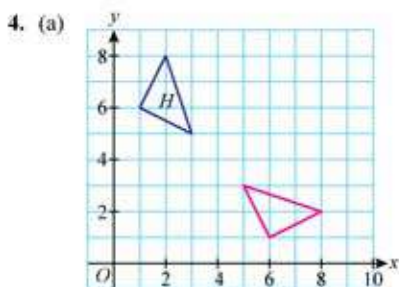
- (a) Pentagon II (b) Pentagon III
- (a) Segi tiga  $P$  (b) Segi tiga  $S$
- (a) (i) Titik  $E$  (ii) Titik  $G$   
(b) Titik  $D$

**Latih Kendiri 5.3b**

- (a) gabungan transformasi  $PQ$  mematuhi sifat kalis tukar tertib  
(b) gabungan transformasi  $PR$  tidak mematuhi sifat kalis tukar tertib

**Latih Kendiri 5.3c**

- Transformasi  $A$  ialah putaran  $90^\circ$  lawan arah jam pada pusat  $(4, 6)$ .  
Transformasi  $B$  ialah pantulan pada garis  $y = 4$ .
- Transformasi  $P$  ialah pembesaran pada pusat  $(7, 2)$  dengan faktor skala 2.  
Transformasi  $Q$  ialah translasi  $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ .
- (a) Transformasi  $B$  ialah pantulan pada garis  $y = 3$   
(b) putaran  $180^\circ$  pada pusat  $(5, 3)$



- (b) pantulan pada garis  $y = x$

**Latih Kendiri 5.3d**

- (a) Transformasi  $P$  ialah pembesaran pada pusat  $(5, 4)$  dengan faktor skala 2.  
Transformasi  $Q$  ialah translasi  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ .  
(b) pembesaran pada pusat  $(1, 10)$  dengan faktor skala 2  
(c)  $2.5 \text{ unit}^2$

- (a)  $y = -x$   
(b) pembesaran pada pusat  $(-5, -4)$  dengan faktor skala  $\frac{5}{2}$   
(c)  $315 \text{ m}^2$

**Latih Kendiri 5.4a**

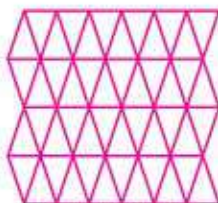
- (a) Ya  
(b) Ya  
(c) Bukan  
(d) Bukan

**Latih Kendiri 5.4b**

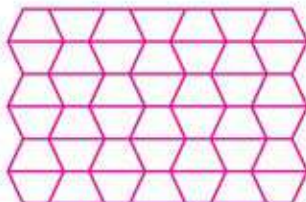
- (a) pantulan pada garis  $PQ$  atau translasi  $\begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix}$  atau putaran  $120^\circ$  ikut arah jam pada pusat  $P$   
(b) pantulan pada garis  $SR$  atau putaran  $120^\circ$  lawan arah jam pada pusat  $S$   
(Terima jawapan lain yang betul)

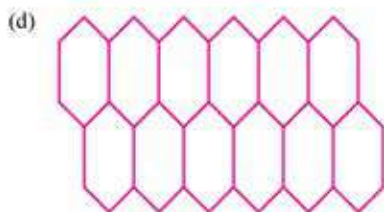
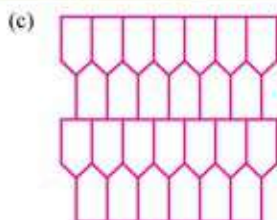
**Latih Ekstensif**

- $112^\circ$
- $10.5 \text{ cm}$
- pembesaran pada pusat  $(3, 3)$  dengan faktor skala 3
- $\frac{4}{3}$  atau  $-\frac{4}{3}$
- $(8, 8)$
- putaran  $90^\circ$  lawan arah jam pada pusat  $(3, 6)$
- (a)



(b)





8. (a) (i) pembesaran pada pusat (6, 3) dengan faktor skala  $\frac{2}{3}$

(ii) pantulan pada garis  $x = 5$  atau

- (a) (i) pantulan pada garis  $x = 5$   
(ii) pembesaran pada pusat (4, 3) dengan faktor skala  $\frac{2}{3}$   
(b) 22.5 unit<sup>2</sup>

9.  $\frac{5}{2}$

10. 1 215 cm

11. (a) 1 003.96 m  
(b) 20 000 m<sup>2</sup>

12. Transformasi X ialah pantulan pada garis  $JM$ .  
Transformasi Y ialah putaran  $36^\circ$  lawan arah jam pada pusat  $J$ .

### Nisbah dan Graf Fungsi

## BAB 6 Trigonometri

### Latih Kendiri 6.1a

1. (a)  $83^\circ$  (b)  $9^\circ$   
(c)  $82^\circ$  (d)  $15.8^\circ$   
(e)  $73.6^\circ$  (f)  $54.3^\circ$   
(g)  $51^\circ 7'$  (h)  $35^\circ 42'$
2. (a)  $\sin 101^\circ = \sin 79^\circ$   
(b)  $\cos 194^\circ = -\cos 14^\circ$   
(c)  $\tan 246^\circ = \tan 66^\circ$   
(d)  $\tan 294.5^\circ = -\tan 65.5^\circ$

- (e)  $\sin 339.8^\circ = -\sin 20.2^\circ$   
(f)  $\cos 112.3^\circ = -\cos 67.7^\circ$   
(g)  $\cos 287^\circ 45' = \cos 72^\circ 15'$   
(h)  $\tan 96^\circ 31' = -\tan 83^\circ 29'$   
(i)  $\sin 203^\circ 26' = -\sin 23^\circ 26'$

3.  $\sin \theta = -0.8290$ ,  $\cos \theta = 0.5592$ ,  
 $\tan \theta = -1.4825$

### Latih Kendiri 6.1b

1. (a) 0.7880 (b) -0.8290  
(c) -0.3907 (d) -0.9613  
(e) 0.3256 (f) -0.6018  
(g) 0.8693 (h) -1.0355  
(i) -0.9657 (j) -0.7983  
(k) -0.3140 (l) -0.1616  
(m) 0.6108 (n) -4.4615  
(o) -0.3040

### Latih Kendiri 6.1c

1. (a)  $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ ,  
 $\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$   
(b)  $\sin 135^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\cos 135^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  
 $\tan 135^\circ = -1$   
(c)  $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$ ,  $\cos 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  
 $\tan 210^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$   
(d)  $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ ,  
 $\tan 240^\circ = \sqrt{3}$   
(e)  $\sin 315^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\cos 315^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  
 $\tan 315^\circ = -1$   
(f)  $\sin 330^\circ = -\frac{1}{2}$ ,  $\cos 330^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  
 $\tan 330^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
2. Sudut  $\theta$  berada dalam sukuan I:  
 $\cos \theta = \frac{1}{2}$ ,  $\tan \theta = \sqrt{3}$   
Sudut  $\theta$  berada dalam sukuan II:  
 $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ ,  $\tan \theta = -\sqrt{3}$

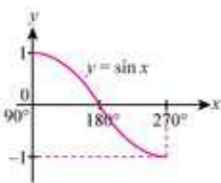
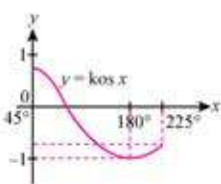
### Latih Kendiri 6.1d

- $70^\circ$  atau  $110^\circ$
  - $21^\circ$  atau  $339^\circ$
  - $40^\circ$  atau  $220^\circ$
  - $129.9^\circ$  atau  $309.9^\circ$
  - $127^\circ$  atau  $233^\circ$
  - $227^\circ$  atau  $313^\circ$
  - $125.7^\circ$  atau  $234.3^\circ$
  - $237.1^\circ$  atau  $302.9^\circ$
  - $36.5^\circ$  atau  $216.5^\circ$
- $250.1^\circ$

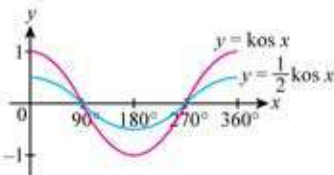
### Latih Kendiri 6.1e

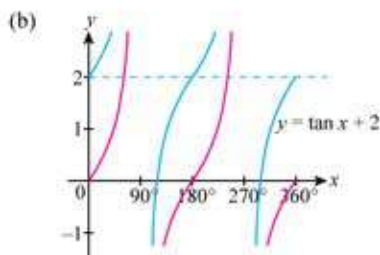
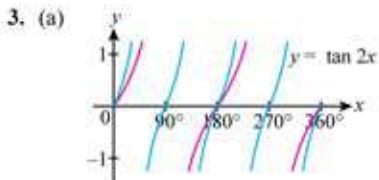
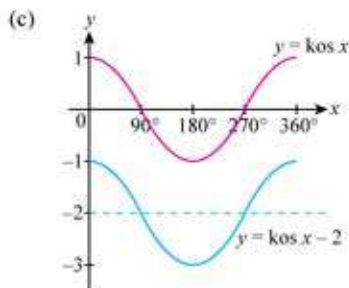
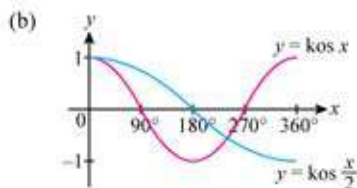
- $-\frac{4}{5}$
  - $\frac{3}{5}$
- Sukuan I dan II
  - $54^\circ$  atau  $126^\circ$
- $122.08^\circ$
  - $9.68$  m
  - $-0.5534$
- $150^\circ$
  - $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

### Latih Kendiri 6.2a

- kosinus
  - tangen
  - sinus
- 
  - 
- Graf I:  $y = \tan x$ ; tiada nilai maksimum, nilai minimum = 0
  - Graf II:  $y = \sin x$ ; nilai maksimum = 1, nilai minimum = 0
  - Graf III:  $y = \cos x$ ; nilai maksimum = 1, nilai minimum = 0
- $x = 90^\circ$  apabila  $y = 1$
  - $x = 0^\circ, 360^\circ$  apabila  $y = 1$
  - Tiada nilai maksimum
- kosinus,  $m = 270^\circ$
  - sinus,  $m = 90^\circ$

### Latih Kendiri 6.2b

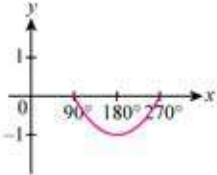
- $4, 360^\circ$
  - $3, 180^\circ$
  - $2, 120^\circ$
  - $1, 90^\circ$
  - $4, 180^\circ$
  - $3, 120^\circ$
  - Tiada,  $60^\circ$
  - Tiada,  $90^\circ$
- 



### Latih Kendiri 6.2c

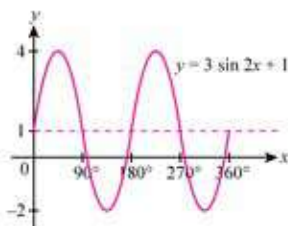
- (a)  $y = 3 \cos 30x + 9$   
(b) 0, 12, 24
- (a)  $s = 500 \tan x$   
(b) Tiada amplitud, tempoh =  $180^\circ$
- $y = 1.1 \sin 15x + 2.9$

### Latih Ekstensif

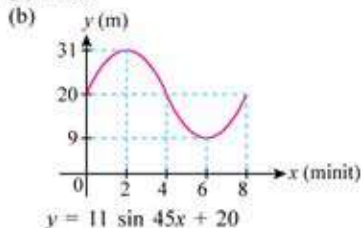
- (a)  $\tan 154^\circ = -\tan 26^\circ$   
(b)  $\sin 234^\circ = -\sin 54^\circ$   
(c)  $\cos 314^\circ = \cos 46^\circ$
- (a) -0.4384 (b) 0.6160  
(c) -0.8131
- $144^\circ$  atau  $324^\circ$
- 
- nilai maksimum = 2, nilai minimum = -4
- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

7. 0.6613

8.



- (a)  $y = \sin x$  (b)  $30^\circ$
- (a) kosinus (b) 3 ampere  
(c) 1.6 saat
- $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), C\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- 11.5 m
- (a) sinus



14.  $s = 5 \tan x$

## BAB 7 Sukatan Serakan Data Terkumpul

### Latih Kendiri 7.1a

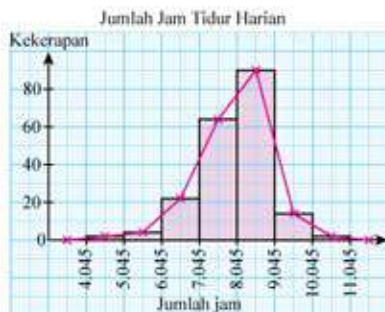
1.

| Kelas   | Kekerapan | Had bawah | Had atas | Titik tengah | Sempadan bawah | Sempadan atas |
|---------|-----------|-----------|----------|--------------|----------------|---------------|
| 0 – 9   | 7         | 0         | 9        | 4.5          | 0              | 9.5           |
| 10 – 19 | 21        | 10        | 19       | 14.5         | 9.5            | 19.5          |
| 20 – 29 | 10        | 20        | 29       | 24.5         | 19.5           | 29.5          |
| 30 – 39 | 10        | 30        | 39       | 34.5         | 29.5           | 39.5          |
| 40 – 49 | 2         | 40        | 49       | 44.5         | 39.5           | 49.5          |

2.

| Titik tengah | Had bawah | Had atas | Sempadan bawah | Sempadan atas | Kekerapan longgokan |
|--------------|-----------|----------|----------------|---------------|---------------------|
| 2.2          | 2.0       | 2.4      | 1.95           | 2.45          | 9                   |
| 2.7          | 2.5       | 2.9      | 2.45           | 2.95          | 24                  |
| 3.2          | 3.0       | 3.4      | 2.95           | 3.45          | 48                  |
| 3.7          | 3.5       | 3.9      | 3.45           | 3.95          | 68                  |
| 4.2          | 4.0       | 4.4      | 3.95           | 4.45          | 78                  |

3.



4.



### Latih Kendiri 7.1b

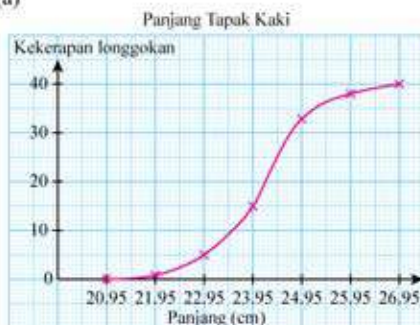
- (a) Bentuk taburan markah bagi kumpulan Arif ialah hampir seragam manakala bagi kumpulan Bestari ialah berbentuk loceng dan mempunyai nilai ekstrem.  
(b) Markah kumpulan Arif terserak dengan lebih luas berbanding kumpulan Bestari.  
(c) Kumpulan Bestari kerana kebanyakan markah adalah lebih baik.
- (a) Bentuk taburan di lokasi A pencong ke kanan, manakala di lokasi B, bentuk taburan ialah bentuk loceng.  
(b) Taburan laju kereta di lokasi A terserak lebih kecil berbanding dengan di lokasi B.  
(c) Lokasi B mewakili kawasan lebuh raya dan lokasi A mewakili kawasan perumahan.

### Latih Kendiri 7.1c

- (a)



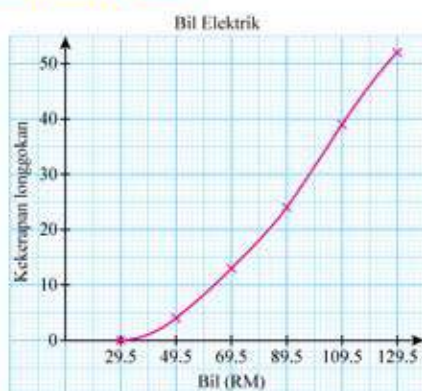
- (b) (i) kuartil pertama = 35  
(ii) median = 44.5  
(iii) kuartil ketiga = 55
- (a)



- (b) (i) 23.35 (ii) 24.3  
(iii) 25.1
- (c) 70%

### Latih Kendiri 7.2a

- 



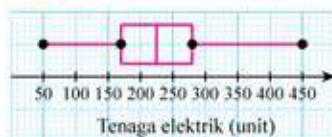
Julat = 80 bermaksud beza antara bil elektrik yang paling tinggi dengan bil elektrik yang paling rendah ialah RM80.

Julat antara kuartil = 40 bermaksud beza antara bil elektrik yang paling tinggi dengan bil elektrik yang paling rendah yang berada pada 50% bahagian tengah taburan ialah RM40.

- (a) Varians = 9.50; sisihan piawai = 3.08  
(b) Varians = 266.91; sisihan piawai = 16.34

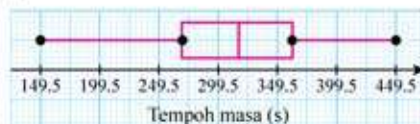
### Latih Kendiri 7.2b

- (a)



- (b) Data mempunyai taburan yang sedikit pencong ke kanan.

- (a)



- (b) Data mempunyai taburan yang sedikit pencong ke kiri.

### Latih Kendiri 7.2c

- Mesin P, min = 10.51, sisihan piawai = 1.33  
Mesin Q, min = 11.65, sisihan piawai = 1.04

Mesin Q menunjukkan ketepatan yang lebih baik kerana minnya berada dalam julat dan sisihan piawainya lebih kecil menunjukkan mesin Q lebih konsisten.

- Jenama X, min = 2.78, sisihan piawai = 1.12  
Jenama Y, min = 2.1, sisihan piawai = 1.19  
Bateri jenama X kerana minnya lebih besar menunjukkan baterinya lebih tahan lama dan sisihan piawainya lebih kecil menunjukkan jenama X lebih konsisten.

### Latih Kendiri 7.2d

- (a) Tidak kerana kebanyakan paras gula tertumpu pada kanan histogram iaitu nilai yang lebih tinggi.  
(b) Min = 6.82, sisihan piawai = 1.35  
(c) Sisihan piawai bagi bacaan gula dalam darah antara 6.0 mmol/L hingga 8.9 mmol/L adalah lebih rendah kerana serakan datanya yang lebih kecil.
- (a) Min dan julat bagi pasar raya P dan Q adalah sama, iaitu min 32 dan julat 14.  
(b) Taburan harga beras di pasar raya P lebih simetri kerana nilai min dan median adalah sama, dan median adalah di tengah-tengah julat antara kuartil.  
(c) Julat antara kuartil bagi pasar raya P lebih besar daripada pasar raya Q dengan nilai median di tengah-tengah. Manakala, julat antara kuartil bagi pasar raya Q lebih padat dengan nilai median sama dengan kuartil ketiga.

### Latih Ekstensif

- (a)

| Had bawah | Had atas | Titik tengah | Sempadan bawah | Sempadan atas |
|-----------|----------|--------------|----------------|---------------|
| 10        | 14       | 12           | 9.5            | 14.5          |
| 15        | 19       | 17           | 14.5           | 19.5          |
| 20        | 24       | 22           | 19.5           | 24.5          |
| 25        | 29       | 27           | 24.5           | 29.5          |
| 30        | 34       | 32           | 29.5           | 34.5          |

- (b)

| Had bawah | Had atas | Titik tengah | Sempadan bawah | Sempadan atas |
|-----------|----------|--------------|----------------|---------------|
| 25.0      | 25.9     | 25.45        | 24.95          | 25.95         |
| 26.0      | 26.9     | 26.45        | 25.95          | 26.95         |
| 27.0      | 27.9     | 27.45        | 26.95          | 27.95         |
| 28.0      | 28.9     | 28.45        | 27.95          | 28.95         |
| 29.0      | 29.9     | 29.45        | 28.95          | 29.95         |

- (c)

| Had bawah | Had atas | Titik tengah | Sempadan bawah | Sempadan atas |
|-----------|----------|--------------|----------------|---------------|
| 0         | 0.24     | 0.12         | 0              | 0.245         |
| 0.25      | 0.49     | 0.37         | 0.245          | 0.495         |
| 0.50      | 0.74     | 0.62         | 0.495          | 0.745         |
| 0.75      | 0.99     | 0.87         | 0.745          | 0.995         |

- (a) Ogif  
(b) Histogram  
(c) Poligon kekerapan
- (a) C  
(b) D  
(c) A  
(d) B
- (a)

| Tinggi (cm) | Sempadan bawah | Sempadan atas | Gundalan | Kekerapan |
|-------------|----------------|---------------|----------|-----------|
| 145 – 149   | 144.5          | 149.5         | //       | 2         |
| 150 – 154   | 149.5          | 154.5         | ////     | 4         |
| 155 – 159   | 154.5          | 159.5         | ### ///  | 8         |
| 160 – 164   | 159.5          | 164.5         | ### //   | 7         |
| 165 – 169   | 164.5          | 169.5         | ###      | 5         |
| 170 – 174   | 169.5          | 174.5         | ///      | 3         |
| 175 – 179   | 174.5          | 179.5         | /        | 1         |



(b)



(c) Histogram (a) kelihatan sedikit pencong ke kanan dengan bilangan maksimum murid mempunyai ketinggian dalam julat 155 hingga 159 cm. Histogram (b) hampir bentuk simetri dan mempunyai dua mod ketinggian yang bertabur antara 157 hingga 164 cm. Ini menunjukkan bentuk taburan data sangat bergantung kepada saiz selang kelas data terkumpul yang digunakan.

5. (a)



(b) Taburan data ialah pencong ke kanan dengan kebanyakan mereka menonton kurang daripada 7 jam seminggu.

6.

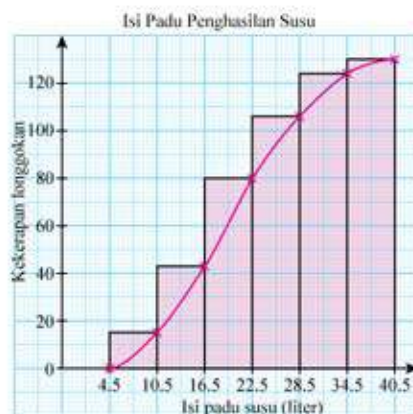


(a) 50

(b) 23

(c)  $P_{40} = 66.5$ ,  $P_{80} = 86$

7. (a), (b)



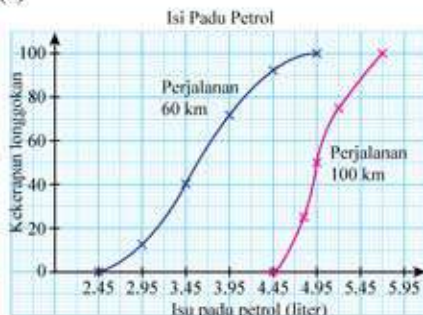
Anggaran julat antara kuartil = 11.7 liter

8. Sebelum, min = 151.6, sisihan piawai = 15.23  
Selepas, min = 142, sisihan piawai = 13.42  
Ya, kerana min selepas mengambil ubat tersebut turun daripada 151.6 mmHg kepada 142 mmHg dengan sisihan piawainya juga lebih kecil.

9. (a) Rozaidy: 25%, Wildan: 45%

(b) Prestasi Wildan lebih baik kerana nilai median dan kuartil ketiganya lebih tinggi daripada Rozaidy.

10. (a)



(b) Dengan andaian bahawa kereta tersebut mempunyai persentil yang sama bagi perjalanan 60 km dan 100 km, kereta tersebut akan menggunakan 5.00 liter petrol bagi perjalanan 100 km.

## BAB 8 Pemodelan Matematik

### Latih Kendiri 8.1a

- (a) Dalam masalah ini, kita mengetahui kelajuan arus sungai dan masa perjalanan di antara dua tempat di tebing sungai. Kita perlu mencari kelajuan bot di atas air tenang.
- (b) Andaian yang perlu dibuat:
  - Kelajuan arus sungai dan kelajuan bot tidak berubah sepanjang masa.
  - Kesan geseran antara permukaan bot dengan air sungai dan rintangan angin yang boleh memberi kesan kepada kelajuan sebenar bot diabaikan.
 Pemboleh ubah yang terlibat ialah  $v$  untuk kelajuan bot,  $t$  untuk masa perjalanan dan  $s$  untuk jarak di antara dua tempat di sepanjang tebing sungai.

### Latih Kendiri 8.1b

- Panduan:
  - Pelari maraton berlatih mengikut rutin untuk berlari 32 km seminggu dan dia bercadang menambahkan jarak lariannya sebanyak 10% setiap minggu. Terbitkan satu model matematik bagi jarak lariannya,  $D(x)$ .
  - Andaikan pelari maraton menambah jarak lariannya tepat 10% setiap minggu dan dia tidak menghadapi kecederaan daripada lariannya.

- Pemboleh ubah yang terlibat ialah  $D$  untuk jarak larian dalam km dan  $x$  untuk bilangan minggu latihan.
- Bina jadual seperti berikut:

| Minggu | Pengiraan (km)                                               | Jarak larian (km) |
|--------|--------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1      | $32 + 32 \times 0.1$<br>$= 32(1 + 0.1)$                      | $32(1.1)$         |
| 2      | $32(1.1) + 32(1.1) \times 0.1$<br>$= 32(1.1)(1 + 0.1)$       | $32(1.1)^2$       |
| 3      | $32(1.1)^2 + 32(1.1)^2 \times 0.1$<br>$= 32(1.1)^2(1 + 0.1)$ | $32(1.1)^3$       |
| 4      | $32(1.1)^3 + 32(1.1)^3 \times 0.1$<br>$= 32(1.1)^3(1 + 0.1)$ | $32(1.1)^4$       |

- Model matematik ialah  $D(x) = 32(1.1)^x$ . Model matematik ini merupakan suatu fungsi eksponen yang membolehkan pelari itu menghitung jarak lariannya selepas  $x$  minggu berlatih.
  - Model matematik tersebut merupakan pengiraan untuk jarak larian dengan pertambahan 10% setiap minggu. Jika pelari itu ingin bermula dengan  $s$  km larian rutin dan menambah jarak lariannya sebanyak  $r\%$  bagi setiap minggu yang berikutnya, maka model matematik itu boleh diubah suai menjadi  $D(x) = s\left(1 + \frac{r}{100}\right)^x$ .
- Panduan:
    - Mengapa anak kecil mempunyai risiko yang lebih tinggi mengalami hipertermia berbanding dengan orang dewasa di bawah cuaca panas?
    - Kadar kehilangan cecair daripada badan bergantung pada luas permukaan badan seseorang.
    - Kuantiti cecair di dalam badan bergantung pada isi padu badan.
    - Faktor utama ialah nisbah jumlah luas permukaan per isi padu. Nisbah jumlah luas permukaan per isi padu yang lebih besar akan menyebabkan badan kita kehilangan cecair dengan lebih cepat.
    - Kubus digunakan untuk mewakili badan kita.
    - Pemboleh ubah yang terlibat ialah  $y$  untuk nisbah jumlah luas permukaan per isi padu dan  $x$  untuk panjang sisi kubus.
    - Pertimbangkan kubus yang berlainan saiz.

| Panjang sisi kubus (unit) | Jumlah luas permukaan (unit <sup>2</sup> ) | Isi padu (unit <sup>3</sup> ) | Jumlah luas permukaan<br>Isi padu |
|---------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1                         | 6                                          | 1                             | 6                                 |
| 2                         | 24                                         | 8                             | 3                                 |
| 3                         | 54                                         | 27                            | 2                                 |
| 4                         | 96                                         | 64                            | 1.5                               |
| 5                         | 150                                        | 125                           | 1.2                               |
| 6                         | 216                                        | 216                           | 1                                 |
| 7                         | 294                                        | 343                           | 0.86                              |

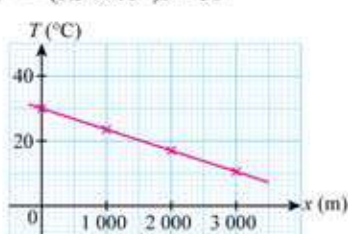
- Model matematik ialah  $y = \frac{6}{x}$  dengan keadaan  $y$  = nisbah jumlah luas permukaan per isi padu dan  $x$  = panjang sisi kubus. Model matematik ini merupakan suatu fungsi salingan.
- Kubus kecil mempunyai nisbah jumlah luas permukaan per isi padu yang lebih besar berbanding dengan kubus besar. Kubus kecil mempunyai potensi yang lebih besar untuk kehilangan cecair. Kubus kecil akan kehilangan cecair pada kadar yang lebih cepat daripada kubus besar.
- Dengan ini, kita boleh menyatakan bahawa anak kecil akan kehilangan cecair badan lebih cepat daripada orang dewasa. Jadi, mereka mempunyai risiko yang lebih tinggi mengalami dehidrasi yang kemudian menyebabkan hipotermia.
- Kita boleh lanjutkan pendekatan nisbah jumlah luas permukaan per isi padu bagi kubus kepada pembinaan model fizikal anak kecil dan orang dewasa dengan menggunakan kubus, kuboid, silinder, kon atau sfera.

### Latih Ekstensif

- Mengenal pasti dan mendefinisikan masalah, membuat andaian dan mengenal pasti pemboleh ubah, mengaplikasi matematik untuk menyelesaikan masalah, menentukan dan mentafsir penyelesaian dalam konteks masalah berkenaan, memurnikan model matematik, melaporkan dapatan
- (a)  $A$  – model kuadratik ;  $B$  – model eksponen ;  $C$  – model linear  
(b) Model eksponen. Suhu tidak seharusnya bertambah seperti yang ditunjukkan dalam model kuadratik. Suhu tidak seharusnya jatuh di bawah  $0^\circ\text{C}$  seperti yang ditunjukkan dalam model linear.

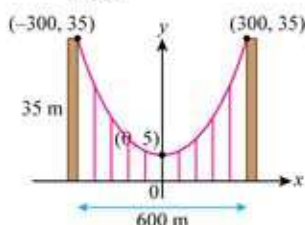
3. (a)  $T = -(6.5 \times 10^{-3})x + 30$

(c)



- (d) Daripada graf, apabila  $x = 4\,000$ ,  $T = 4$ . Julat bagi fungsi  $T(x)$  ialah  $4^\circ\text{C} \leq T(x) \leq 30^\circ\text{C}$ . Tinggi Gunung Kinabalu adalah lebih kurang 4 000 m.
- (e) Keccerunan =  $-6.5 \times 10^{-3}^\circ\text{C}$  per m. Hal ini bermakna bagi setiap meter kenaikan, terdapat penurunan suhu sebanyak  $0.0065^\circ\text{C}$ .
- (f) Pintasan  $y = 30^\circ\text{C}$ . Hal ini bermakna suhu pada paras laut (altitud 0 m) ialah  $30^\circ\text{C}$ .
- (g) Ya. Suhu berkurangan pada kadar linear apabila altitud bertambah bagi troposfera memandangkan hubungan antara  $T$  dengan  $x$  ialah suatu fungsi linear.

4. (a)  $y = \frac{1}{3\,000}x^2 + 5$



(b) 58

(c)

| Jarak di antara kabel menegak (m) | Jenis bahan kabel | Jumlah kos kabel menegak (RM) |
|-----------------------------------|-------------------|-------------------------------|
| 15                                | $A$               | 848 250                       |
| 20                                | $B$               | 831 400                       |
| 25                                | $C$               | 781 920                       |

(Panduan: guna hamparan elektronik untuk membuat pengiraan panjang setiap kabel menegak yang diperlukan.) Jenis bahan kabel  $C$  dengan jarak di antara setiap kabel menegak berturutan ialah 25 m harus digunakan.