

Kebarangkalian Peristiwa Bergabung

Anda akan mempelajari

- ▶ Peristiwa Bergabung
- ▶ Peristiwa Bersandar dan Peristiwa Tak Bersandar
- ▶ Peristiwa Saling Eksklusif dan Peristiwa Tidak Saling Eksklusif
- ▶ Aplikasi Kebarangkalian Peristiwa Bergabung

Pasukan Bola Sepak Malaysia berjaya melayakkan diri ke Sukan Olimpik 1972 di Munich. Pada tahun 1974 pasukan Bola Sepak Malaysia memenangi pingat gangsa Sukan Asia di Tehran. Kejayaan pasukan Malaysia berterusan apabila layak berturut-turut ke Piala Asia pada tahun 1976 dan 1980. Bagi kali pertama Malaysia telah memenangi Piala Suzuki pada tahun 2010.

Tahukah anda bagaimanakah seseorang jurulatih menentukan pemain pertahanan, pemain tengah dan penyerang dalam satu pasukan?

Maslahat Bab

Selain bidang sukan, ilmu kebarangkalian digunakan dalam bidang insurans untuk menentukan premium. Ilmu kebarangkalian juga diaplikasikan dalam bidang pengeluaran dan perniagaan, terutamanya dalam pengurusan risiko.



JARINGAN KATA

- gambar rajah pokok
- kebarangkalian
- peristiwa bergabung
- peristiwa bersandar
- peristiwa saling eksklusif
- peristiwa tak bersandar
- peristiwa tidak saling eksklusif
- ruang sampel
- *tree diagram*
- *probability*
- *combined event*
- *dependent event*
- *mutually exclusive event*
- *independent event*
- *non mutually exclusive event*
- *sample space*



Imbasan Silam



Blaise Pascal
(1623 - 1662)

Blaise Pascal ialah seorang ahli matematik Perancis. Beliau juga merupakan seorang ahli fizik, pencipta, penulis dan sebagainya. Pascal mencipta teori kebarangkalian bersama dengan Pierre de Fermat, seorang ahli matematik Perancis. Teori kebarangkalian juga merupakan suatu asas matematik yang penting dalam bidang statistik.



<http://yakin-pelajar.com/Pascal/9.pdf>

9.1 Peristiwa bergabung

Apakah itu peristiwa bergabung?

Dalam kehidupan seharian kita perlu membuat banyak keputusan berdasarkan ketidakpastian. Contohnya, membuat keputusan pemilihan masuk kelas sains tulen atau kelas sastera atau memilih produk yang akan dijual pada hari keusahawanan sekolah. Keputusan-keputusan ini melibatkan risiko dan kita sepatutnya boleh menilai risiko ini sebelum membuat keputusan. Kebarangkalian digunakan untuk menilai ketidakpastian yang terlibat dalam proses membuat keputusan.

Peristiwa bergabung ialah peristiwa yang dihasilkan daripada kesatuan atau persilangan dua atau lebih peristiwa.

Ruang sampel dua orang murid bermain “Gunting-Batu-Kertas” adalah $\{(G, B), (G, K), (G, G), (B, G), (B, K), (B, B), (K, G), (K, B), (K, K)\}$. Peristiwa salah seorang murid menunjukkan “Gunting” adalah peristiwa bergabung yang terdiri daripada hanya murid pertama menunjukkan “Gunting” atau hanya murid kedua menunjukkan “Gunting” atau kedua-dua orang murid menunjukkan “Gunting”. Maka, kesudahan yang mungkin ialah $\{(G, B), (G, K), (B, G), (K, G), (G, G)\}$.

Petunjuk:

• G = Gunting • B = Batu • K = Kertas



Standard Pembelajaran

Memerihalkan peristiwa bergabung dan menyenaraikan peristiwa bergabung yang mungkin.



Rangsangan Minda 1

Tujuan: Menyenaraikan kesudahan dalam peristiwa bergabung.

Bahan: Syiling (10 sen, 20 sen dan 50 sen), satu kotak kosong.

Langkah:

1. Murid duduk secara berpasangan. Setiap pasangan murid disediakan satu kotak yang mengandungi tiga syiling yang bernilai 10 sen, 20 sen dan 50 sen.
2. Murid bertamam memilih sekeping syiling dari kotak secara rawak dan diikuti oleh murid kedua. Nilai syiling dicatat seperti jadual di bawah.
3. Kembalikan syiling ke dalam kotak.
4. Ulangi langkah 2 dan 3 sekurang-kurangnya 25 kali.

(10, 20)				

5. Tulis ruang sampel bagi eksperimen pemilihan syiling daripada setiap pasangan murid tersebut.

$S = \{ \text{ } \}$



MEMORI SAYA

Ruang sampel ialah set yang mengandungi semua kesudahan yang mungkin bagi sesuatu eksperimen.



TIP

(10, 20)

Syiling yang dipilih oleh murid pertama

Syiling yang dipilih oleh murid kedua

6. Senaraikan kesudahan yang mungkin bagi peristiwa bergabung berikut:
- Murid pertama mendapat 10 sen atau 20 sen.
 - Murid pertama mendapat 10 sen dan murid kedua mendapat 20 sen.

Perbincangan:

Apakah bilangan kesudahan yang mungkin dalam aktiviti ini?

Hasil daripada Rangsangan Minda 1, didapati bahawa;

Bilangan kesudahan yang mungkin ialah $3 \times 2 = 6$.



Murid pertama mempunyai tiga peluang manakala murid kedua mempunyai dua peluang sahaja.

Secara generalisasi,

$$n(S) = n(A) \times n(B)$$

$n(S)$ ialah bilangan kesudahan yang mungkin, $n(A)$ dan $n(B)$ masing-masing mewakili bilangan kesudahan peristiwa A dan peristiwa B .

Contoh 1

Tulis ruang sampel bagi peristiwa bergabung di bawah.

- Lima keping kad berlabel dengan huruf "T, E, K, U, N" dimasukkan dalam sebuah kotak. Dua keping kad dikeluarkan dari kotak secara rawak satu demi satu tanpa pemulangan.
- Dua keping syiling dilambung (A dan G mewakili angka dan gambar masing-masing).

Penyelesaian:

- $\{(T, E), (T, K), (T, U), (T, N), (E, T), (E, K), (E, U), (E, N), (K, T), (K, E), (K, U), (K, N), (U, T), (U, E), (U, K), (U, N), (N, T), (N, E), (N, K), (N, U)\}$
- $\{(A, A), (A, G), (G, A), (G, G)\}$

**Praktis Kendiri 9.1a**

Tulis ruang sampel bagi peristiwa bergabung di bawah.

- Dua buah buku dipilih secara rawak daripada sebuah rak buku yang mengandungi dua buah buku sejarah (S), sebuah buku geografi (G) dan sebuah buku matematik (M).
- Jantina anak bagi keluarga yang mempunyai dua orang anak.
- Sebiji dadu adil dan sekeping syiling adil dilambung secara serentak.
- Azhar (A) dan Kai Ming (K) bermain maksimum lima set perlawanan badminton. Pemain yang berjaya memenangi tiga set ialah pemenang.



9.2 Peristiwa bersandar dan peristiwa tak bersandar

Q Bagaimanakah anda membezakan peristiwa bersandar dan peristiwa tak bersandar?

Peristiwa bergabung boleh dikategorikan kepada peristiwa bersandar dan peristiwa tak bersandar.



Standard Pembelajaran

Membezakan peristiwa bersandar dan peristiwa tak bersandar.

Dua peristiwa A dan B ialah peristiwa tak bersandar jika peristiwa A tidak mempengaruhi kejadian peristiwa B dan sebaliknya.

Dengan kata lain, peristiwa A dan B ialah peristiwa bersandar sekiranya peristiwa A mempengaruhi kejadian peristiwa B .

Rangsangan Minda 2

Tujuan: Membezakan peristiwa bersandar dan peristiwa tak bersandar.

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
2. Lengkapkan jadual dalam Lembaran Aktiviti di bawah.

Lembaran Aktiviti:

Kotak P mengandungi lima keping kad berlabel dengan huruf "R, U, A, N, G".

- (a) Kes I: Dua keping kad dipilih secara rawak dari kotak P satu demi satu tanpa pemulangan. Tulis kebarangkalian mendapat kad berhuruf konsonan pada kali pertama dan kali kedua dalam jadual berikut.
- (b) Kes II: Dua keping kad dipilih secara rawak dari kotak P satu demi satu dengan pemulangan. Kad pertama yang dipilih dicatatkan hurufnya dan dikembalikan ke kotak P sebelum kad kedua dipilih. Tulis kebarangkalian mendapat kad berhuruf konsonan pada kali pertama dan kali kedua dalam jadual berikut.

Kes	Kebarangkalian untuk mendapatkan kad berhuruf konsonan	
	Kali Pertama	Kali Kedua
I		
II		

Perbincangan:

Mengapakah nilai kebarangkalian pada kali kedua bagi kes I dan kes II berbeza? Bincangkan.

Hasil daripada Rangsangan Minda 2, didapati bahawa;

Dalam kes I, kad berhuruf konsonan kali pertama yang dipilih tidak dipulangkan ke dalam kotak *P*. Kekurangan kad berhuruf konsonan yang pertama ini mempengaruhi kebarangkalian untuk memilih kad berhuruf konsonan yang kedua.

Secara generalisasi,

Peristiwa bergabung bagi kes I ialah peristiwa bersandar.

Dalam kes II, kad berhuruf konsonan yang dipilih pada kali pertama dipulangkan ke dalam kotak *P* sebelum kad kedua dipilih. Pulangan kad pertama ini menyebabkan kebarangkalian memilih kad berhuruf konsonan yang kedua sama dengan kebarangkalian pemilihan kad berhuruf konsonan yang pertama. Kebarangkalian pemilihan kad berhuruf konsonan yang kedua tidak dipengaruhi oleh pemilihan kad berhuruf konsonan yang pertama.

Secara generalisasi,

Peristiwa bergabung bagi kes II ialah peristiwa tak bersandar.

Contoh 2

Kenal pasti sama ada peristiwa bergabung di bawah ialah peristiwa bersandar atau peristiwa tak bersandar dan berikan justifikasi anda.

- (a) Mendapat angka sebanyak dua kali apabila sekeping syiling adil dilambung dua kali.



- (b) Mendapat angka dalam lambungan syiling adil dan nombor 4 dalam lambungan dadu adil.

- (c) Mendapat dua batang pen yang berwarna sama apabila dua batang pen dikeluarkan satu demi satu dari bekas yang mengandungi tiga batang pen merah dan dua batang pen biru tanpa pemulangan.



- (d) Mendapat dua keping kad yang berhuruf sama apabila dua keping kad dipilih secara rawak daripada kad berlabel dengan huruf "B, A, I, K" satu demi satu dengan pemulangan.

Penyelesaian:

- (a) Peristiwa tak bersandar kerana kebarangkalian mendapatkan angka dalam lambungan syiling pertama tidak mempengaruhi kebarangkalian mendapat angka dalam lambungan syiling kedua.
- (b) Peristiwa tak bersandar kerana kebarangkalian mendapat angka dalam lambungan syiling adil tidak mempengaruhi kebarangkalian mendapat nombor 4 dalam lambungan dadu adil.
- (c) Peristiwa bersandar kerana kebarangkalian mendapat pen merah yang pertama akan mempengaruhi kebarangkalian mendapat pen merah yang kedua.
- (d) Peristiwa tak bersandar kerana kebarangkalian kad pertama yang dipilih tidak mempengaruhi kebarangkalian kad kedua dipilih.

Praktis Kendiri 9.2a

Tentukan sama ada peristiwa-peristiwa berikut ialah peristiwa bersandar atau peristiwa tak bersandar.

1. Jarum putaran roda bertuah berhenti pada sektor yang sama dua kali berturut-turut.
2. Pilihan dua orang murid lelaki daripada sekumpulan murid yang terdiri daripada sepuluh orang murid perempuan dan empat belas orang murid lelaki secara rawak.
3. Menjawab tiga soalan objektif yang mempunyai empat pilihan jawapan masing-masing dengan betul sekiranya jawapan setiap soalan dipilih secara rawak.
4. Kotak P mengandungi dua keping kad berwarna merah dan tiga keping kad yang berwarna hitam manakala kotak Q mengandungi lima keping kad berwarna merah dan enam keping kad berwarna hijau. Sekeping kad dipilih secara rawak dari kotak P dan kemudian dimasukkan ke dalam kotak Q . Selepas itu, sekeping kad dipilih secara rawak dari kotak Q . Kedua-dua kad yang dipilih dari kotak P dan kotak Q berwarna sama.
5. Vincent dan Bajet menduduki ujian Sejarah di sekolah. Vincent dan Bajet lulus dalam ujian Sejarah.

Bagaimanakah anda membuat dan menentusahkan konjektur tentang rumus kebarangkalian peristiwa bergabung?

Rangsangan Minda 3

Tujuan: Membuat dan menentusahkan konjektur tentang rumus kebarangkalian peristiwa bergabung.

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
2. Lambungkan sebiji dadu adil dan sekeping syiling adil secara serentak.
3. Lengkapkan jadual di bawah dengan mencatatkan semua kesudahan yang mungkin.

Kesudahan	Syiling	
	Angka (A)	Gambar (G)
1		
2		
3		
4		
5		
6		

4. Daripada jadual di atas,
 - (a) nyatakan ruang sampel bagi uji kaji di atas.
 - (b) nyatakan kebarangkalian, dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin bagi peristiwa bergabung di bawah,
 - (i) mendapat nombor genap dalam lambungan dadu dan angka dalam lambungan syiling.



Standard Pembelajaran

Membuat dan menentusahkan konjektur tentang rumus kebarangkalian peristiwa bergabung.



Indikator

- Kebarangkalian peristiwa A ,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(A) = 0$ apabila peristiwa A pasti tidak berlaku.
- $P(A) = 1$ apabila peristiwa A pasti berlaku.

- (ii) mendapat nombor perdana dalam lambungan dadu dan gambar dalam lambungan syiling.
- (iii) mendapat nombor yang kurang daripada 3 dalam lambungan dadu dan angka dalam lambungan syiling.
- (c) Hitung hasil darab kebarangkalian
 - (i) mendapat nombor genap dalam lambungan dadu dan angka dalam lambungan syiling.
 - (ii) mendapat nombor perdana dalam lambungan dadu dan gambar dalam lambungan syiling.
 - (iii) mendapat nombor yang kurang daripada 3 dalam lambungan dadu dan angka dalam lambungan syiling.

Perbincangan:

Bandingkan jawapan anda di 4(b) dan 4(c). Apakah yang anda dapati?

Hasil daripada Rangsangan Minda 3, didapati bahawa:

Kebarangkalian persilangan dua peristiwa A dan B yang tak bersandar adalah sama dengan hasil darab kebarangkalian A dan kebarangkalian B .

Secara generalisasi,

Hukum Pendaraban Kebarangkalian ialah $P(A \text{ dan } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Contoh 3

Sebuah kotak F mengandungi tujuh keping kad berlabel dengan huruf "P, A, M, E, R, A, N" dan sebuah kotak G mengandungi lima keping kad berlabel dengan nombor "3, 5, 6, 8, 11". Sekeping kad dipilih secara rawak dari kotak F dan kotak G masing-masing. Tentu sahkan konjektur rumus kebarangkalian untuk mendapat huruf "P" dan nombor genap dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin.

Penyelesaian:**(a) Kaedah 1:**

Hukum pendaraban

$$P(\text{mendapat huruf "P"}) = \frac{1}{7}$$

$$P(\text{mendapat nombor genap}) = \frac{2}{5}$$

$$P(\text{mendapat huruf "P" dan nombor genap}) = \frac{1}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{35}$$

Kaedah 2:

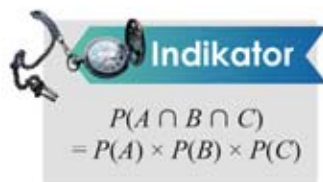
Menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin

Kesudahan yang mungkin = $\{(P, 6), (P, 8)\}$

$$n(S) = 7 \times 5 = 35$$

$$P(\text{mendapat huruf "P" dan nombor genap}) = \frac{2}{35}$$

Maka terbukti bahawa kedua-dua kaedah menghasilkan jawapan yang sama.



Praktis Kendiri 9.2b

- Dua biji dadu adil dilambung.
 - Lengkapkan jadual berikut dengan menulis kesudahan yang mungkin.

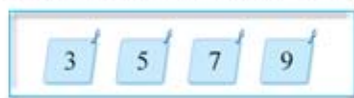
Dadu Pertama	Dadu Kedua					
	1	2	3	4	5	6
1		(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)		
2					(2, 5)	(2, 6)
3						
4						
5						
6						

- Nyatakan $n(S)$ dalam eksperimen ini.
 - Tentu sahkan konjektur rumus kebarangkalian mendapat nombor ganjil dalam dadu pertama dan nombor perdana dalam dadu kedua dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin.
- Kamal memilih dua biji guli secara rawak dari sebuah kotak yang mengandungi empat biji guli merah, tiga biji guli kuning dan sebiji guli hijau. Guli pertama dipulangkan ke dalam kotak sebelum guli kedua dipilih. Tentukan sahkan konjektur rumus kebarangkalian bahawa kedua-dua biji guli berwarna kuning dipilih dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin.
 - Kotak A mengandungi sekeping kad berwarna merah dan dua keping kad berwarna kuning. Kotak B mengandungi tiga keping kad berwarna merah dan sekeping kad berwarna kuning. Fauziah memilih sekeping kad dari kotak A dan kotak B masing-masing. Tentukan sahkan konjektur rumus kebarangkalian Fauziah mendapat dua keping kad kuning dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin.

Q Bagaimanakah anda menentukan kebarangkalian peristiwa bergabung bagi peristiwa bersandar dan peristiwa tak bersandar?

Contoh 4

Kotak A dan kotak B masing-masing mengandungi kad berlabel dengan nombor "3, 5, 7, 9" dan kad berlabel dengan huruf "X, Y, Z". Sekeping kad dipilih secara rawak masing-masing dari kotak A dan kotak B .

Kotak A Kotak B

Hitung kebarangkalian mendapat faktor bagi 9 dan huruf "Z".



Standard Pembelajaran

Menentukan kebarangkalian peristiwa bergabung bagi peristiwa bersandar dan peristiwa tak bersandar.



Contoh 4 merupakan peristiwa bergabung tidak bersandar. Kebarangkalian peristiwa mendapat faktor bagi 9 tidak mempengaruhi kebarangkalian peristiwa mendapat huruf "Z".

Penyelesaian:

$$P(\text{Faktor bagi 9}) = \frac{2}{4}$$

$$P(\text{huruf "Z"}) = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{Faktor bagi 9 dan huruf "Z"}) = \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Kaedah Alternatif

Faktor bagi 9 dan huruf "Z" = $\{(3, Z), (9, Z)\}$
 $n(S) = 4 \times 3 = 12$

$$P(\text{Faktor bagi 9 dan huruf "Z"}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$



Jawapan terakhir dalam Contoh 4 boleh ditulis sebagai $\frac{2}{12}$, kerana penyebut 12 itu mewakili ruang sampel.

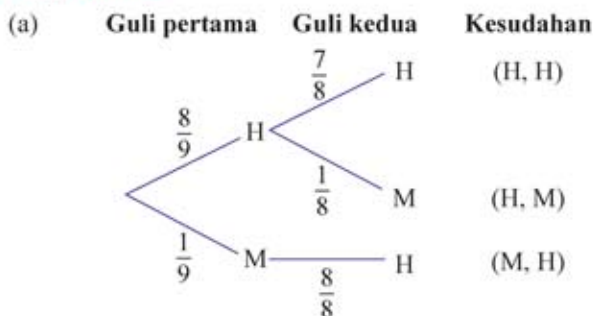
Contoh 5

Sebuah beg mengandungi lapan biji guli hijau dan sebiji guli merah. Dua biji guli dipilih secara rawak dari beg tersebut satu demi satu tanpa pemulangan. Warna guli dicatat.

- Wakilkan situasi di atas dengan gambar rajah pokok.
- Hitung kebarangkalian
 - mendapat guli kedua berwarna merah,
 - mendapat kedua-dua biji guli berwarna hijau.



Peristiwa bergabung dalam Contoh 5 merupakan peristiwa bersandar. Kesudahan peristiwa kedua dipengaruhi oleh kesudahan peristiwa pertama.

Penyelesaian:


$$(b) \quad (i) \quad P(\text{guli kedua berwarna merah}) = \frac{8}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{9}$$

$$(ii) \quad P(\text{kedua-dua biji guli berwarna hijau}) = \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{9}$$


MEMORI SAYA

Gambar rajah pokok memaparkan semua kesudahan yang berkemungkinan bagi sesuatu peristiwa. Setiap cabang dalam gambar rajah pokok mewakili satu kesudahan yang mungkin.

Praktis Kendiri 9.2c

1. Kotak *K* dan kotak *L* masing-masing mengandungi empat keping kad berlabel dengan huruf “B, A, Y, U” dan tiga keping kad berlabel dengan nombor “1, 2, 5”. Sekeping kad dipilih secara rawak dari kotak *K* dan kotak *L* masing-masing.



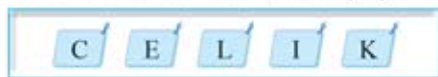
Kotak *K*



Kotak *L*

Dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin, hitung kebarangkalian mendapat huruf vokal dan nombor genap.

2. Sebiji dadu adil yang mempunyai empat muka dilabelkan dengan “1, 2, 3, 4”. Dadu itu dilambung dua kali dan nombor yang berada di muka bawah dicatat. Dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin, hitung kebarangkalian mendapat kedua-dua nombor ganjil.
3. Berdasarkan kajian, kebarangkalian sehari hujan di Gunung *X* pada bulan Mei ialah 0.45. Hitung kebarangkalian bahawa Gunung *X* akan mengalami dua hari hujan berturut-turut pada bulan Mei.
4. Kotak *T* mengandungi lima keping kad berlabel dengan huruf “C, E, L, I, K”. Dua keping kad dikeluarkan secara rawak dari kotak *T* satu demi satu tanpa pemulangan.



Kotak *T*

Hitung kebarangkalian mendapat kad pertama berhuruf konsonan dan kad kedua berhuruf vokal.

5. Sebuah kotak mengandungi dua belas biji mentol. Dalam kotak mentol itu, terdapat dua biji mentol yang telah terbakar. Dua biji mentol dipilih secara rawak dari kotak mentol. Dengan melakarkan gambar rajah pokok, hitung kebarangkalian mendapat kedua-dua biji mentol terbakar.



6. Jadual di bawah menunjukkan bilangan ahli Persatuan Sains dan Matematik di SMK Didik Jaya.

Sesi	Bilangan Ahli	
	Perempuan	Lelaki
Pagi	146	124
Petang	82	96

Dua orang ahli dipilih secara rawak

- (a) daripada ahli lelaki, hitung kebarangkalian kedua-dua orang ahli dipilih ialah murid sesi pagi (berikan jawapan anda betul kepada empat angka bererti).
- (b) daripada sesi petang, hitung kebarangkalian kedua-dua orang murid dipilih ialah perempuan (berikan jawapan anda betul kepada empat angka bererti).

9.3

Peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif

Bagaimanakah anda membezakan peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif?

Bola pingpong yang berlabel dari 1 hingga 9 dimasukkan ke dalam satu bakul kosong. Seorang murid memilih sebiji bola pingpong dari bakul kosong tersebut secara rawak.

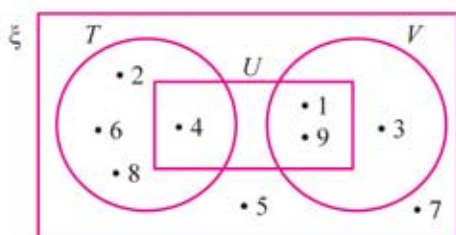
Katakan T ialah peristiwa mendapat nombor genap.

U ialah peristiwa mendapat nombor kuasa dua sempurna.

V ialah peristiwa mendapat faktor bagi 9.

Hubungan antara tiga peristiwa T , U dan V boleh digambarkan dengan gambarajah Venn.

Daripada gambarajah Venn di sebelah, didapati peristiwa T dan V tidak boleh berlaku pada masa yang sama. Maka, peristiwa T dan V dikatakan peristiwa saling eksklusif. Peristiwa T dan U ialah peristiwa tidak saling eksklusif kerana bola pingpong yang berlabel 4 ialah kesudahan sepunya bagi kedua-dua peristiwa T dan U . Adakah peristiwa U dan V peristiwa saling eksklusif? Bincangkan.



Standard Pembelajaran

Membezakan peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif.

Rangsangan Minda 4

Tujuan: Membezakan peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif.

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
2. Lengkapkan Lembaran Aktiviti di bawah.

Lembaran Aktiviti:

Seorang murid dipilih secara rawak dari kelas anda. Yang berikut ialah peristiwa A hingga F .

Peristiwa A : Murid yang memakai cermin mata.

Peristiwa B : Ahli Pandu Puteri.

Peristiwa C : Murid lelaki.

Peristiwa D : Murid yang mendapat gred A dalam ujian Matematik.

Peristiwa E : Murid yang suka subjek Matematik.

Peristiwa F : Murid yang mendapat gred D dalam ujian Matematik.

Tandakan ✓ dalam peristiwa saling eksklusif atau peristiwa tidak saling eksklusif bagi setiap peristiwa gabungan berikut.

Peristiwa bergabung	Peristiwa saling eksklusif	Peristiwa tidak saling eksklusif
Peristiwa A dan B		
Peristiwa B dan C		
Peristiwa B dan D		
Peristiwa D dan E		
Peristiwa E dan F		
Peristiwa D dan F		

Perbincangan:

Daripada jadual di sebelah, adakah semua peristiwa saling eksklusif telah dinyatakan? Sekiranya tidak, nyatakan.

Hasil daripada Rangsangan Minda 4, didapati bahawa;

Setiap peristiwa bergabung di atas sama ada peristiwa saling eksklusif atau peristiwa tidak saling eksklusif bergantung pada ahli kumpulan dalam kelas masing-masing. Sekiranya hanya murid lelaki memakai cermin mata, maka peristiwa A dan B ialah saling eksklusif. Tetapi bagi kelas yang mempunyai murid perempuan yang memakai cermin mata maka peristiwa A dan B merupakan peristiwa tidak saling eksklusif.

Secara generalisasi,

Peristiwa gabungan A dan B dikenali sebagai peristiwa saling eksklusif sekiranya tidak ada persilangan antara peristiwa A dengan peristiwa B , $A \cap B = \emptyset$.

Contoh 6

Seorang pekerja dalam sebuah kilang dipilih secara rawak. Diberi

- A = Pekerja bergaji kurang daripada RM2 500.
- B = Pekerja perlu membayar cukai pendapatan.
- C = Pekerja pergi bekerja dengan menaiki kereta.

Tentukan sama ada pasangan peristiwa berikut ialah peristiwa saling eksklusif atau peristiwa tidak saling eksklusif.

- (a) A dan B
- (b) A dan C
- (c) B dan C

Penyelesaian:

- (a) Peristiwa A dan B tidak boleh berlaku bersama, maka A dan B ialah peristiwa saling eksklusif.
- (b) Peristiwa A dan C boleh berlaku bersama, maka A dan C ialah peristiwa tidak saling eksklusif.
- (c) Peristiwa B dan C boleh berlaku bersama, maka B dan C ialah peristiwa tidak saling eksklusif.



Mulai tahun 2015, individu yang mempunyai pendapatan pengajian tahunan melebihi RM34,000 (selepas potongan KWSP) perlu mendaftar fail cukai pendapatan.

Lembaga Hasil Dalam Negeri,
Kemaskini: 16 Mac 2017

Praktis Kendiri 9.3a

1. Sebiji dadu adil dilambung. Senarai peristiwa berikut diberikan.
 P ialah peristiwa mendapat nombor yang lebih besar daripada 4.
 Q ialah peristiwa mendapat nombor genap.
 R ialah peristiwa mendapat nombor kuasa dua sempurna.

Tentukan sama ada pasangan peristiwa berikut ialah peristiwa saling eksklusif atau peristiwa tidak saling eksklusif.

- (a) P dan Q
- (b) P dan R
- (c) Q dan R



2. Sebiji telur dipilih secara rawak daripada ladang penternakan.
 K ialah peristiwa telur yang dipilih retak.
 L ialah peristiwa telur yang dipilih gred A.
 M ialah peristiwa telur yang dipilih gred C.

Tentukan sama ada pasangan peristiwa berikut ialah peristiwa saling eksklusif atau peristiwa tidak saling eksklusif.

- (a) K dan L (b) K dan M (c) L dan M

3. Seorang pelancong dipilih secara rawak di Lapangan Terbang Antarabangsa Kuala Lumpur.
 R ialah peristiwa pelancong dipilih berasal dari Eropah.
 S ialah peristiwa pelancong dipilih berasal dari negara ASEAN.
 T ialah peristiwa pelancong dipilih berasal dari negara Komanwel.
 Tentukan sama ada pasangan peristiwa berikut ialah peristiwa saling eksklusif atau peristiwa tidak saling eksklusif.
 (a) R dan S (b) R dan T (c) S dan T



ZON INFORMASI

Negara Asean:

Malaysia, Brunei, Singapura, Kemboja, Indonesia, Vietnam, Myanmar, Filipina, Thailand, Laos.

Negara Komanwel:

Negara-negara yang pernah dijajah oleh British.



Bagaimanakah anda mengesahkan rumus kebarangkalian peristiwa bergabung bagi peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif?



Standard Pembelajaran

Mengesahkan rumus kebarangkalian peristiwa bergabung bagi peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif.

Rangsangan Minda 5

Tujuan: Mengesahkan rumus kebarangkalian peristiwa bergabung bagi peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif.

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan yang sesuai.
2. Teliti kes berikut:

Fahmi mengadakan rumah terbuka bersempena dengan perayaan Hari Raya Aidilfitri. Sebanyak 80 orang tetamu mengunjungi rumah terbuka tersebut.

$\frac{2}{5}$ daripada tetamu yang mengunjungi rumah terbuka itu ialah rakan sekerja Fahmi.

Sebanyak 55 orang tetamu hadir bersama ahli keluarga. 18 daripadanya ialah rakan sekerja Fahmi.

$\frac{1}{10}$ daripada tetamu yang mengunjungi rumah terbuka itu ialah rakan sekolah anak Fahmi.

Semua rakan sekolah anak Fahmi tidak datang bersama ahli keluarga.

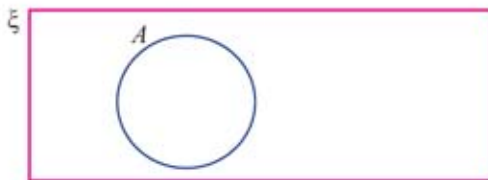
Seorang tetamu yang mengunjungi rumah terbuka Fahmi dipilih secara rawak.

A ialah peristiwa tetamu yang dipilih datang bersama ahli keluarga.

B ialah peristiwa tetamu yang dipilih ialah rakan sekerja Fahmi.

C ialah peristiwa tetamu yang dipilih ialah rakan sekolah anak Fahmi.

3. Lengkapkan gambar rajah Venn di bawah untuk menunjukkan hubungan antara peristiwa A , B dan C .



4. Berdasarkan gambar rajah Venn yang dilukis, lengkapkan jadual di bawah.

Kebarangkalian				
(a)	$P(A) =$	$P(B) =$	$P(A \text{ dan } B) =$	$P(A \text{ atau } B) =$
(b)	$P(A) =$	$P(C) =$	$P(A \text{ dan } C) =$	$P(A \text{ atau } C) =$
(c)	$P(B) =$	$P(C) =$	$P(B \text{ dan } C) =$	$P(B \text{ atau } C) =$

Perbincangan:

- Mengapakah $P(A \text{ dan } B)$, $P(A \text{ dan } C)$ dan $P(B \text{ dan } C)$ perlu ditentukan sebelum menghitung $P(A \text{ atau } B)$, $P(A \text{ atau } C)$ dan $P(B \text{ atau } C)$?
- Berdasarkan jawapan (a), (b) dan (c) dalam jadual di atas, bentuk satu persamaan untuk menghubungkan keempat-empat kebarangkalian bagi setiap (a), (b) dan (c) di atas. Berikan justifikasi anda.

Hasil daripada Rangsangan Minda 5, didapati bahawa

- $P(A \text{ dan } B)$, $P(A \text{ dan } C)$ dan $P(B \text{ dan } C)$ dikenal pasti dahulu supaya kita dapat menentukan sama ada peristiwa bergabung itu saling eksklusif atau tidak saling eksklusif.
- (a) Peristiwa A dan B merupakan peristiwa bergabung tidak saling eksklusif kerana $P(A \cap B) \neq 0$, maka $P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
(b) Peristiwa A dan C serta peristiwa B dan C merupakan peristiwa bergabung saling eksklusif kerana $P(A \cap C) = 0$ dan $P(B \cap C) = 0$. Maka, $P(A \text{ atau } C) = P(A) + P(C)$ dan $P(B \text{ atau } C) = P(B) + P(C)$.

Secara generalisasi,

Rumus Penambahan Kebarangkalian ialah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ atau } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



MEMORI SAYA

$$P(A \text{ dan } B) = P(A \cap B)$$

$$P(A \text{ atau } B) = P(A \cup B)$$

Peristiwa A dan B ialah peristiwa
tidak saling eksklusif



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Peristiwa A dan B ialah peristiwa
saling eksklusif



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

setelah diringkaskan kerana $P(A \cap B) = 0$

Contoh 7

Gambar rajah Venn di sebelah menunjukkan hubungan antara set semesta, ξ , A , B dan C .

Satu nombor dipilih secara rawak daripada set semesta, ξ .
Tentu sahkan rumus penambahan kebarangkalian bagi setiap peristiwa bergabung berikut:

- Mendapat satu nombor genap atau nombor gandaan 5.
- Mendapat satu nombor genap atau nombor perdana.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad P(A \cup B) &= \frac{n(A \cup B)}{n(S)} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A) + P(B) &= \frac{4}{9} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

Berdasarkan gambar rajah Venn, $P(A \cap B) = 0$ mewakili peristiwa A dan peristiwa B yang saling eksklusif.

Maka, terbukti $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

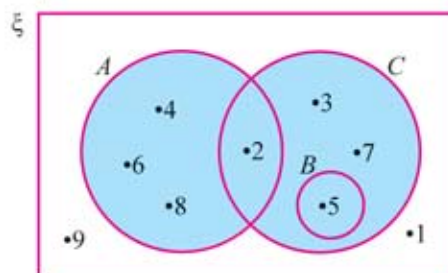
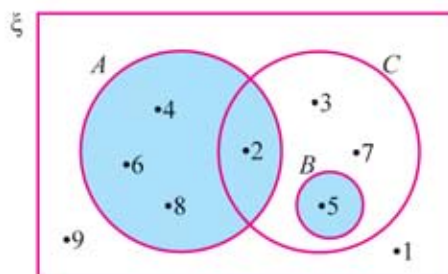
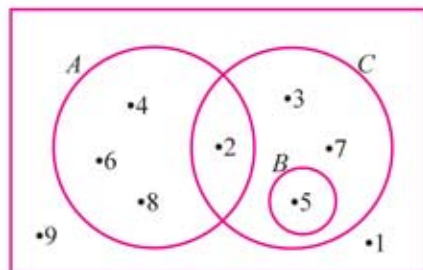
$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad P(A \cup C) &= \frac{n(A \cup C)}{n(S)} \\ &= \frac{7}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A) + P(C) - P(A \cap C) &= \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{1}{9} \\ &= \frac{7}{9} \end{aligned}$$

Berdasarkan gambar rajah Venn, $P(A \cap C) \neq 0$

mewakili peristiwa A dan peristiwa C tidak saling eksklusif.

Maka, terbukti $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$.

**Contoh 8**

Lapan keping kad berlabel dengan nombor “4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11” diletakkan ke dalam sebuah kotak. Sekeping kad dipilih secara rawak dari kotak itu.

A ialah peristiwa mendapat satu nombor yang lebih besar daripada 8.

B ialah peristiwa mendapat satu nombor perdana.

C ialah peristiwa mendapat satu nombor genap.

Tentu sahkan rumus penambahan kebarangkalian bagi setiap peristiwa bergabung berikut dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin.

$$\text{(a)} \quad P(A \text{ atau } B)$$

$$\text{(b)} \quad P(A \text{ atau } C)$$

$$\text{(c)} \quad P(B \text{ atau } C)$$

Penyelesaian:

(a) $A \cap B = \{11\}$,

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$A = \{9, 10, 11\}, B = \{5, 7, 11\}$

$A \cup B = \{5, 7, 9, 10, 11\}$

$P(A \cup B) = \frac{5}{8}$

Peristiwa A dan B adalah peristiwa tidak saling eksklusif, $P(A \cap B) \neq 0$.

Maka, terbukti $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

(b) $A \cap C = \{10\}$,

$$P(A) + P(C) - P(A \cap C) = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$A = \{9, 10, 11\}, C = \{4, 6, 8, 10\}$

$A \cup C = \{4, 6, 8, 9, 10, 11\}$

$P(A \cup C) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Peristiwa A dan C adalah peristiwa tidak saling eksklusif, $P(A \cap C) \neq 0$.

Maka, terbukti $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$.

(c) $B \cap C = \{ \}$,

$$P(B) + P(C) = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

$B = \{5, 7, 11\}, C = \{4, 6, 8, 10\}$

$B \cup C = \{4, 5, 6, 7, 8, 10, 11\}$

$P(B \cup C) = \frac{7}{8}$

Peristiwa B dan C adalah peristiwa saling eksklusif, $P(B \cap C) = 0$.

Maka, terbukti $P(B \cup C) = P(B) + P(C)$.



Praktis Kendiri 9.3b

1. Dua biji dadu adil dilambung secara serentak.

Q ialah peristiwa mendapat jumlah mata daripada dua dadu lebih daripada 9.

R ialah peristiwa mendapat hasil darab mata daripada dua dadu ialah gandaan 5.

S ialah peristiwa mendapat dua mata yang sama daripada dua dadu.

Tentu sahkan rumus penambahan kebarangkalian bagi setiap peristiwa bergabung berikut dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin.



(a) $P(Q \text{ atau } R)$

(b) $P(Q \text{ atau } S)$

(c) $P(R \text{ atau } S)$

2. Dua keping syiling adil dilambung secara serentak.

J ialah peristiwa mendapat dua angka.

K ialah peristiwa mendapat dua gambar.

L ialah peristiwa mendapat sekurang-kurangnya satu angka.

Tentu sahkan rumus penambahan kebarangkalian bagi setiap peristiwa bergabung berikut dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin.



(a) $P(J \text{ atau } K)$

(b) $P(J \text{ atau } L)$

(c) $P(K \text{ atau } L)$

3. Tujuh keping kad berlabel dengan huruf "B, A, H, A, G, I, A" dimasukkan ke dalam sebuah kotak. Sekeping kad dipilih secara rawak.

L ialah peristiwa mendapat kad berhuruf vokal.

M ialah peristiwa mendapat kad berhuruf konsonan.

N ialah peristiwa mendapat kad berhuruf "B".

- (a) Lukis satu gambar rajah Venn untuk mewakili hubungan antara peristiwa L , M dan N di atas.
- (b) Tentukan rumus penambahan kebarangkalian bagi setiap peristiwa bergabung berikut dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin.
- (i) $P(L \text{ atau } M)$ (ii) $P(L \text{ atau } N)$ (iii) $P(M \text{ atau } N)$

ZON INTERAKTIF



Adakah $P(A \cup B \cup C)$
 $= P(A) + P(B) + P(C) -$
 $P(A \cap B) - P(A \cap C) -$
 $P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$?

Bincangkan dengan gambar rajah Venn.

Bagaimanakah anda menentukan kebarangkalian peristiwa bergabung bagi peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif?

Contoh 9

Lima keping kad yang berlabel dengan huruf "C, I, N, T, A" dimasukkan ke dalam sebuah kotak. Sekeping kad dipilih secara rawak. Hitung kebarangkalian kad itu berlabel huruf konsonan atau "A".

Penyelesaian:

Kad yang berlabel huruf konsonan = {C, N, T}

Kad yang berlabel huruf "A" = {A}

$$P(\text{Kad yang berlabel huruf konsonan atau "A"}) = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \\ = \frac{4}{5}$$

Contoh 10

Dalam satu jamuan, kebarangkalian Zalifah dan Maran makan cendol masing-masing ialah $\frac{5}{7}$ dan $\frac{3}{5}$.

- (a) Wakilkan kebarangkalian Zalifah dan Maran makan cendol dalam jamuan itu dengan gambar rajah Venn.
- (b) Hitung kebarangkalian Zalifah atau Maran makan cendol dalam jamuan itu.

Penyelesaian:

- (a) $P(\text{Kedua-dua Zalifah dan Maran makan cendol dalam jamuan itu})$

$$= \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \\ = \frac{3}{7}$$

$$P(\text{Hanya Zalifah makan cendol dalam jamuan itu}) = \frac{5}{7} - \frac{3}{7} \\ = \frac{2}{7}$$



Standard Pembelajaran

Menentukan kebarangkalian peristiwa bergabung bagi peristiwa saling eksklusif dan peristiwa tidak saling eksklusif.



Bagi dua peristiwa saling eksklusif,
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



Cendol ialah sejenis pencuci mulut yang amat popular di Malaysia. Ramuannya terdiri daripada isi berwarna hijau yang dibuat daripada tepung beras dan air pandan, ais, santan dan gula melaka.

$P(\text{Hanya Maran makan cendol dalam jamuan itu})$

$$= \frac{3}{5} - \frac{3}{7}$$

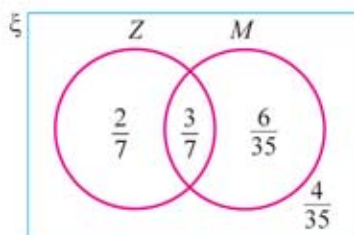
$$= \frac{6}{35}$$

(b) $P(\text{Zalifah atau Maran makan cendol dalam jamuan itu})$

$$= P(Z) + P(M) - P(Z \cap M)$$

$$= \frac{5}{7} + \frac{3}{5} - \frac{3}{7}$$

$$= \frac{31}{35}$$



Kaedah Alternatif

$$P(\text{Zalifah atau Maran makan cendol dalam jamuan itu}) = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{6}{35}$$

$$= \frac{31}{35}$$

Contoh 11

Jadual di bawah menunjukkan bilangan pengawas sekolah dan pengawas pusat sumber daripada tingkatan 3, 4 dan 5 di SMK Yakin.

	Tingkatan 3	Tingkatan 4	Tingkatan 5
Pengawas sekolah	15	24	26
Pengawas pusat sumber	20	19	16

Seorang murid dipilih secara rawak daripada kumpulan murid ini. Hitung kebarangkalian bahawa murid yang dipilih adalah seorang pengawas sekolah atau murid tingkatan 3.

Penyelesaian:

$$\text{Jumlah murid} = 15 + 24 + 26 + 20 + 19 + 16$$

$$= 120$$

$$P(\text{pengawas sekolah}) = \frac{65}{120} \leftarrow 15 + 24 + 26$$

$$P(\text{murid tingkatan 3}) = \frac{35}{120} \leftarrow 15 + 20$$

$$P(\text{pengawas sekolah dan murid tingkatan 3}) = \frac{15}{120}$$

Peristiwa pengawas sekolah dan murid tingkatan 3 adalah peristiwa bergabung tidak saling eksklusif kerana terdapat pengawas sekolah daripada tingkatan 3.

$$P(\text{pengawas sekolah atau murid tingkatan 3}) = \frac{65}{120} + \frac{35}{120} - \frac{15}{120}$$

$$= \frac{85}{120}$$

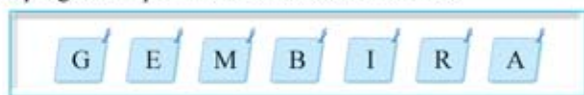
$$= \frac{17}{24}$$

ZON INTERAKTIF

Daripada situasi Contoh 11, adakah peristiwa bahawa seorang pengawas sekolah daripada tingkatan 4 atau seorang pengawas sekolah daripada tingkatan 5 dapat dipilih merupakan peristiwa bergabung saling eksklusif? Bincangkan.


Praktis Kendiri 9.3c

1. Tujuh keping kad yang berlabel dengan huruf “G, E, M, B, I, R, A” dimasukkan ke dalam sebuah kotak. Sekeping kad dipilih secara rawak dari kotak.



Dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin, hitung kebarangkalian kad yang dipilih berlabel huruf vokal atau “R”.

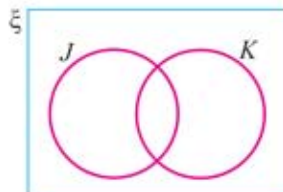
2. Dua kotak yang berlabel K dan L masing-masing mengandungi empat keping kad berlabel dengan huruf “S, E, R, I” dan tiga keping kad berlabel dengan nombor “4, 5, 6”. Sekeping kad dipilih secara rawak dari kotak K dan L masing-masing.

Kotak K Kotak L

Dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin, hitung kebarangkalian mendapat huruf “S” dari kotak K atau nombor gandaan 3 dari kotak L .

3. Kebarangkalian Jessie dilantik sebagai pengerusi Kelab Kewangan (J) dan ketua rumah sukan (K) masing-masing ialah $\frac{3}{8}$ dan $\frac{2}{9}$.

- (a) Lengkapkan gambar rajah Venn di sebelah untuk mewakili hubungan kebarangkalian Jessie dilantik sebagai pengerusi Kelab Kewangan dan ketua rumah sukan.
(b) Hitung kebarangkalian Jessie tidak dilantik sebagai pengerusi Kelab Kewangan atau ketua rumah sukan.



4. Jadual di bawah menunjukkan bilangan pelancong tempatan dan luar negara bagi tiga tempat pelancongan A , B dan C .

Tempat Pelancongan	Tempatan	Luar negara
A	750	2130
B	490	1530
C	260	2340

Seorang pelancong dipilih secara rawak daripada kumpulan pelancong ini, hitung kebarangkalian bahawa

- (a) pelancong yang dipilih adalah dari luar negara.
(b) pelancong yang dipilih adalah dari tempat pelancongan A atau pelancong tempatan.

9.4 Aplikasi kebarangkalian peristiwa bergabung

Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan kebarangkalian peristiwa bergabung?



Standard Pembelajaran

Menyelesaikan masalah yang melibatkan kebarangkalian peristiwa bergabung.

Contoh 12

Sebiji dadu adil dilambung dua kali berturut-turut. Jika uji kaji ini dijalankan sebanyak 540 kali, berapa kalikah sekurang-kurangnya satu nombor kuasa dua sempurna akan diperoleh?

Penyelesaian:

Memahami masalah

- Peristiwa bergabung tak bersandar.
- Peristiwa bergabung saling eksklusif.
- Nombor kuasa dua sempurna = 1, 4
- Sekurang-kurangnya satu nombor kuasa dua sempurna = $\{(K, K), (K, K'), (K', K)\}$.

Merancang strategi

- Lukis gambar rajah pokok.
- $P(\text{nombor kuasa dua sempurna}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
- $P(\text{nombor bukan kuasa dua sempurna}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- Hitung $P(K, K)$ atau $P(K, K')$ atau $P(K', K)$ iaitu $P[(K, K) \cup (K, K') \cup (K', K)]$.
- $P[(K, K) \cup (K, K') \cup (K', K)] \times 540$ kali

Melaksanakan strategi

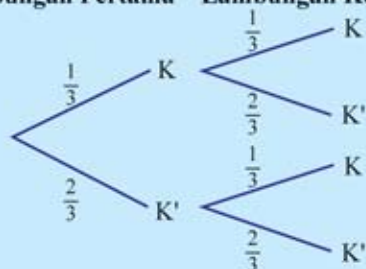
K = Peristiwa mendapat nombor kuasa dua sempurna

K' = Peristiwa mendapat nombor bukan kuasa dua sempurna

Lambungan Pertama

Lambungan Kedua

Kesudahan



(K, K)

(K, K')

(K', K)

(K', K')

$$P[(K, K) \cup (K, K') \cup (K', K)]$$

$$= \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{5}{9}$$

n (sekurang-kurangnya satu nombor kuasa dua sempurna)

$$= \frac{5}{9} \times 540$$

$$= 300 \text{ kali}$$

Semak Jawapan

n (sekurang-kurangnya satu nombor kuasa dua sempurna)

$$= \left(1 - \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times 540$$

$$= 300$$

Kesimpulan

Sebanyak 300 kali untuk memperoleh sekurang-kurangnya satu nombor kuasa dua sempurna.

Contoh 13

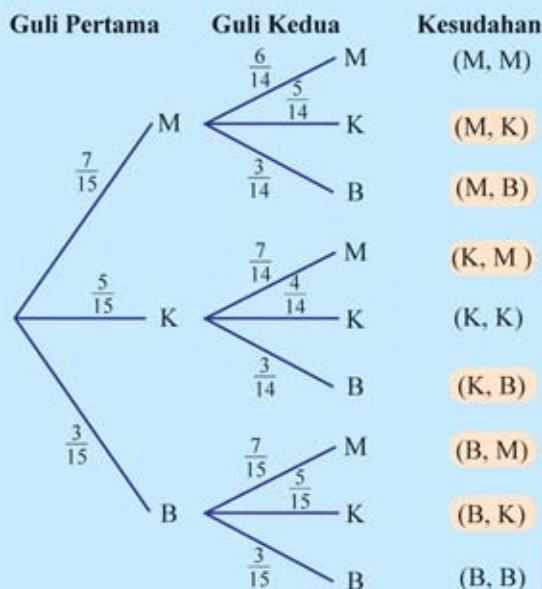
Sebuah kotak mengandungi tujuh biji guli merah, lima biji guli kuning dan tiga biji guli biru. Dua biji guli dipilih secara rawak dari kotak satu demi satu. Sekiranya guli pertama berwarna biru, maka guli biru itu akan dipulangkan ke dalam kotak sebelum guli kedua dipilih. Sekiranya guli pertama bukan berwarna biru, maka guli itu tidak dipulangkan ke dalam kotak dan guli kedua dipilih. Hitung kebarangkalian mendapat kedua-dua guli yang berlainan warna.

Penyelesaian:**Memahami masalah**

- Peristiwa bergabung bersandar
- Peristiwa bergabung saling eksklusif
- Jumlah guli = 15 biji
- Kedua-dua guli berlainan warna
= $\{(M, K), (M, B), (K, M), (K, B), (B, M), (B, K)\}$

Merancang strategi

- Lukis gambar rajah pokok
- Hitung $P(M, K)$ atau $P[(M, B) \text{ atau } P(K, M) \text{ atau } P(K, B) \text{ atau } P(B, M) \text{ atau } P(B, K)]$ iaitu $P(M, K) \cup (M, B) \cup (K, M) \cup (K, B) \cup (B, M) \cup (B, K)$.

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}
 P(\text{Guli yang berlainan warna}) &= P(M, K) + P(M, B) + P(K, M) + P(K, B) + P(B, M) + P(B, K) \\
 &= \left(\frac{7}{15} \times \frac{5}{14}\right) + \left(\frac{7}{15} \times \frac{3}{14}\right) + \left(\frac{5}{15} \times \frac{7}{14}\right) + \left(\frac{5}{15} \times \frac{3}{14}\right) + \left(\frac{3}{15} \times \frac{7}{15}\right) + \left(\frac{3}{15} \times \frac{5}{15}\right) \\
 &= \frac{349}{525}
 \end{aligned}$$

Semak Jawapan**Kesimpulan**

Kebarangkalian mendapat kedua-dua guli yang berlainan warna ialah $\frac{349}{525}$.

Kaedah Pelengkap:

$$\begin{aligned}
 P(\text{kedua-dua guli yang berlainan warna}) &= 1 - [P(M, M) + P(K, K) + P(B, B)] \\
 &= 1 - \left[\left(\frac{7}{15} \times \frac{6}{14}\right) + \left(\frac{5}{15} \times \frac{4}{14}\right) + \left(\frac{3}{15} \times \frac{3}{15}\right)\right] \\
 &= \frac{349}{525}
 \end{aligned}$$

Praktis Kendiri 9.4a

1. Kajian tentang jantina anak terhadap 16 000 keluarga yang mempunyai dua orang anak telah dijalankan. Anggarkan bilangan keluarga yang mempunyai sekurang-kurangnya seorang anak lelaki dalam kajian tersebut.
2. Sebuah kotak mengandungi tiga batang pen kuning, lima batang pen merah dan sebatang pen hitam. Dua batang pen dipilih secara rawak dari kotak. Hitung kebarangkalian bahawa kedua-dua batang pen yang dipilih berwarna sama.
3. Jonathan suka menyaksikan matahari terbenam di tepi pantai. Jonathan mempunyai dua pilihan sama ada menginap di Pantai Jati atau Pantai Cengal selama dua hari.
 Kebarangkalian hujan di Pantai Jati pada setiap petang ialah $\frac{19}{25}$.
 Kebarangkalian hujan turun di Pantai Cengal pula bergantung pada hari sebelumnya. Jika hari sebelumnya tidak hujan, maka kebarangkalian hujan pada petang itu ialah $\frac{5}{7}$. Jika hari sebelumnya hujan, maka kebarangkalian hujan pada petang itu ialah $\frac{2}{5}$.
 Jika cuaca cerah di kedua-dua pantai pada hari sebelum Jonathan bertolak, pantai yang manakah patut dipilih oleh Jonathan supaya dia dapat menyaksikan matahari terbenam di tepi pantai pada kedua-dua petang? Berikan justifikasi anda.
4. Setiap pelanggan Kedai Naga yang berbelanja melebihi RM200 akan diberi peluang memutar roda bertuah yang mempunyai enam sektor yang sama. Dua daripada sektor roda bertuah itu berwarna merah dan yang lain berwarna kuning.




	Bilangan baucar tunai	
	RM50	RM10
Kotak A	20	5
Kotak B	10	20

Jika jarum putaran roda bertuah berhenti di sektor berwarna merah, pelanggan tersebut berpeluang memilih baucar tunai dari kotak A. Jika jarum putaran roda bertuah berhenti di sektor berwarna kuning, pelanggan tersebut berpeluang memilih baucar tunai dari kotak B. Bilangan baucar tunai yang terdapat dalam kotak A dan kotak B ditunjukkan dalam jadual di atas.

Dianggarkan sebanyak 450 pelanggan Kedai Naga akan berbelanja melebihi RM200. Hitung bilangan baucar tunai bernilai RM10 yang perlu disediakan oleh Kedai Naga. (Baucar tunai yang telah dipilih akan digantikan dengan baucar yang baharu oleh Kedai Naga supaya bilangan baucar tunai dalam kedua-dua kotak A dan B sentiasa kekal).

Praktis Komprehensif

1. Terdapat tiga batang pensel berwarna ungu dan dua batang pensel berwarna hijau dalam sebuah kotak. Dua batang pensel berwarna dipilih secara rawak dari kotak satu demi satu tanpa pemulangan. Tulis ruang sampel bagi pensel warna dipilih.
2. Satu nombor dipilih secara rawak dari set $S = \{x: x \text{ ialah integer, } 1 \leq x \leq 30\}$. Hitung kebarangkalian
 - (a) mendapat nombor gandaan 3 dan nombor gandaan 12.
 - (b) mendapat nombor faktor bagi 20 atau nombor faktor bagi 8.
3. Dua keping kad berlabel dengan nombor “77, 91” dimasukkan dalam kotak M dan tiga keping kad berlabel dengan huruf “R, I, A” dimasukkan dalam kotak N . Sekeping kad dipilih secara rawak dari kotak M dan N masing-masing.
 - (a) Lengkapkan jadual berikut dengan semua kesudahan yang mungkin.

Kotak M	Kotak N		
	R	I	A
77	(77, R)		
91		(91, I)	

- (b) Dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin, hitung kebarangkalian bahawa
 - (i) kad nombor dengan hasil tambah digit melebihi 10 dan kad konsonan dipilih.
 - (ii) kad nombor dengan hasil tambah digit melebihi 10 atau kad konsonan dipilih.
4. Dua orang pengawas dipilih secara rawak daripada lima orang pengawas yang terdiri daripada tiga orang pengawas tingkatan empat dan dua orang pengawas tingkatan lima. Lukis gambar rajah pokok untuk menunjukkan semua kesudahan yang mungkin. Kemudian, hitung kebarangkalian kedua-dua orang pengawas yang dipilih adalah daripada tingkatan yang sama.
 5. Kebarangkalian Kam Seng lulus dalam mata pelajaran Fizik dan Kimia masing-masing ialah 0.58 dan 0.42. Hitung kebarangkalian bahawa
 - (a) Kam Seng lulus kedua-dua mata pelajaran,
 - (b) Kam Seng hanya lulus satu mata pelajaran.
 6. Fatimah menghantar surat permohonan kerja ke tiga buah syarikat. Kebarangkalian Fatimah mendapat penawaran daripada syarikat X , Y dan Z masing-masing ialah $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{9}$ dan $\frac{5}{12}$. Hitung kebarangkalian Fatimah mendapat penawaran daripada
 - (a) mana-mana dua syarikat,
 - (b) sekurang-kurangnya satu syarikat.



7. Diberi peristiwa A dan B ialah dua peristiwa yang saling eksklusif dan $P(A) = \frac{1}{3}$,



- (a) nyatakan nilai maksimum $P(B)$.
(b) jika $P(A \cup B) = \frac{7}{9}$, kenal pasti $P(B)$.

8. Kotak R mengandungi lima biji guli merah dan tujuh biji guli hijau manakala kotak T mengandungi empat biji guli merah dan lapan biji guli hijau. Sebiji guli dipilih secara rawak dari kotak R . Sekiranya guli itu berwarna merah, guli itu akan dimasukkan ke dalam kotak T . Sekiranya guli itu berwarna hijau, guli itu akan dikembalikan ke dalam kotak R . Seterusnya sebiji guli akan dipilih secara rawak dari kotak T . Warna guli yang dipilih akan dicatat.

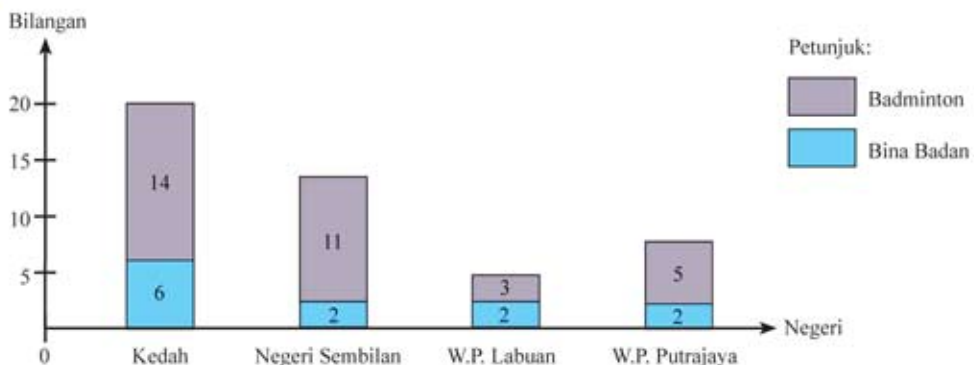
- (a) Hitung kebarangkalian

- (i) kedua-dua biji guli yang dipilih berwarna merah,
(ii) kedua-dua biji guli yang dipilih berlainan warna.

- (b) Kelas 4 Amanah mempunyai 36 orang murid. Sekiranya setiap murid daripada 4 Amanah diberi peluang memilih dua biji guli dengan keadaan seperti yang dinyatakan dan murid yang berjaya memilih dua biji guli yang berwarna hijau akan diberi hadiah bernilai RM5, anggarkan kos hadiah yang diperlukan.

9. Jacky mempunyai lapan helai baju kemeja dan tiga daripadanya berwarna biru. 40% daripada baju kemeja yang dimiliki oleh Halim berwarna biru. $\frac{1}{5}$ daripada baju kemeja yang dimiliki oleh Kumar berwarna biru. Jacky, Halim dan Kumar masing-masing memilih sehelai baju kemeja untuk menghadiri satu mesyuarat secara rawak. Hitung kebarangkalian bahawa dua orang daripada mereka akan memakai baju kemeja berwarna biru.

10. Carta bar di bawah menunjukkan bilangan kelab badminton dan kelab bina badan dalam negeri Kedah, Negeri Sembilan, Wilayah Persekutuan Labuan dan Wilayah Persekutuan Putrajaya.



Sebuah kelab badminton dan sebuah kelab bina badan dipilih secara rawak dari empat negeri ini. Hitung kebarangkalian

- (a) kedua-dua kelab yang dipilih adalah dari negeri Kedah.
(b) sebuah kelab dipilih dari Wilayah Persekutuan dan Negeri Sembilan masing-masing.

11. Kebarangkalian Khaizan terbabit dalam kemalangan pada setiap pusingan perlumbaan motosikal ialah 0.4. Khaizan perlu meninggalkan perlumbaan motosikal sekiranya dia terlibat dalam kemalangan. Kebarangkalian Khaizan menang pada setiap pusingan perlumbaan motosikal ialah 0.96 dengan syarat dia tidak terlibat dalam kemalangan. Khaizan perlu berlumba tiga pusingan dalam suatu perlumbaan.

- Hitung kebarangkalian, betul kepada tiga tempat perpuluhan, bahawa
 - Khaizan menjadi juara dalam perlumbaan tersebut,
 - Khaizan tidak dapat menghabiskan perlumbaan tersebut.
- Berdasarkan jawapan daripada (a), adakah wajar Khaizan menasihati adiknya untuk menyertai perlumbaan motosikal? Nyatakan satu nilai murni yang telah anda pelajari untuk menyokong jawapan tersebut.

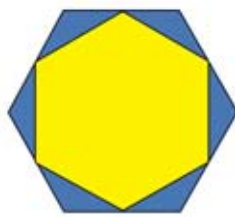
P R O J E K



10 cm



10 cm



10 cm

- Bina tiga poligon sekata seperti di atas. Poligon-poligon yang dibina mempunyai sisi berukuran yang sama.
- Jalankan aktiviti seperti dalam kotak di bawah.

Satu damak dibaling ke arah setiap poligon sekata di atas. Eksperimen ini dijalankan sebanyak dua puluh kali dan keputusan mengenai tempat berwarna kuning dan biru dicatat seperti (K, K, K), (K, B, K).

- Daripada dapatan yang dicatat, apakah kesimpulan anda. Huraikan sebab-sebab yang menyokong kesimpulan anda.
- Eksplorasi lanjutan: Sekiranya anda pemilik gerai permainan pada Hari Keusahawanan sekolah anda, apakah bentuk poligon sekata yang akan anda pilih. Nyatakan sebab anda untuk menyokong pilihan tersebut.



Kebarangkalian Peristiwa Bergabung

Peristiwa Bersandar dan Peristiwa Tak Bersandar

A dan B Peristiwa Bersandar

- Peristiwa A mempengaruhi kejadian peristiwa B .

Contoh: Memilih dua keping kad dari kotak mengandungi kad berlabel "B, A, I, K" satu demi satu tanpa pemulangan.

A dan B Peristiwa Tak Bersandar

- Peristiwa A tidak mempengaruhi kejadian peristiwa B .

Contoh: Sebiji dadu adil dilambung dua kali. Mendapat dua kali "6".

Hukum Pendaraban Kebarangkalian

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Contoh: Sebiji dadu adil dilambung dua kali. Mendapat dua kali "6".

$$P(\text{dua kali "6"}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Hukum Penambahan

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Peristiwa Saling Eksklusif dan Peristiwa Tidak Saling Eksklusif

Aplikasi Kebarangkalian Peristiwa Bergabung

A dan B Peristiwa Saling Eksklusif jika $A \cap B = \phi$,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Contoh: $X = \{x : 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbf{W}\}$ Satu nombor dipilih secara rawak dari set X . Kebarangkalian memilih nombor 2 atau nombor ganjil.

$$P(\text{Nombor 2 atau nombor ganjil}) = \frac{1}{10} + \frac{5}{10} = \frac{3}{5}$$

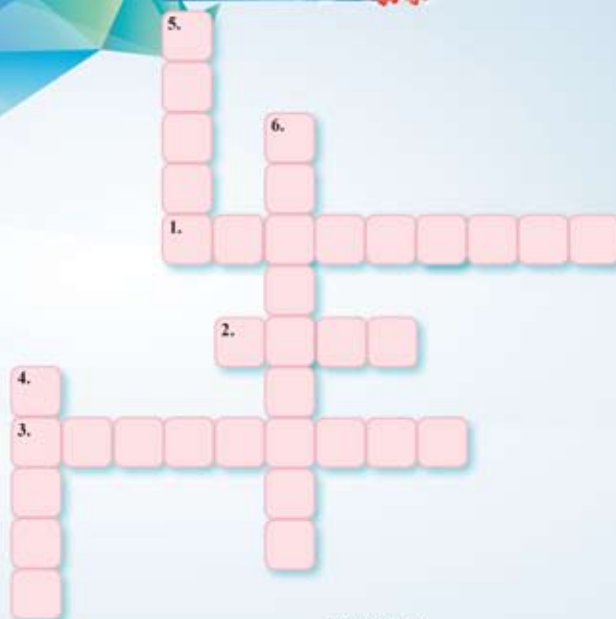
A dan B Peristiwa Tidak Saling Eksklusif jika $A \cap B \neq \phi$,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh: $X = \{x : 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbf{W}\}$ Satu nombor dipilih secara rawak dari set X . Kebarangkalian memilih nombor perdana atau nombor ganjil.

$$P(\text{Nombor perdana atau nombor ganjil}) = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \frac{3}{5}$$

Refleksi Kendiri



Melintang

1. Dua peristiwa A dan B ialah peristiwa tak jika peristiwa A berlaku tidak mempengaruhi peristiwa B berlaku dan sebaliknya.
2. Sebuah dan syiling dilambung, bilangan kesudahan ialah 12.
3. A dan B peristiwa saling bermakna tiada persilangan antara peristiwa A dan B .

Menegak

4. Satu nombor dipilih daripada $\{x : x \text{ ialah integer dan } 0 < x < 50\}$. K ialah peristiwa mendapat nombor dan L ialah peristiwa mendapat nombor ganjil.
 $P(K \cup L) = P(K) + P(L)$
5. $P(A \text{ dan } B) = P(A) \text{ } P(B)$.
6. Peristiwa ialah kesudahan peristiwa daripada kesatuan atau persilangan dua atau lebih peristiwa.



Eksplorasi Matematik

Lambungan botol ialah suatu permainan yang melambung suatu botol air plastik sama ada penuh atau sebahagian penuh dengan air ke atas supaya botol itu terbalik dan kemudian berdiri tegak semula.

Cuba terokai faktor-faktor yang mempengaruhi kebarangkalian menjayakan lambungan botol.

